

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Университет ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЁТ

по лабораторной работе №1

по дисциплине

«Линейные системы автоматического управления»

по теме:

ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
(ВАРИАНТ 12)

Студент:

Группа R3343

Ткачёв И.Ю.

Предподаватель:

ассистент

Пашенко А.В.

Санкт-Петербург
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	ОДНОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-ВЫХОД	3
1.1	Математическая модель системы	3
1.2	Структурная схема системы	3
1.3	Графики сигналов	4
2	ПЕРЕХОД ОТ ФОРМЫ ВХОД-ВЫХОД К ФОРМЕ ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД.....	6
2.1	Математические модели системы	6
2.2	Структурные схемы системы.....	7
2.3	Графики сигналов	10
2.4	Выводы	11
3	МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-ВЫХОД	12
3.1	Математическая модель системы	12
3.2	Структурная схема системы	12
3.3	Графики сигналов	13
4	МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД.....	16
4.1	Математическая модель системы	16
4.2	Структурная схема системы	16
4.3	Графики сигналов	17
5	ВЫВОД	20

1 ОДНОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-ВЫХОД

1.1 Математическая модель системы

Рассмотрим математическую модель системы в виде дифференциального уравнения:

$$\ddot{y} + 7\ddot{y} + 14\dot{y} + 8y = 14\ddot{u} + 16\dot{u} + 2u$$

1.2 Структурная схема системы

Для того, чтобы составить структурную схему системы, запишем дифференциальное уравнение в ином виде:

$$\ddot{y} = 14\ddot{u} + 16\dot{u} + 2u - 7\ddot{y} - 14\dot{y} - 8y$$

$$p^3[y] = 14p^2[u] + 16p[u] + 2u - 7p^2[y] - 14p[y] - 8y$$

$$y = 14\frac{1}{p}[u] + 16\frac{1}{p^2}[u] + 2\frac{1}{p^3}[u] - 7\frac{1}{p}[y] - 14\frac{1}{p^2}[y] - 8\frac{1}{p^3}[y]$$

Теперь построим структурную схему системы с помощью блоков элементарных операций.

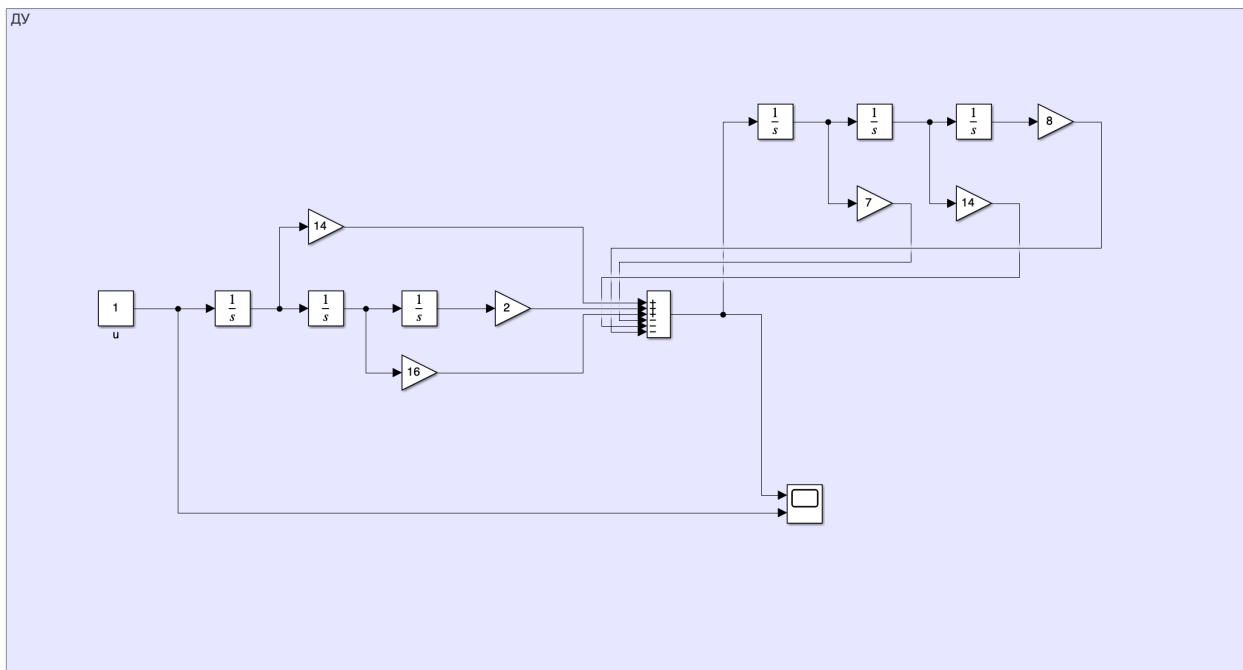


Рисунок 1 — Структурная схема системы в Simulink

1.3 Графики сигналов

После моделирования системы получим следующие графики входного и выходного сигналов.

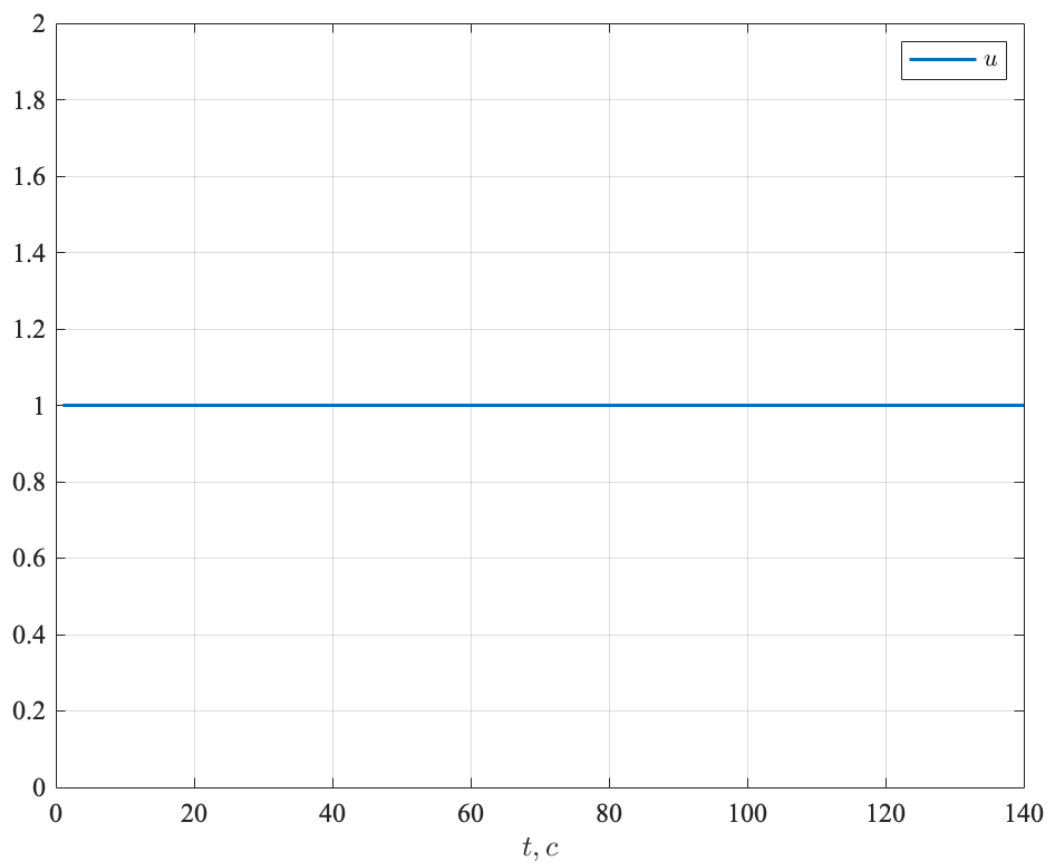


Рисунок 2 — График входного сигнала $u(t)$

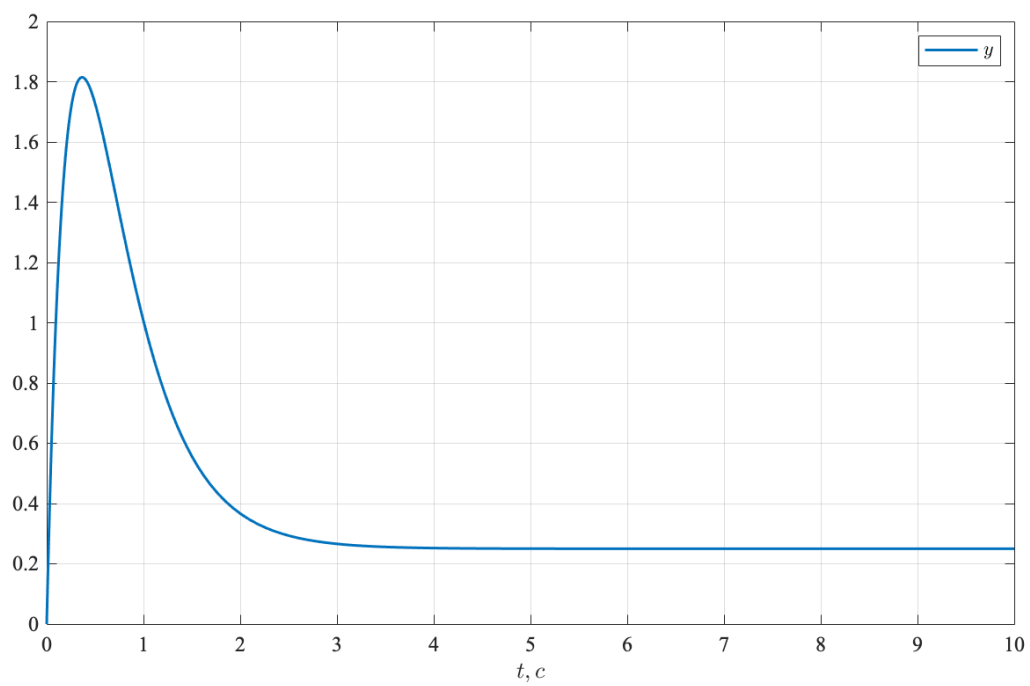


Рисунок 3 — График выходного сигнала $y(t)$

2 ПЕРЕХОД ОТ ФОРМЫ ВХОД-ВЫХОД К ФОРМЕ ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД

2.1 Математические модели системы

Для системы из **Задания 1** запишем передаточную функцию:

$$p^3[y] + 7p^2[y] + 14p[y] + 8y = 14p^2[u] + 16p^2[u] + 2u$$

$$y = \frac{14p^2 + 16p + 2}{p^3 + 7p^2 + 14p + 8}[u]$$

Также заметим, что один из нулей и полюсов системы совпали, и часть динамики системы компенсировались.

$$W(p) = \frac{14p^2 + 16p + 2}{p^3 + 7p^2 + 14p + 8} = \frac{2(7p + 1)(p + 1)}{(p + 1)(p + 2)(p + 4)} = \frac{14p + 2}{p^2 + 6p + 8}$$

Теперь перейдем к форме вход-состояние-выход:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

Запишем матрицы системы для канонической **управляемой** формы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 14 \end{pmatrix}$$

Для канонической **наблюдаемой** формы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -8 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Для канонической **диагональной** формы:

$$W(p) = \frac{14p + 2}{p^2 + 6p + 8} = \frac{-13}{p + 2} + \frac{27}{p + 4}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -13 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2 Структурные схемы системы

Построим структурные схемы приведенных форм систем с помощью блоков элементарных операций.

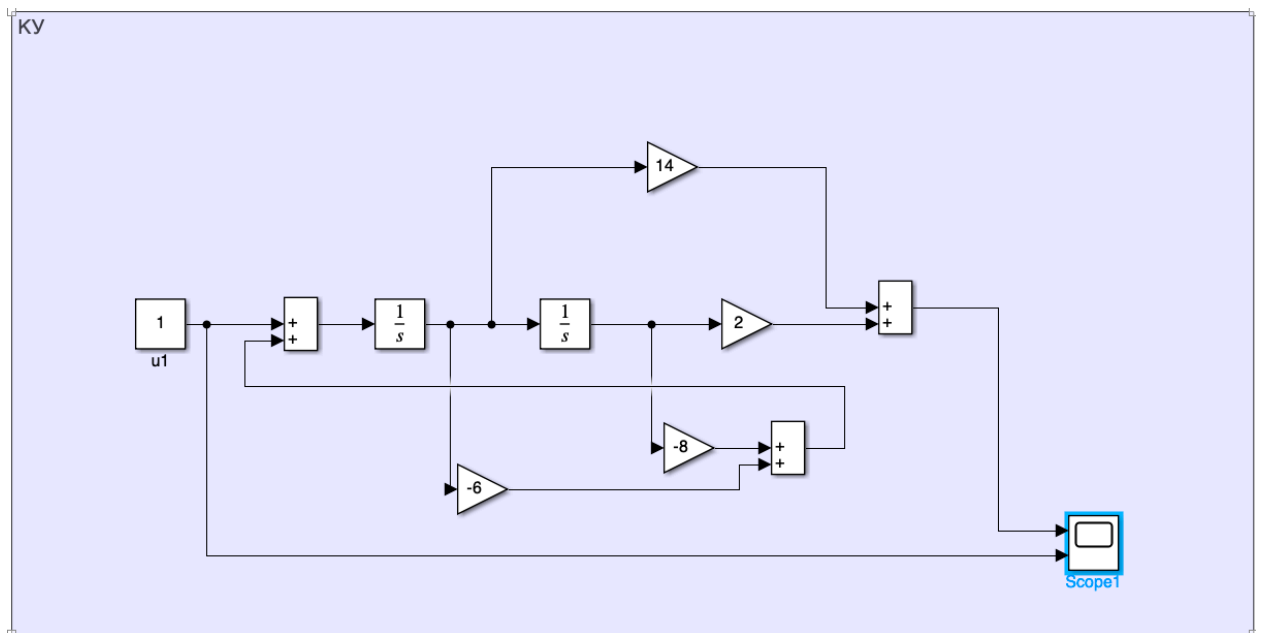


Рисунок 4 — Структурная схема системы в канонической управляемой форме

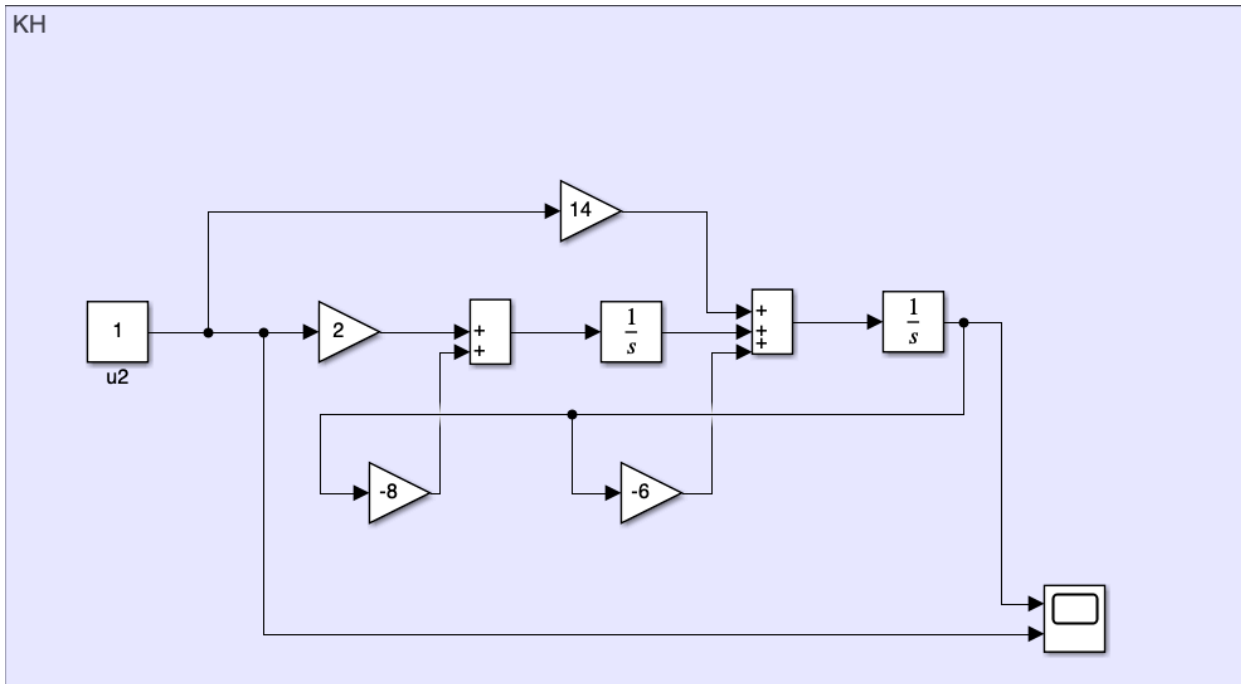


Рисунок 5 — Структурная схема системы в канонической наблюдаемой форме

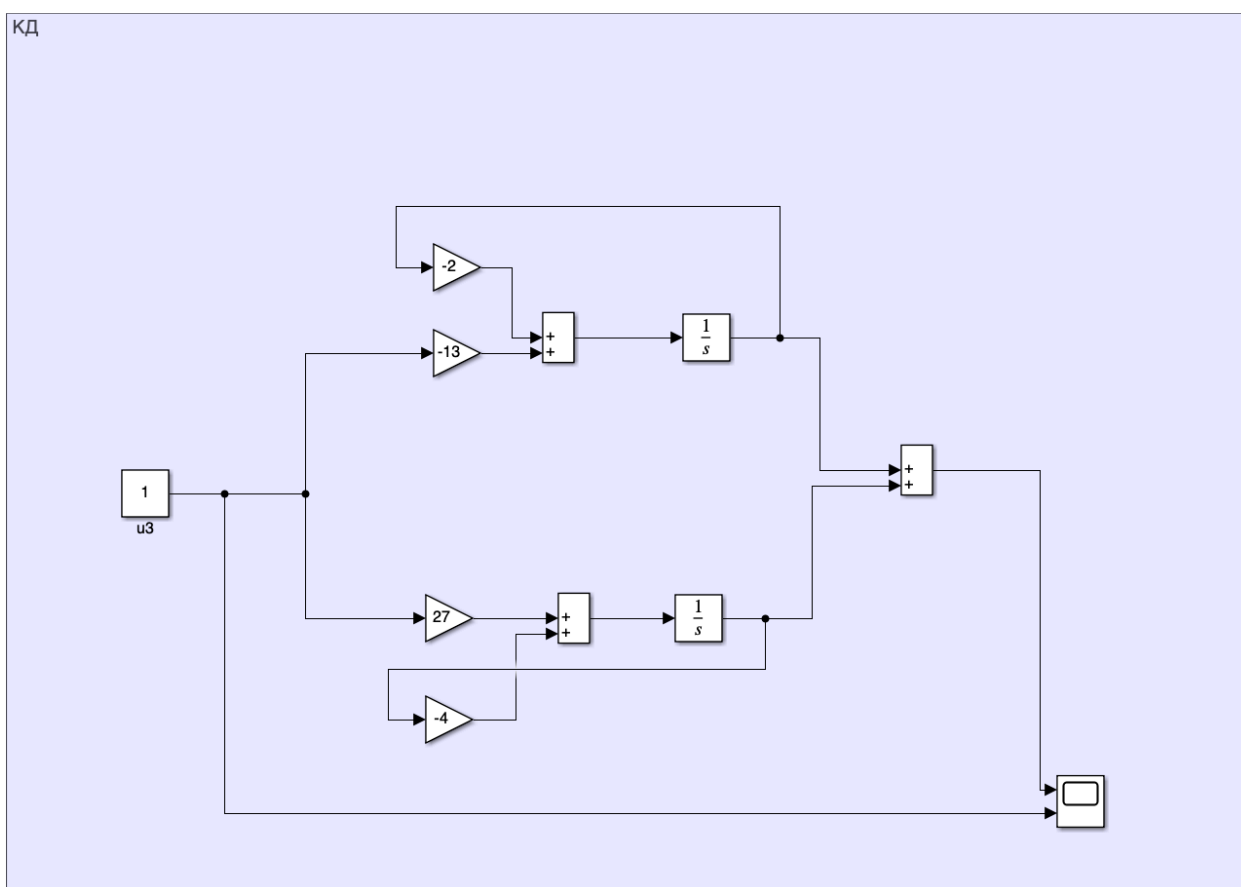


Рисунок 6 — Структурная схема системы в канонической диагональной форме

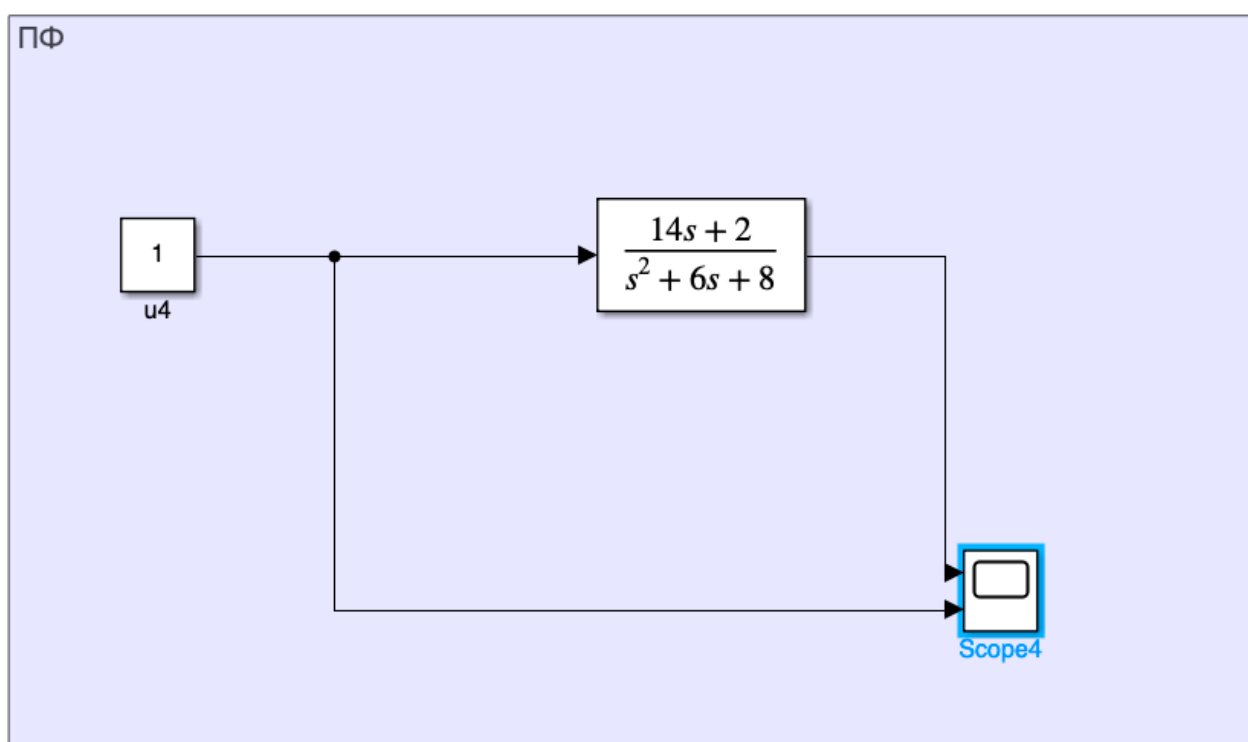


Рисунок 7 — Структурная схема системы (передаточная функция)

2.3 Графики сигналов

Приведу графики, полученные в результате моделирования.

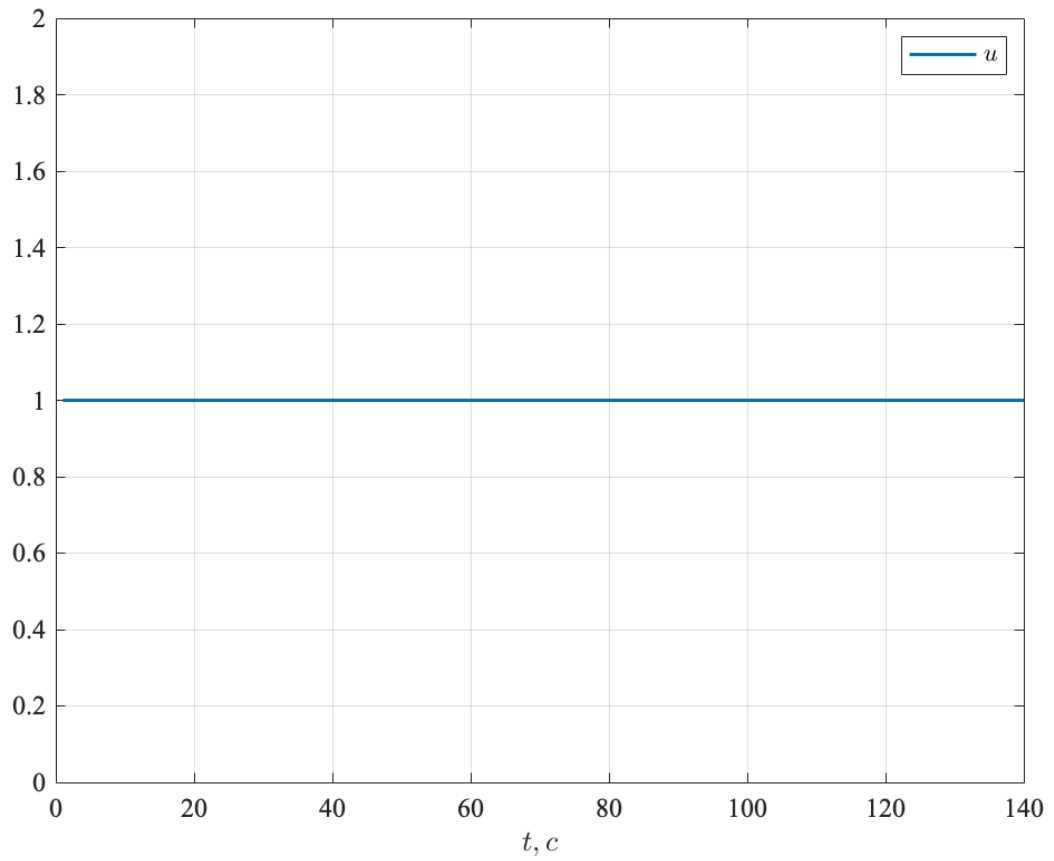


Рисунок 8 — График входного сигнала $u(t)$

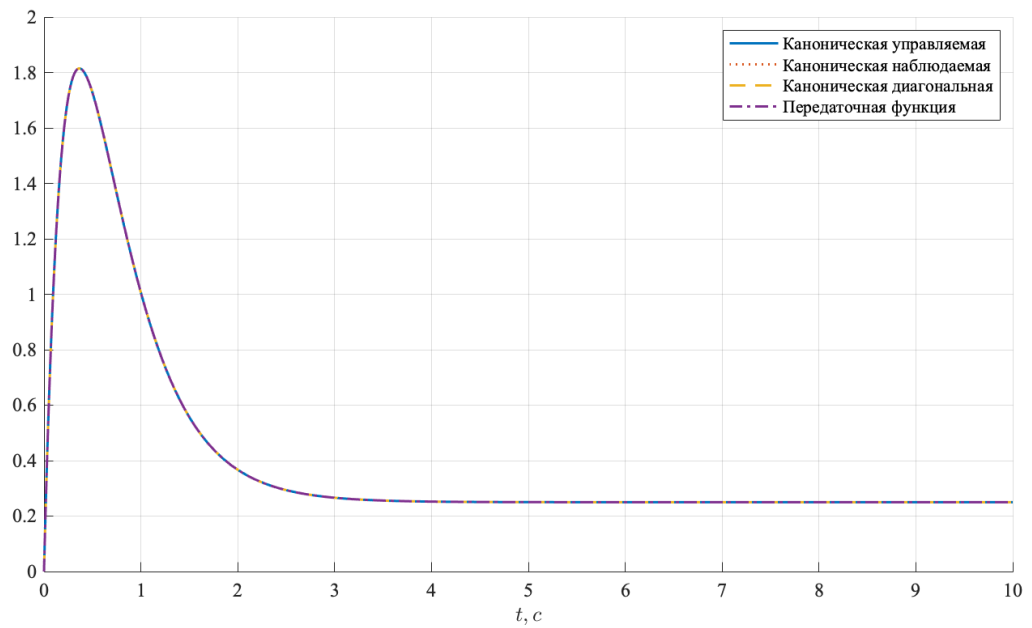


Рисунок 9 — Графики выходного сигнала $y(t)$

2.4 Выводы

Результаты моделирования различных форм вход-состояние-выход идентичны результатам для формы вход-выход. Эти различные формы представления систем описывают одну динамическую систему.

3 МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-ВЫХОД

3.1 Математическая модель системы

Рассмотрим математическую модель многоканальной системы в форме ВХОД-ВЫХОД:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t)$$
$$A(p) = \begin{pmatrix} p + 14 & p + 2 \\ p + 7 & p + 3 \end{pmatrix}$$
$$B(p) = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Найдем передаточную функцию данной системы:

$$y(t) = A^{-1}(p)B(p)u(t)$$
$$W(p) = A^{-1}(p)B(p)$$
$$W(p) = \begin{pmatrix} p + 14 & p + 2 \\ p + 7 & p + 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{8p + 28} \begin{pmatrix} -7p - 12 & 4p + 16 \\ 7p + 112 & -4p \end{pmatrix}$$

3.2 Структурная схема системы

Составим структурную схему системы, используя блоки передаточных функций.

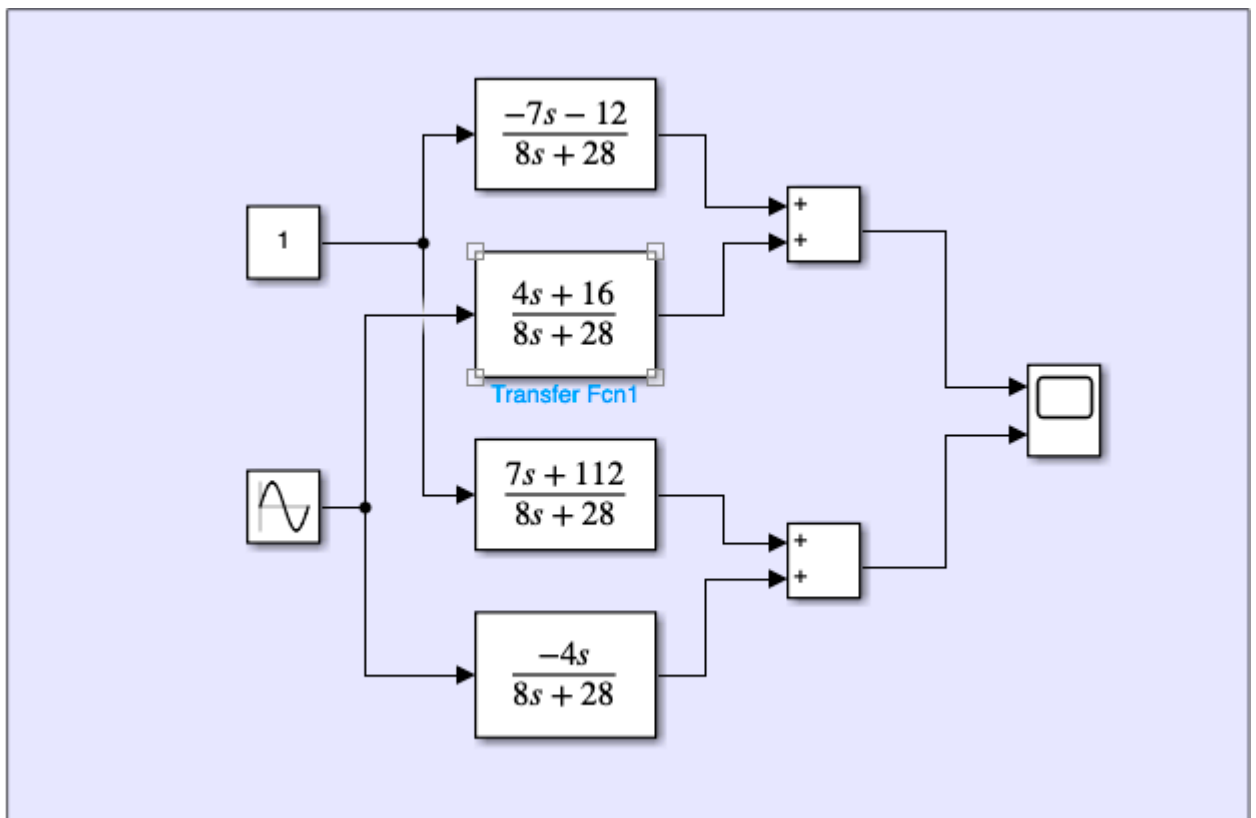


Рисунок 10 — Структурная схема многоканальной системы в форме вход-выход

3.3 Графики сигналов

Приведу графики входных и выходных сигналов, полученных в результате моделирования.

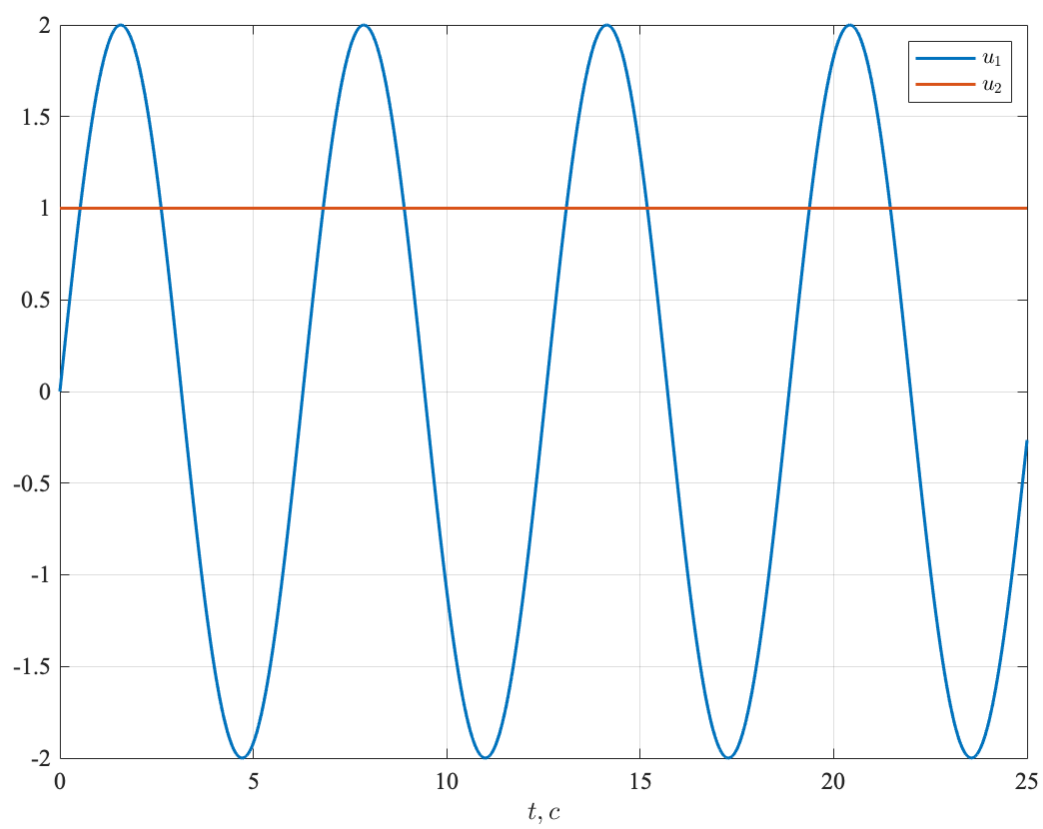


Рисунок 11 — Графики входных сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$

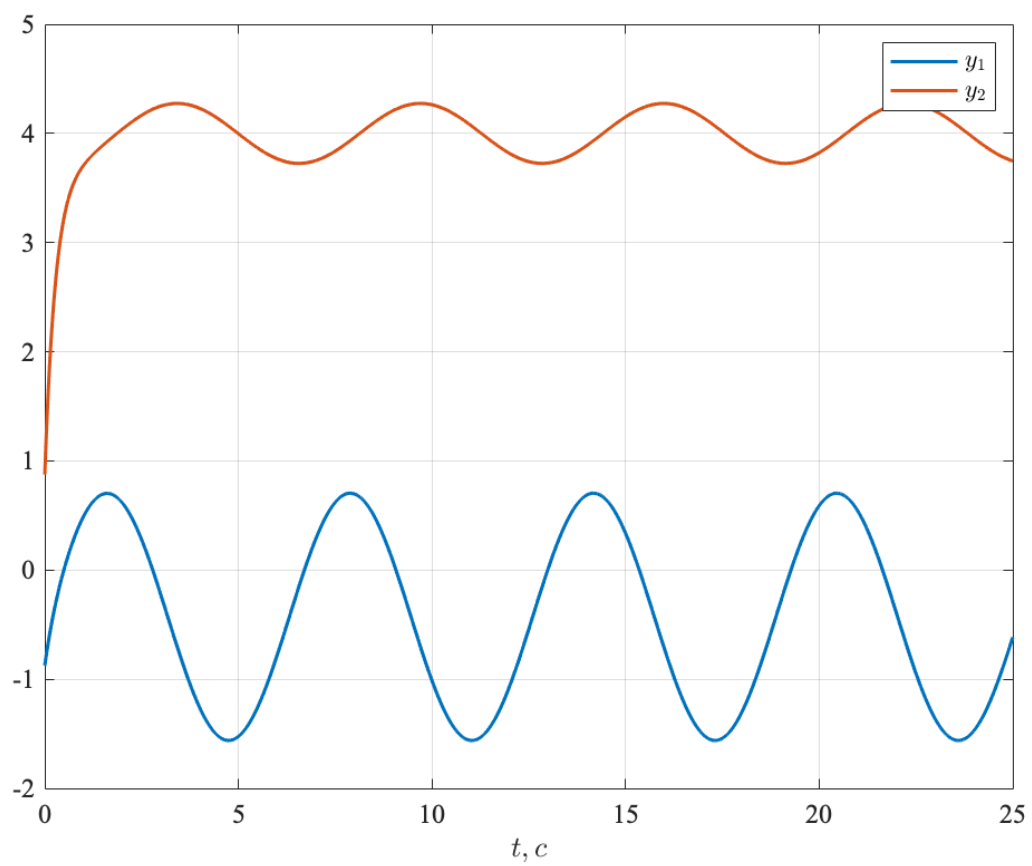


Рисунок 12 — Графики выходных сигналов $y_1(t)$ $y_2(t)$

4 МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В ФОРМЕ ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД

4.1 Математическая модель системы

Рассмотрим математическую модель многоканальной системы в форме ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

4.2 Структурная схема системы

Составим структурную схему многоканальной системы в форме вход-состояние выход, используя блоки элементарных операций.

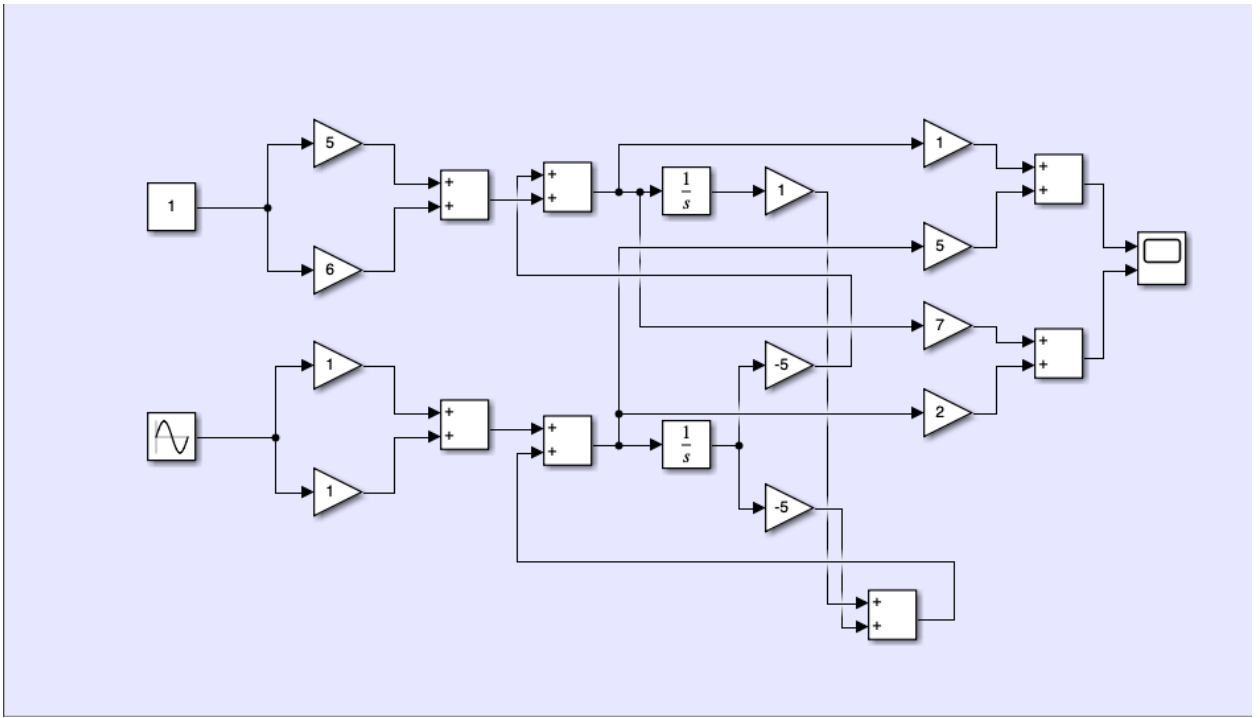


Рисунок 13 — Структурная схема многоканальной системы в форме вход-состояние-выход

4.3 Графики сигналов

Приведу графики входных и выходных сигналов, полученных в результате моделирования.

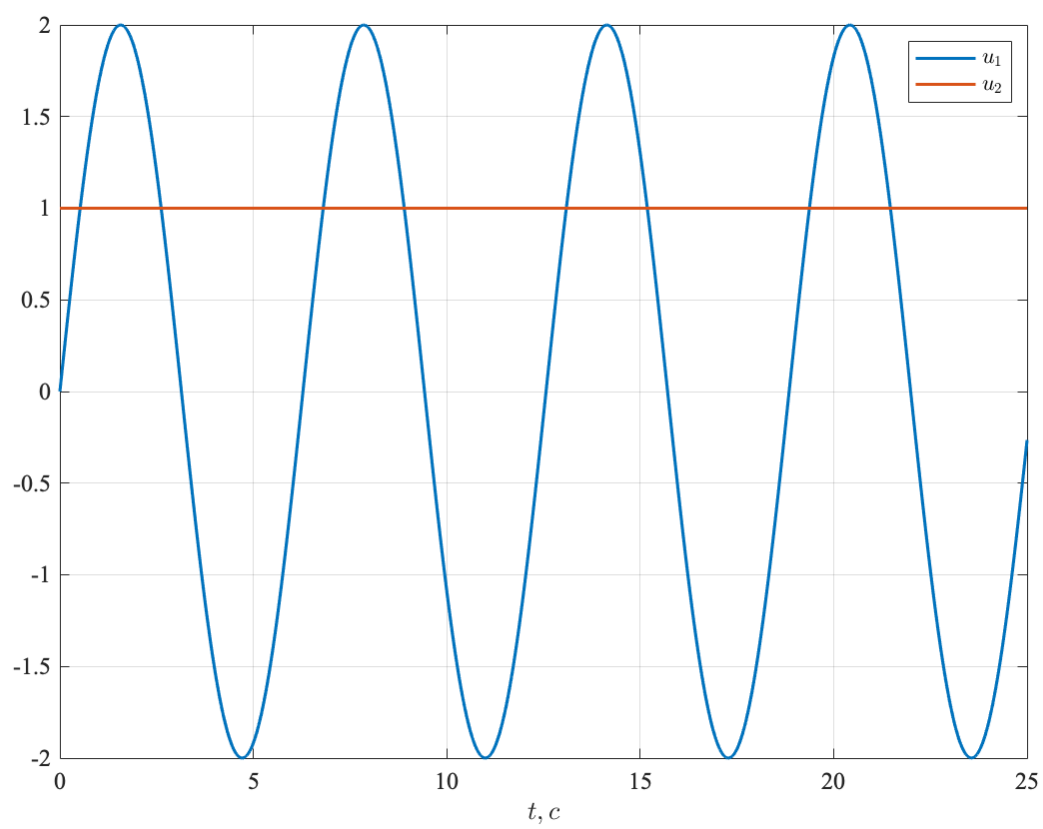


Рисунок 14 — Графики входных сигналов $u_1(t)$ и $u_2(t)$

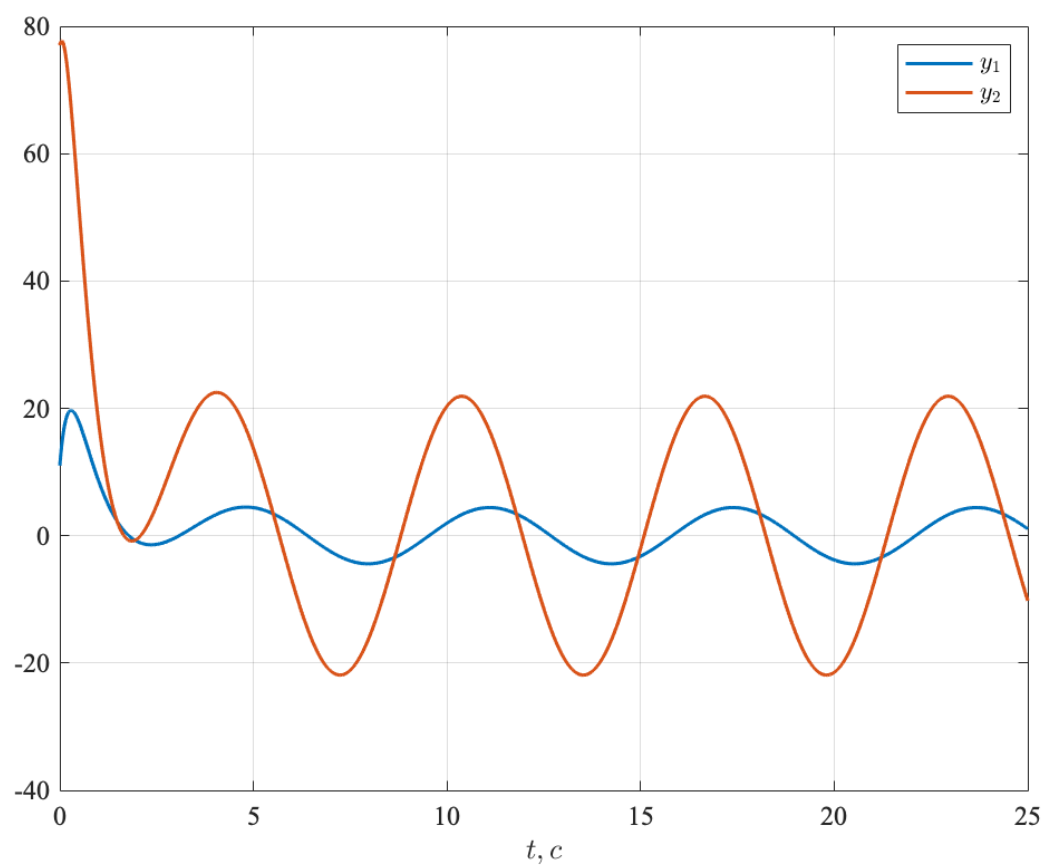


Рисунок 15 — Графики выходных сигналов $y_1(t)$ $y_2(t)$

5 ВЫВОД

В данной лабораторной работе мы рассмотрели различные способы описания динамических систем, как аналитические(вход-выход, вход-состояние-выход), так и графоаналитические (структурные схемы). Как и ожидалось, в ходе моделирования различные формы представления системы показали одинаковые результаты, так описывают одну динамическую систему. Также были рассмотрены многоканальные системы.