

1. (a) O significado do "ensaio de Bernoulli" é a probabilidade ter k sucessos em n tentativas.
- (b)

$$p(X = k) = C(n, k)p^k q^{n-k}$$

- (c) Lembrando que $q = 1 - p$.

$$\begin{aligned} C(n, k) &= \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n}{k} \cdot \frac{(n-1)!}{(n-k+1-1)(k-1)!} = \\ &= \frac{n}{k} \cdot \frac{(n-1)!}{((n-1)-(k-1))(k-1)!} = \frac{n}{k} \cdot C(n-1, k-1) \Rightarrow \\ C(n, k) &= \frac{n}{k} \cdot C(n-1, k-1) \Rightarrow k \cdot C(n, k) = n \cdot C(n-1, k-1) \end{aligned}$$

Seja n o número de ensaios e k o número de sucessos. Lembrando que $p(X = k) = C(n, k)p^k q^{n-k}$. Então:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^n X(k)p(X = k) = \\ &= \sum_{k=1}^n k \cdot C(n, k)p^k q^{n-k} = \sum_{k=1}^n n \cdot C(n-1, k-1)p^k q^{n-k} = \\ &= n \sum_{k=1}^n C(n-1, k-1)p^k q^{n-k} \underset{j=k-1}{=} n \sum_{j=0}^{n-1} C(n-1, j)p^{j+1} q^{n-j+1} = \\ &= np \underbrace{\sum_{j=0}^{n-1} C(n-1, j)p^j q^{n-j+1}}_{(p+q)^{n-1}} = np(p+q)^{n-1} = np(p+(1-p))^{n-1} = \\ &= np(1)^{n-1} = np \end{aligned}$$