

# Operações Matemáticas e Transformações Radiométricas

Jefersson Alex dos Santos

jefersson@dcc.ufmg.br



# Roteiro da Aula

## 1 Operações Lógico-Aritméticas

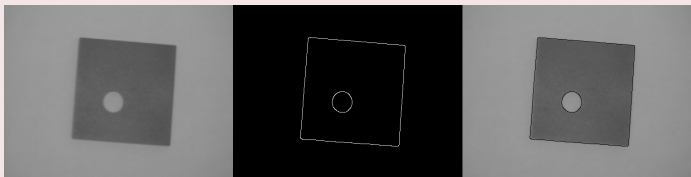
## 2 Transformação Radiométrica

- Transformações Simples
- Transformações em Histogramas

# Operações Lógico-Aritméticas

- Forma simples de processamento (pixel a pixel)
- Resultados de interesse prático: identificar diferenças, redução de ruídos, ajuste de brilho, remoção de informação estática de fundo

## Exemplos



# Operações Lógico-Aritméticas

- Forma simples de processamento (pixel a pixel)
- Resultados de interesse prático: identificar diferenças, redução de ruídos, ajuste de brilho, remoção de informação estática de fundo

## Exemplos



# Operações Matemáticas

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$  duas imagens cinzas de **mesmo domínio**,  $D_I = D_J$ .

- Uma operação  $\odot$  (**lógica ou aritmética**) entre  $\hat{I}$  e  $\hat{J}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I = D_J$ , onde  $K(p) = I(p) \odot J(p)$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser *MINIMO* (and lógico), *MAXIMO* (or lógico),  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ , etc.

# Operações Matemáticas

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$  duas imagens cinzas de **mesmo domínio**,  $D_I = D_J$ .

- Uma operação  $\odot$  (**lógica ou aritmética**) entre  $\hat{I}$  e  $\hat{J}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I = D_J$ , onde  $K(p) = I(p) \odot J(p)$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser *MINIMO* (and lógico), *MAXIMO* (or lógico),  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ , etc.

# Operações Matemáticas

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$  duas imagens cinzas de **mesmo domínio**,  $D_I = D_J$ .

- Uma operação  $\odot$  (**lógica ou aritmética**) entre  $\hat{I}$  e  $\hat{J}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I = D_J$ , onde  $K(p) = I(p) \odot J(p)$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser *MINIMO* (and lógico), *MAXIMO* (or lógico),  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ , etc.

# Operações Matemáticas

Sejam  $\hat{I} = (D_I, I)$  e  $\hat{J} = (D_J, J)$  duas imagens cinzas de **mesmo domínio**,  $D_I = D_J$ .

- Uma operação  $\odot$  (**lógica ou aritmética**) entre  $\hat{I}$  e  $\hat{J}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I = D_J$ , onde  $K(p) = I(p) \odot J(p)$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser *MINIMO* (and lógico), *MAXIMO* (or lógico),  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ , etc.

## Mínimo

2	4	2
9	2	4
2	2	4

(a)

 $\hat{I}$ 

4	0	0
1	0	2
0	0	0

(b)

 $\hat{J}$ 

2	0	0
1	0	2
0	0	0

(c)

 $MINIMO(\hat{I}, \hat{J})$ .



# Operações Matemáticas

- Uma operação **aritmética**  $\odot$  entre um escalar  $s$  e  $\hat{I}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I$ , tal que  $K(p) = I(p) \odot s$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ ,  $^$ . Por exemplo, em  $\hat{K} = \hat{I}^{1/2}$ ,  $K(p) = \sqrt{I(p)}$ .

# Operações Matemáticas

- Uma operação **aritmética**  $\odot$  entre um escalar  $s$  e  $\hat{I}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I$ , tal que  $K(p) = I(p) \odot s$  para todo  $p \in D_K$ .
- A operação  $\odot$  pode ser  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $*$ ,  $\wedge$ . Por exemplo, em  $\hat{K} = \hat{I}^{1/2}$ ,  $K(p) = \sqrt{I(p)}$ .

# Operações Matemáticas

- Um operador matemático  $\mathbf{O}$  sobre uma imagem  $\hat{I}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I$ , tal que  $K(p) = \mathbf{O}(I(p))$  para todo  $p \in D_K$ .
- O operador  $\mathbf{O}$  pode ser o valor absoluto, logaritmo, exponencial, seno, etc. Por exemplo, em  $\hat{K} = |\hat{I} - \hat{J}|$ ,  $K(p) = |I(p) - J(p)|$ .

Desta forma podemos ter expressões lógicas e aritméticas envolvendo várias imagens e escalares.

# Operações Matemáticas

- Um operador matemático  $\mathbf{O}$  sobre uma imagem  $\hat{I}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I$ , tal que  $K(p) = \mathbf{O}(I(p))$  para todo  $p \in D_K$ .
- O operador  $\mathbf{O}$  pode ser o valor absoluto, logaritmo, exponencial, seno, etc. Por exemplo, em  $\hat{K} = |\hat{I} - \hat{J}|$ ,  $K(p) = |I(p) - J(p)|$ .

Desta forma podemos ter expressões lógicas e aritméticas envolvendo várias imagens e escalares.

# Operações Matemáticas

- Um operador matemático  $\mathbf{O}$  sobre uma imagem  $\hat{I}$  gera uma imagem  $\hat{K} = (D_K, K)$ ,  $D_K = D_I$ , tal que  $K(p) = \mathbf{O}(I(p))$  para todo  $p \in D_K$ .
- O operador  $\mathbf{O}$  pode ser o valor absoluto, logaritmo, exponencial, seno, etc. Por exemplo, em  $\hat{K} = |\hat{I} - \hat{J}|$ ,  $K(p) = |I(p) - J(p)|$ .

Desta forma podemos ter expressões lógicas e aritméticas envolvendo várias imagens e escalares.

# Transformações entre espaços de cores

No caso de imagens coloridas  $\hat{I} = (D_I, \vec{I})$  em um dado espaço de cor, este espaço pode ser transformado em outro por multiplicação matricial e outras operações matemáticas.

$$\begin{bmatrix} K_1(p) \\ K_2(p) \\ K_3(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.169 & -0.331 & 0.500 \\ 0.500 & -0.419 & -0.081 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(p) \\ I_2(p) \\ I_3(p) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo, o operador  $\hat{K} = \mathbf{O}(\hat{I})$  transforma a imagem  $\hat{I}$  do espaço *RGB* para uma imagem  $\hat{K} = (D_K, \vec{K})$ ,  $D_K = D_I$ , no espaço *YC<sub>b</sub>C<sub>r</sub>*, onde  $K_1$  é luminância *Y*,  $K_2$  é crominância *C<sub>b</sub>* e  $K_3$  é crominância *C<sub>r</sub>*.

# Roteiro da Aula

## 1 Operações Lógico-Aritméticas

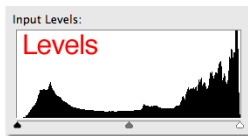
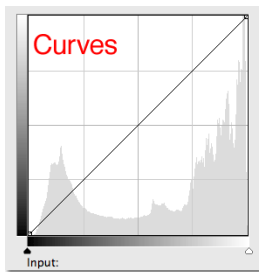
## 2 Transformação Radiométrica

- Transformações Simples
- Transformações em Histogramas

# Transformação Radiométrica

*Aka: Realce de Imagem ou Exposure*

- É um mapeamento aplicado às intensidades dos pixels, independente da localização desses pixels na imagem
- Visa alterações de brilho e contraste





# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste

### Brilho

Esta associado à sensação visual da intensidade luminosa de uma fonte

- Experimentos indicam: sensibilidade do sistema visual humano possui resposta logarítmica com relação à intensidade de luz incidente no olho
- Sistema visual tende a subestimar ou superestimar a intensidade próxima às transições

### Contraste

É uma medida da variação relativa da luminância

- O brilho aparente de uma região depende fortemente da intensidade do fundo
- Resposta do sistema visual humano depende de variações locais de luminância

# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste



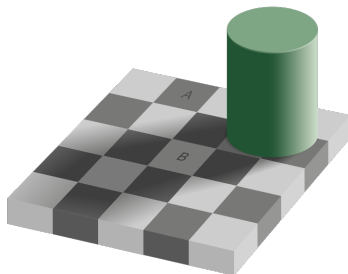
# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste



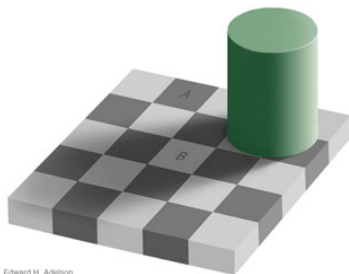
# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste

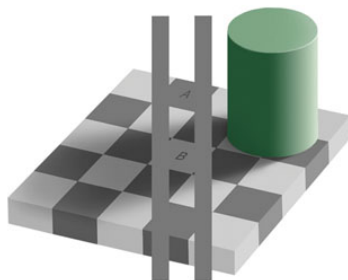


# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste



Edward H. Adelson



# Transformação Radiométrica

## Brilho e Contraste



# Transformação Radiométrica

- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem cinza, uma transformação radiométrica gera outra imagem cinza  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_J = D_I$  e  $J(p) = T(I(p))$  para todo  $p \in D_I$ .
- Suponha que  $l = I(p)$  e  $k = J(p)$ . Então,  $l$  e  $k$  são variáveis aleatórias, tais que  $k = T(l)$ , cujos valores variam com  $p \in D_I$ .
- Neste sentido, o histograma normalizado  $0 \leq h(l) \leq 1$  representa a distribuição de probabilidades da variável aleatória  $l$ .

$k = T(l)$  é a função de transformação!

# Transformação Radiométrica

- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem cinza, uma transformação radiométrica gera outra imagem cinza  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_J = D_I$  e  $J(p) = T(I(p))$  para todo  $p \in D_I$ .
- Suponha que  $l = I(p)$  e  $k = J(p)$ . Então,  $l$  e  $k$  são variáveis aleatórias, tais que  $k = T(l)$ , cujos valores variam com  $p \in D_I$ .
- Neste sentido, o histograma normalizado  $0 \leq h(l) \leq 1$  representa a distribuição de probabilidades da variável aleatória  $l$ .

$k = T(l)$  é a função de transformação!



# Transformação Radiométrica

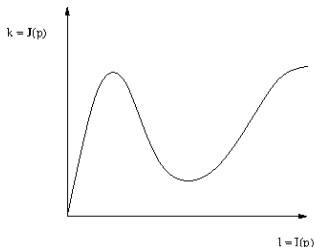
- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem cinza, uma transformação radiométrica gera outra imagem cinza  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_J = D_I$  e  $J(p) = T(I(p))$  para todo  $p \in D_I$ .
- Suponha que  $l = I(p)$  e  $k = J(p)$ . Então,  $l$  e  $k$  são variáveis aleatórias, tais que  $k = T(l)$ , cujos valores variam com  $p \in D_I$ .
- Neste sentido, o histograma normalizado  $0 \leq h(l) \leq 1$  representa a distribuição de probabilidades da variável aleatória  $l$ .

$k = T(l)$  é a função de transformação!

# Transformação Radiométrica

- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem cinza, uma transformação radiométrica gera outra imagem cinza  $\hat{J} = (D_J, J)$ , onde  $D_J = D_I$  e  $J(p) = T(I(p))$  para todo  $p \in D_I$ .
- Suponha que  $l = I(p)$  e  $k = J(p)$ . Então,  $l$  e  $k$  são variáveis aleatórias, tais que  $k = T(l)$ , cujos valores variam com  $p \in D_I$ .
- Neste sentido, o histograma normalizado  $0 \leq h(l) \leq 1$  representa a distribuição de probabilidades da variável aleatória  $l$ .

$k = T(l)$  é a função de transformação!



# Transformação linear

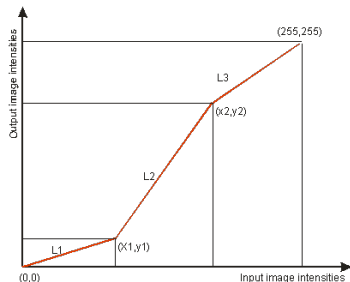
Sejam  $[l_1, l_2]$ ,  $l_1 \leq l_2$ , e  $[k_1, k_2]$  dois intervalos de cinza no conjunto de valores de  $I$  e  $J$ . A transformação (stretching) linear é dada por:

$$k = \begin{cases} k_1, & \text{se } l < l_1, \\ \frac{(k_2 - k_1)}{(l_2 - l_1)}(l - l_1) + k_1, & \text{se } l_1 \leq l < l_2, \\ k_2, & \text{se } l \geq l_2. \end{cases}$$

# Transformação linear

Sejam  $[l_1, l_2]$ ,  $l_1 \leq l_2$ , e  $[k_1, k_2]$  dois intervalos de cinza no conjunto de valores de  $I$  e  $J$ . A transformação (stretching) linear é dada por:

$$k = \begin{cases} k_1, & \text{se } l < l_1, \\ \frac{(k_2 - k_1)}{(l_2 - l_1)}(l - l_1) + k_1, & \text{se } l_1 \leq l < l_2, \\ k_2, & \text{se } l \geq l_2. \end{cases}$$



# Transformação linear

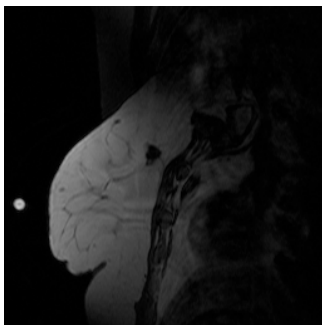
Sejam  $[l_1, l_2]$ ,  $l_1 \leq l_2$ , e  $[k_1, k_2]$  dois intervalos de cinza no conjunto de valores de  $I$  e  $J$ . A transformação (stretching) linear é dada por:

$$k = \begin{cases} k_1, & \text{se } l < l_1, \\ \frac{(k_2 - k_1)}{(l_2 - l_1)}(l - l_1) + k_1, & \text{se } l_1 \leq l < l_2, \\ k_2, & \text{se } l \geq l_2. \end{cases}$$

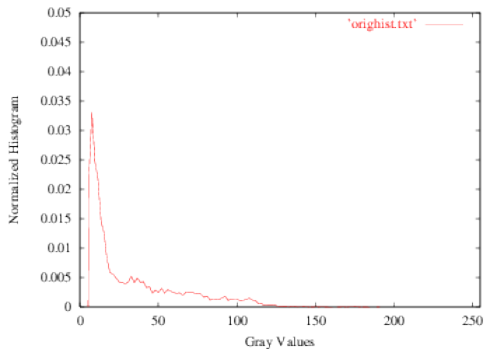
## Casos particulares:

- **Normalização** em  $[0, H]$  (e.g.,  $H = 255$ ):  $k_2 = H$ ,  $k_1 = 0$ ,  $l_1 = l_{\min}$ , e  $l_2 = l_{\max}$ , onde  $l_{\min}$  e  $l_{\max}$  são os valores mínimo e máximo de  $\hat{I}$ .
- **Negativo**:  $k_2 = l_{\min}$ ,  $k_1 = l_{\max}$ ,  $l_1 = l_{\min}$ , e  $l_2 = l_{\max}$ .
- **Largura & Nível (width & level)**:  $k_2 = H$ ,  $k_1 = 0$ , e  $l_1 < l_2$ , onde o nível  $\frac{l_1 + l_2}{2}$  altera o brilho e a largura  $l_2 - l_1$  altera o contraste.
- **Limiarização/Binarização (thresholding)**:  $k_2 = H$ ,  $k_1 = 0$  e  $l_1 = l_2$ .

# Imagem escura com baixo contraste



(a) Carcinoma de mama em RM

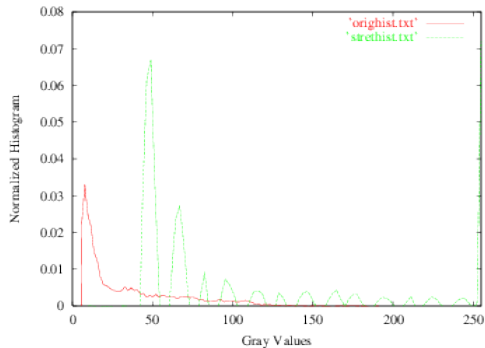


(b) Seu histograma

# Após transformação linear



(a) Imagem transformada



(b) Histogramas antes e depois

# Transformação exponencial

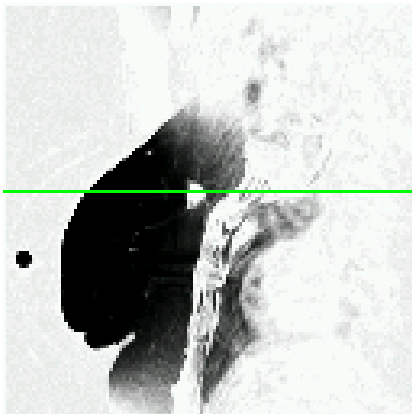
A transformação exponencial pode ser definida por:

- $k = l_{\max} \exp\left(\frac{l - l_{\min}}{l_{\max} - l_{\min}}\right) - l_{\max}$  e
- $k = H \exp\left(\frac{-(l - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ .

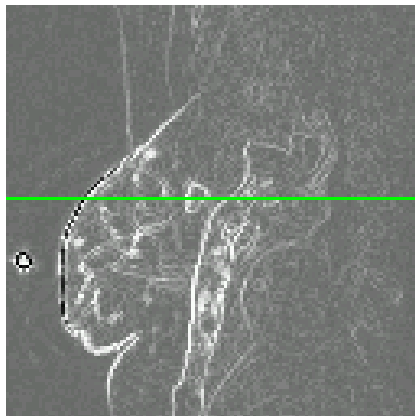
O primeiro caso aumenta o contraste no intervalo  $[l_{\min}, l_{\max}]$  e o segundo aumenta o contraste em relação a um valor  $\mu$  (e.g.,  $\mu$  pode ser o brilho médio de um objeto na imagem).



# Após transformação Gaussiana



(a) Original transformada



(b) Imagem de bordas transformada

# Transformação logarítmica

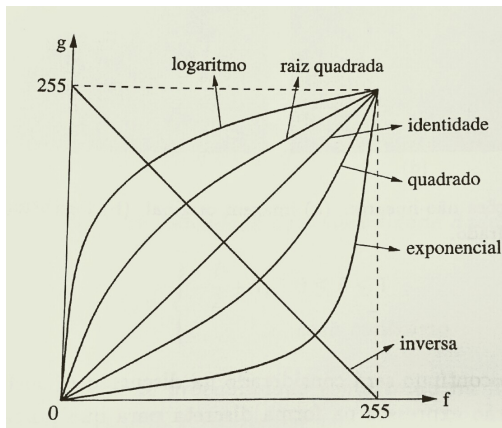
A transformação logarítmica reduz a dinâmica da imagem (intervalo de brilho), sendo muito usada para visualizar a magnitude da transformada de Fourier.

$$J(p) = H \log(1 + |\vec{I}(p)|),$$

onde  $\vec{I} = \{I_1, I_2\}$  contém a parte real  $I_1$  e a imaginária  $I_2$  do espectro.

# Transformação Radiométrica

## Resumo



# Transformações radiométricas para imagens coloridas

- Transformações radiométricas devem preservar a informação de matiz da imagem colorida. Neste caso, as transformações acima podem ser aplicadas na imagem de brilho (ou de saturação) usando algum espaço descorrelacionado: *HSV*, *Luv*, *Lab*, *YCbCr*.
- Por exemplo: Converte-se a imagem de *RGB* para *YCbCr*, aplica-se a transformação radiométrica em *Y*, e volta a imagem transformada de *YCbCr* para *RGB*.

# Transformações radiométricas para imagens coloridas

- Transformações radiométricas devem preservar a informação de matiz da imagem colorida. Neste caso, as transformações acima podem ser aplicadas na imagem de brilho (ou de saturação) usando algum espaço descorrelacionado: *HSV*, *Luv*, *Lab*, *YCbCr*.
- Por exemplo: Converte-se a imagem de *RGB* para *YCbCr*, aplica-se a transformação radiométrica em *Y*, e volta a imagem transformada de *YCbCr* para *RGB*.

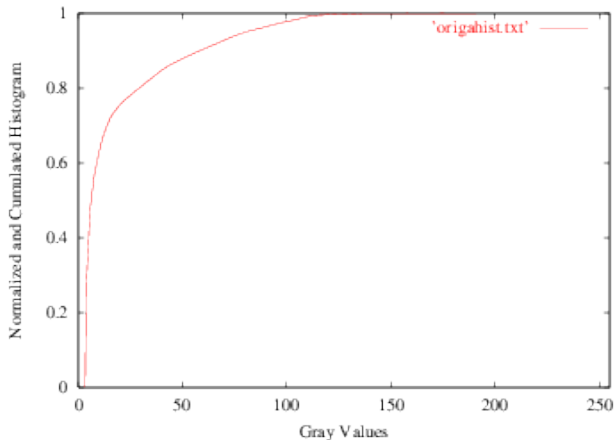
# Histograma acumulado

Sendo  $h(l)$  o histograma normalizado de uma imagem cinza  $\hat{I} = (D_I, I)$ , o histograma acumulado de  $\hat{I}$  é uma função  $h_a(l)$  que produz o valor acumulado do histograma  $h(l)$  (área abaixo da curva) para cada nível de cinza  $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$  (vamos assumir que  $0 \leq l_{\min}$ ).

$$h_a(l) = \sum_{l'=0}^l h(l').$$

Note que  $h_a(l_{\max}) = 1$ . Este conceito pode ser explorado para equalização da imagem.

# Histograma acumulado



Histograma acumulado da imagem de mama.

# Equalização

Considere uma imagem  $\hat{I}$  cinza e normalizada em  $0 \leq l \leq 1$ . A equalização  $k = T(l)$  visa gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_J, J)$  com intensidades  $0 \leq k \leq 1$  e histograma uniforme (i.e., todas as intensidades equiprováveis), por aplicação direta do histograma acumulado.

$$k = h_a(l)$$

Esta transformação tem como propriedades ser:

- bijetora e monotonicamente crescente em  $[0, 1]$ , e
- limitada,  $0 \leq T(l) \leq 1$ , para  $0 \leq l \leq 1$ .

Após equalização, os valores  $0 \leq k \leq 1$  podem ser multiplicados por  $H$  para gerar valores inteiros de brilho.



# Equalização

Considere uma imagem  $\hat{I}$  cinza e normalizada em  $0 \leq l \leq 1$ . A equalização  $k = T(l)$  visa gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_J, J)$  com intensidades  $0 \leq k \leq 1$  e histograma uniforme (i.e., todas as intensidades equiprováveis), por aplicação direta do histograma acumulado.

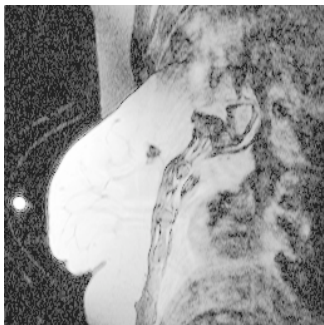
$$k = h_a(l)$$

Esta transformação tem como propriedades ser:

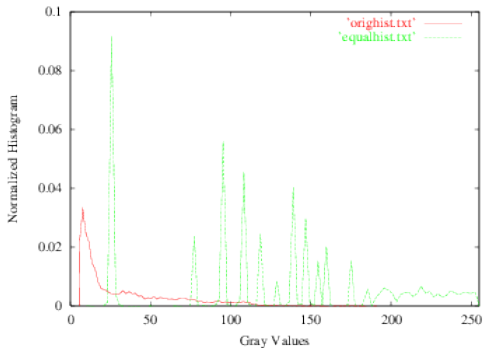
- bijetora e monotonicamente crescente em  $[0, 1]$ , e
- limitada,  $0 \leq T(l) \leq 1$ , para  $0 \leq l \leq 1$ .

Após equalização, os valores  $0 \leq k \leq 1$  podem ser multiplicados por  $H$  para gerar valores inteiros de brilho.

# Após equalização



(a) Original equalizada

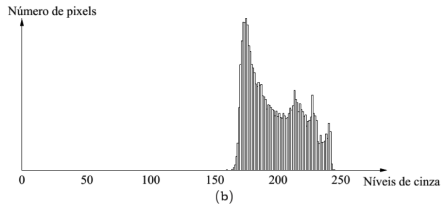


(b) Histogramas antes e depois

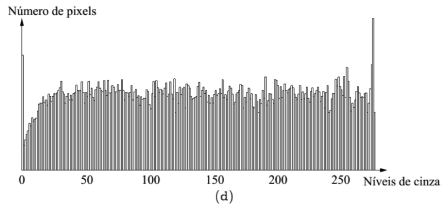
# Após equalização



(a)



(c)



# Equalização – Exemplo de Cálculo

Tabela 4.1: Histograma a ser equalizado.

Níveis de cinza ( $k$ )	0	1	2	3	4	5	6	7
Número de pixels ( $n_k$ )	1314	3837	5820	4110	2374	921	629	516

# Equalização – Exemplo de Cálculo

Tabela 4.1: Histograma a ser equalizado.

Níveis de cinza (k)	0	1	2	3	4	5	6	7
Número de pixels ( $n_k$ )	1314	3837	5820	4110	2374	921	629	516

*Inicialmente, deve-se encontrar a probabilidade  $p_f$  com que cada nível de cinza k aparece na imagem f, ou seja*

$$p_f(f_0) = 1314/19521 \approx 0.067 \quad p_f(f_1) = 3837/19521 \approx 0.197 \quad p_f(f_2) = 5820/19521 \approx 0.298$$

$$p_f(f_3) = 4110/19521 \approx 0.211 \quad p_f(f_4) = 2374/19521 \approx 0.122 \quad p_f(f_5) = 921/19521 \approx 0.047$$

$$p_f(f_6) = 629/19521 \approx 0.032 \quad p_f(f_7) = 516/19521 \approx 0.026$$

# Equalização – Exemplo de Cálculo

Tabela 4.1: Histograma a ser equalizado.

Níveis de cinza (k)	0	1	2	3	4	5	6	7
Número de pixels ( $n_k$ )	1314	3837	5820	4110	2374	921	629	516

Inicialmente, deve-se encontrar a probabilidade  $p_f$  com que cada nível de cinza  $k$  aparece na imagem  $f$ , ou seja

$$\begin{aligned}
 p_f(f_0) &= 1314/19521 \approx 0.067 & p_f(f_1) &= 3837/19521 \approx 0.197 & p_f(f_2) &= 5820/19521 \approx 0.298 \\
 p_f(f_3) &= 4110/19521 \approx 0.211 & p_f(f_4) &= 2374/19521 \approx 0.122 & p_f(f_5) &= 921/19521 \approx 0.047 \\
 p_f(f_6) &= 629/19521 \approx 0.032 & p_f(f_7) &= 516/19521 \approx 0.026
 \end{aligned}$$

Calculando a função distribuição acumulada de probabilidade, obtém-se

$$g_0 = T(f_0) = \sum_{i=0}^0 p_f(f_0) = 0.067$$

$$g_1 = T(f_1) = \sum_{i=0}^1 p_f(f_i) = 0.264$$

De forma similar

$$g_2 = 0.562$$

$$g_3 = 0.773$$

$$g_4 = 0.895$$

$$g_5 = 0.942$$

$$g_6 = 0.974$$

$$g_7 = 1$$

# Equalização – Exemplo de Cálculo

*Como a imagem foi quantizada com oito níveis de cinza, cada valor  $g_k$  deverá ser substituído pelo nível de cinza mais próximo, ou seja*

$$g_0 = g_0 \times 7 = 0.067 \times 7 = 0.469 \approx 0$$

*Analogamente para os outros valores de  $g_k$ , tem-se*

$$g_1 = 0.264 \times 7 = 1.848 \approx 2 \quad g_2 = 0.562 \times 7 = 3.934 \approx 4 \quad g_3 = 0.773 \times 7 = 5.411 \approx 5$$

$$g_4 = 0.895 \times 7 = 6.265 \approx 6 \quad g_5 = 0.942 \times 7 = 6.594 \approx 7 \quad g_6 = 0.974 \times 7 = 6.818 \approx 7$$

$$g_7 = 1 \times 7 = 7$$

# Equalização – Exemplo de Cálculo

*Como a imagem foi quantizada com oito níveis de cinza, cada valor  $g_k$  deverá ser substituído pelo nível de cinza mais próximo, ou seja*

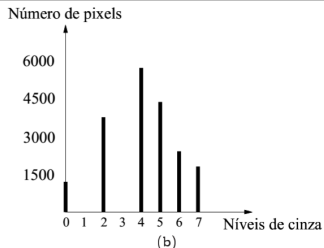
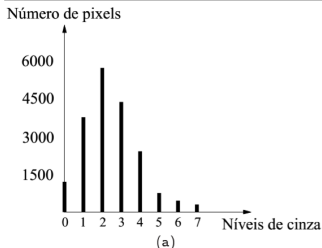
$$g_0 = g_0 \times 7 = 0.067 \times 7 = 0.469 \approx 0$$

*Analogamente para os outros valores de  $g_k$ , tem-se*

$$g_1 = 0.264 \times 7 = 1.848 \approx 2 \quad g_2 = 0.562 \times 7 = 3.934 \approx 4 \quad g_3 = 0.773 \times 7 = 5.411 \approx 5$$

$$g_4 = 0.895 \times 7 = 6.265 \approx 6 \quad g_5 = 0.942 \times 7 = 6.594 \approx 7 \quad g_6 = 0.974 \times 7 = 6.818 \approx 7$$

$$g_7 = 1 \times 7 = 7$$





# Equalização por ordenação

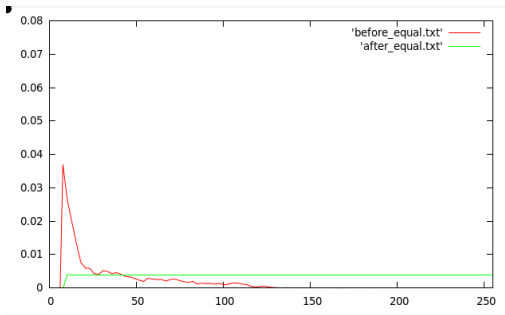
Uma forma de garantir que o histograma de  $\hat{J}$  seja mesmo uniforme é equalizar a imagem seguindo os passos abaixo.

- 1 Ordene os pixels da imagem  $\hat{I}$  por ordem crescente de brilho.
- 2 Divida a sequência ordenada de pixels em  $H + 1$  intervalos,  $k = 0, 1, \dots, H$ , com um mesmo número de pixels cada.
- 3 Gere a imagem  $\hat{J}$ , onde  $J(p)$  é o intervalo  $k$  no qual o pixel  $p$  tem seu brilho  $I(p)$  mapeado.

# Após equalização por ordenação



(a) Original equalizada



(b) Histogramas antes e depois

# Casamento de histogramas

Sejam  $\hat{I}_1 = (D_{I_1}, I_1)$  e  $\hat{I}_2 = (D_{I_2}, I_2)$  duas imagens cinza. Suponha que desejamos fazer com que o histograma de  $\hat{I}_1$  fique parecido com o histograma de  $\hat{I}_2$ .

- Sejam  $T_1$  e  $T_2$  as transformações de equalização para  $\hat{I}_1$  e  $\hat{I}_2$ . Após equalização, podemos assumir que os histogramas das imagens resultantes são iguais e uniformes.
- A inversa  $T_2^{-1}$  aplicada à equalização  $T_1$ , deve gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_{I_1}, J)$  com histograma parecido com o de  $\hat{I}_2$ .

$$J(p) = T_2^{-1}(T_1(I_1(p)))$$

O casamento entre imagens coloridas requer conversão de *RGB* para *YCbCr*, o casamento entre os componentes de brilho, e a volta de *YCbCr* para *RGB*.

# Casamento de histogramas

Sejam  $\hat{I}_1 = (D_{I_1}, I_1)$  e  $\hat{I}_2 = (D_{I_2}, I_2)$  duas imagens cinza. Suponha que desejamos fazer com que o histograma de  $\hat{I}_1$  fique parecido com o histograma de  $\hat{I}_2$ .

- Sejam  $T_1$  e  $T_2$  as transformações de equalização para  $\hat{I}_1$  e  $\hat{I}_2$ . Após equalização, podemos assumir que os histogramas das imagens resultantes são iguais e uniformes.
- A inversa  $T_2^{-1}$  aplicada à equalização  $T_1$ , deve gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_{I_1}, J)$  com histograma parecido com o de  $\hat{I}_2$ .

$$J(p) = T_2^{-1}(T_1(I_1(p)))$$

O casamento entre imagens coloridas requer conversão de *RGB* para *YCbCr*, o casamento entre os componentes de brilho, e a volta de *YCbCr* para *RGB*.

# Casamento de histogramas

Sejam  $\hat{I}_1 = (D_{I_1}, I_1)$  e  $\hat{I}_2 = (D_{I_2}, I_2)$  duas imagens cinza. Suponha que desejamos fazer com que o histograma de  $\hat{I}_1$  fique parecido com o histograma de  $\hat{I}_2$ .

- Sejam  $T_1$  e  $T_2$  as transformações de equalização para  $\hat{I}_1$  e  $\hat{I}_2$ . Após equalização, podemos assumir que os histogramas das imagens resultantes são iguais e uniformes.
- A inversa  $T_2^{-1}$  aplicada à equalização  $T_1$ , deve gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_{I_1}, J)$  com histograma parecido com o de  $\hat{I}_2$ .

$$J(p) = T_2^{-1}(T_1(I_1(p)))$$

O casamento entre imagens coloridas requer conversão de *RGB* para *YCbCr*, o casamento entre os componentes de brilho, e a volta de *YCbCr* para *RGB*.

# Casamento de histogramas

Sejam  $\hat{I}_1 = (D_{I_1}, I_1)$  e  $\hat{I}_2 = (D_{I_2}, I_2)$  duas imagens cinza. Suponha que desejamos fazer com que o histograma de  $\hat{I}_1$  fique parecido com o histograma de  $\hat{I}_2$ .

- Sejam  $T_1$  e  $T_2$  as transformações de equalização para  $\hat{I}_1$  e  $\hat{I}_2$ . Após equalização, podemos assumir que os histogramas das imagens resultantes são iguais e uniformes.
- A inversa  $T_2^{-1}$  aplicada à equalização  $T_1$ , deve gerar uma imagem  $\hat{J} = (D_{I_1}, J)$  com histograma parecido com o de  $\hat{I}_2$ .

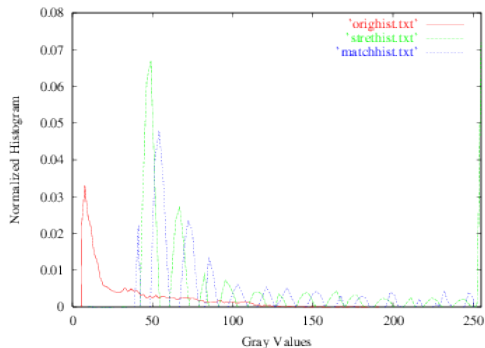
$$J(p) = T_2^{-1}(T_1(I_1(p)))$$

O casamento entre imagens coloridas requer conversão de *RGB* para *YCbCr*, o casamento entre os componentes de brilho, e a volta de *YCbCr* para *RGB*.

# Casamento de histogramas: original e linearmente transformada



(a) Após casamento



(b) Histogramas antes e depois

# Exercícios

Considerando imagens cinzas, escreva os algoritmos em linguagem de alto nível para:

- 1 Transformação linear.
- 2 Equalização pelo histograma acumulado.
- 3 Casamento de histogramas.



# Bibliografia

- Processamento de Imagens Digitais (Gonzalez & Woods)
  - Seção 2.4.6 - Operações Lógico-Aritméticas
  - Cap. 4 – Realce de Imagens
- Análise de Imagens (Pedrini & Schwartz)
  - Seção 2.11.8 - Operações Lógicas e Aritméticas
  - Cap. 4 – Realce de Imagens
- Notas de aula do Prof. Falcão:
  - <http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo443/aula2.pdf> (Seção 4)
  - <http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo443/aula6.pdf>
  - <http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo443/aula7.pdf>
- Skimage:
  - Histogram **exposure** module:  
<http://scikit-image.org/docs/dev/api/skimage.exposure.html>