

1. Seja  $X$  uma variável aleatória no espaço  $S$ . Variância de  $X$  é:

$$V(X) = \sum_{s \in S} (X(s) - E(X))^2 p(s)$$

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{s \in S} (X(s) - E(X))^2 p(s) = \\ &= \sum_{s \in S} (X(s)^2 - 2X(s)E(X) + E(X)^2) p(s) \end{aligned}$$

Utilizando a linearidade.

$$\begin{aligned} &\sum_{s \in S} X(s)^2 p(s) - 2 \sum_{s \in S} X(s) E(X) p(s) + \sum_{s \in S} E(X)^2 p(s) = \\ &\underbrace{\sum_{s \in S} (X(s))^2 p(s)}_{E(X^2)} - 2E(X) \underbrace{\sum_{s \in S} X(s) p(s)}_{E(X)} + E(X)^2 \underbrace{\sum_{s \in S} p(s)}_1 = \\ &E(X^2) - 2(E(X))^2 + (E(X))^2 = E(X^2) - E(X)^2 \Rightarrow \\ &V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \end{aligned}$$