



# Punkty stacjonarne i ekstrema wielomianów Horner + Newton



# Główna Funkcja

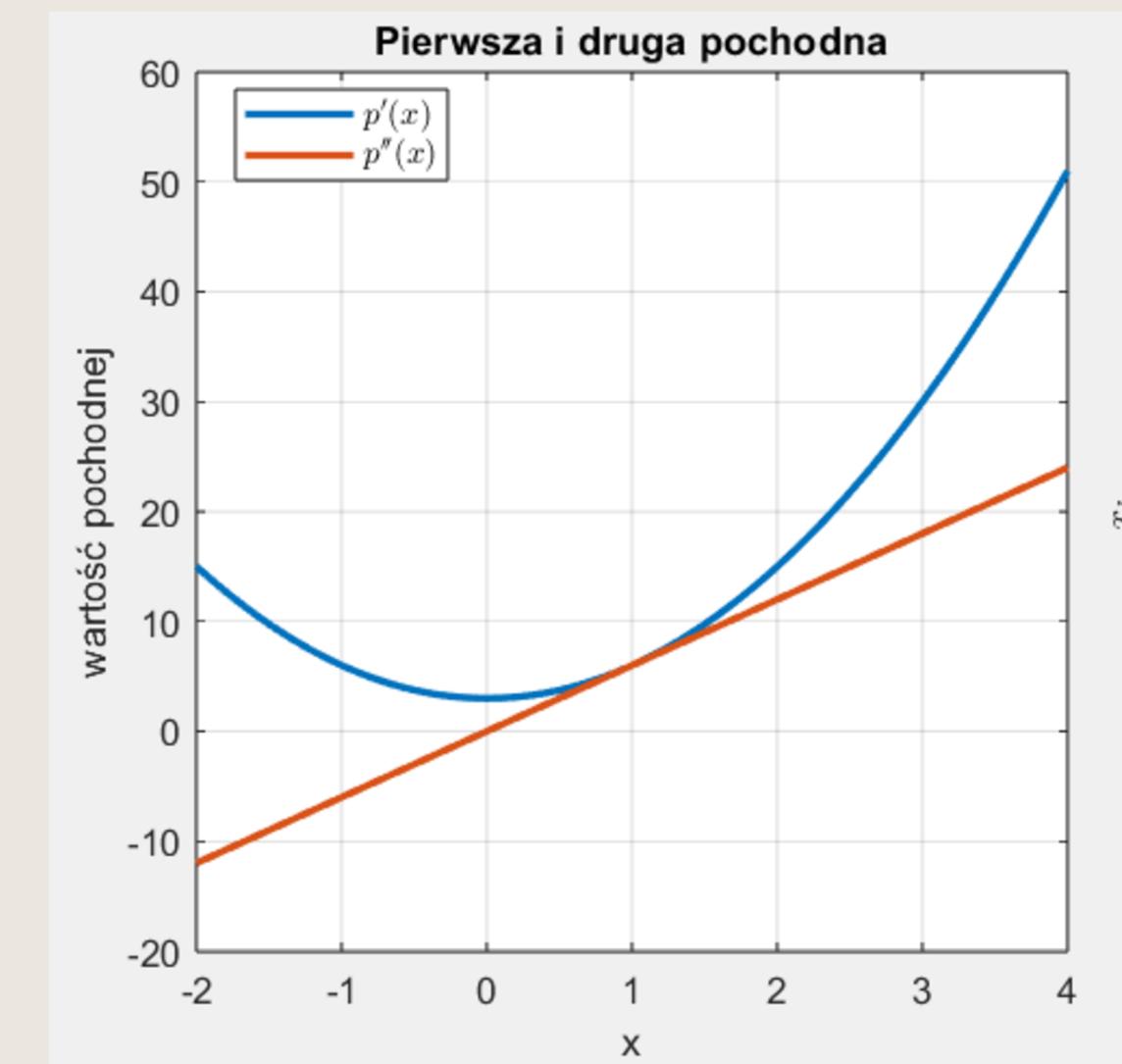
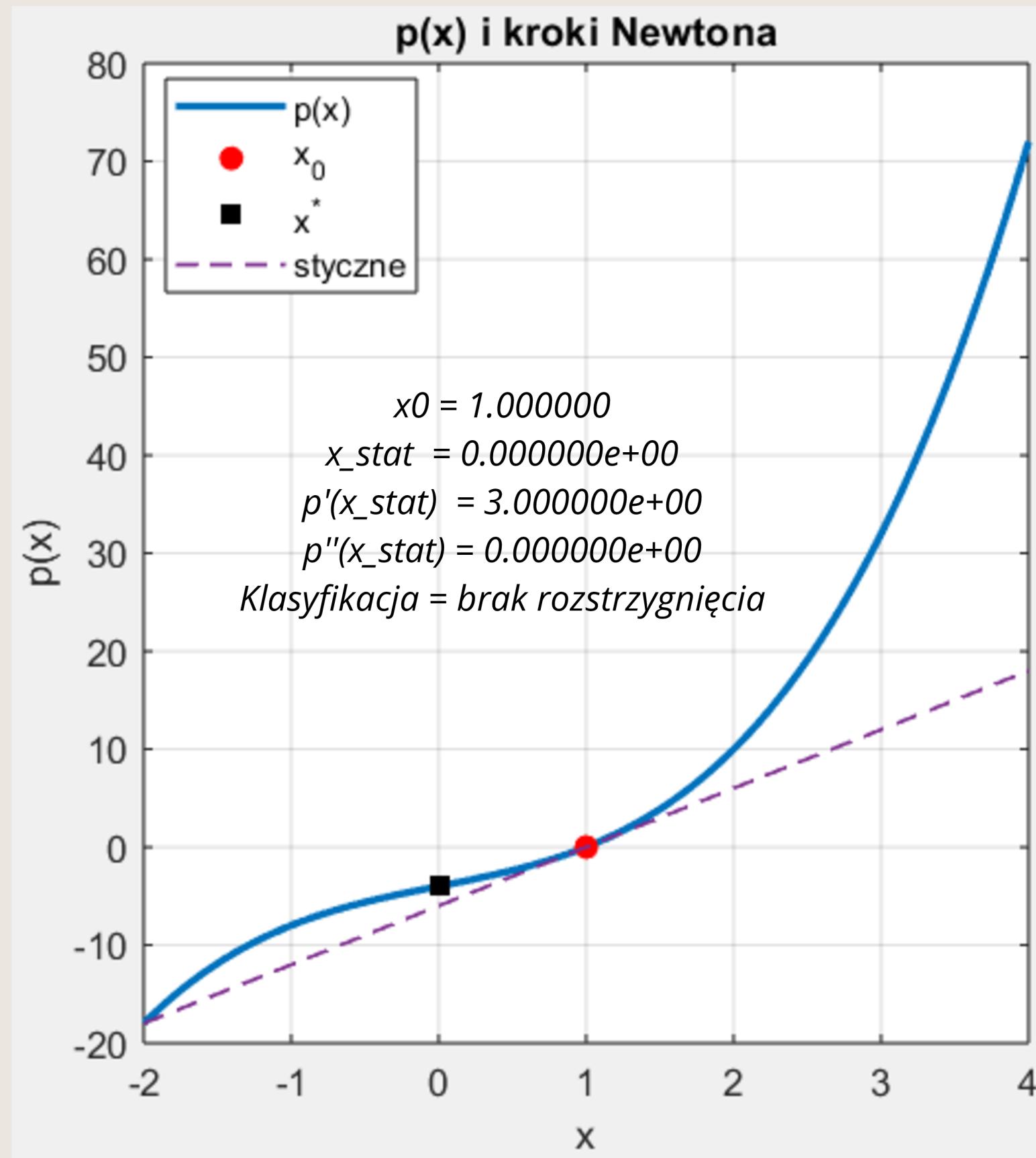
## *znajdzPunktStacjonarny.m*

```
function [x_stat, p1, p2, klasyfikacja, xHist] = znajdzPunktStacjonarny(wsp, x0,
tol, tol2, maxIter)
    x = x0;
    xHist = x;
    for k = 1:maxIter
        p1 = ocenaHorneraPoch1(wsp, x);
        p2 = ocenaHorneraPoch2(wsp, x);
        if abs(p1) < tol
            break;
        end
        if abs(p2) < tol2
            warning('Druga pochodna (w przybliżeniu) ≈ 0 - przerwanie.');
            break;
        end
        x = x - p1/p2;
        xHist(end+1) = x;
    end
    x_stat = x;
    if abs(p2) < tol2
        klasyfikacja = 'brak rozstrzygnięcia';
    elseif p2 > 0
        klasyfikacja = 'minimum';
    else
        klasyfikacja = 'maksimum';
    end
end
```

**Funkcje pomocnicze:**  
*ocenaHornera.m*  
*ocenaHorneraPoch1.m*  
*ocenaHorneraPoch2.m*



$$p(x) = x^3 + 3x - 4$$





# Szczegółowe wyniki

x0	x_stat	p1	p2	klasyfikacja
-3	-5.17179946840993	3.02752776878653	0.574746226989222	"minimum"
-2.5	-14.2052002503218	2430.44886222478	-170.673332265757	"maksimum"
-2	5.17179946840993	3.02752776878653	-0.574746226989222	"maksimum"
-1.5	-4.8496869088459	291.202329304698	-58.8084003494091	"maksimum"
-1	0	3	0	"brak rozstrzygnięcia"
-0.5	-5.17179946840993	3.02752776878653	0.574746226989222	"minimum"
0	0	3	0	"brak rozstrzygnięcia"
0.5	5.17179946840993	3.02752776878653	-0.574746226989222	"maksimum"
1	0	3	0	"brak rozstrzygnięcia"
1.5	4.8496869088459	291.202329304698	58.8084003494091	"minimum"
2	-5.17179946840993	3.02752776878653	0.574746226989222	"minimum"
2.5	14.2052002503218	2430.44886222478	170.673332265757	"minimum"
3	5.17179946840993	3.02752776878653	-0.574746226989222	"maksimum"

II

$$p(x) = x^4 + 2x^2 + 1$$

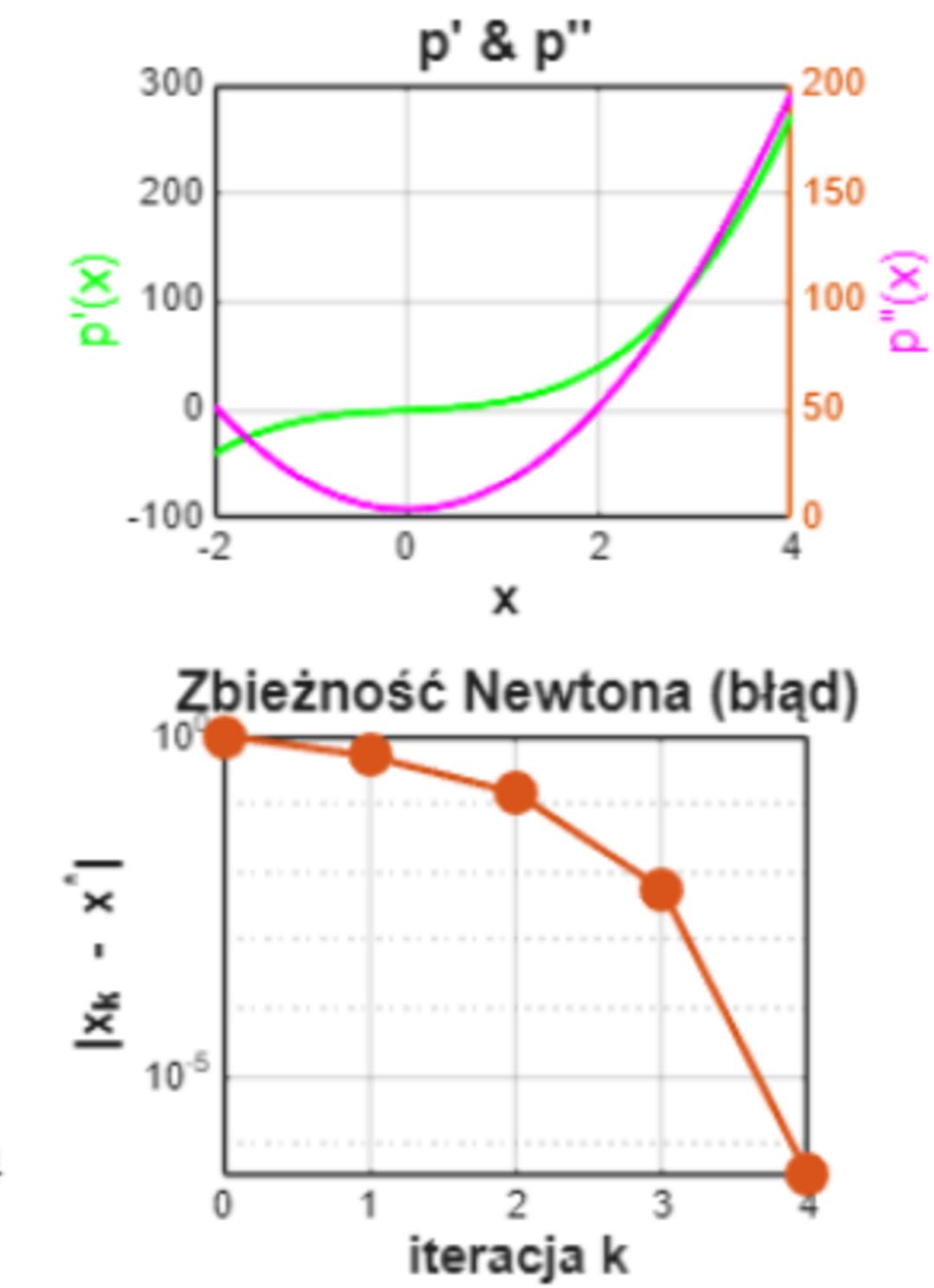
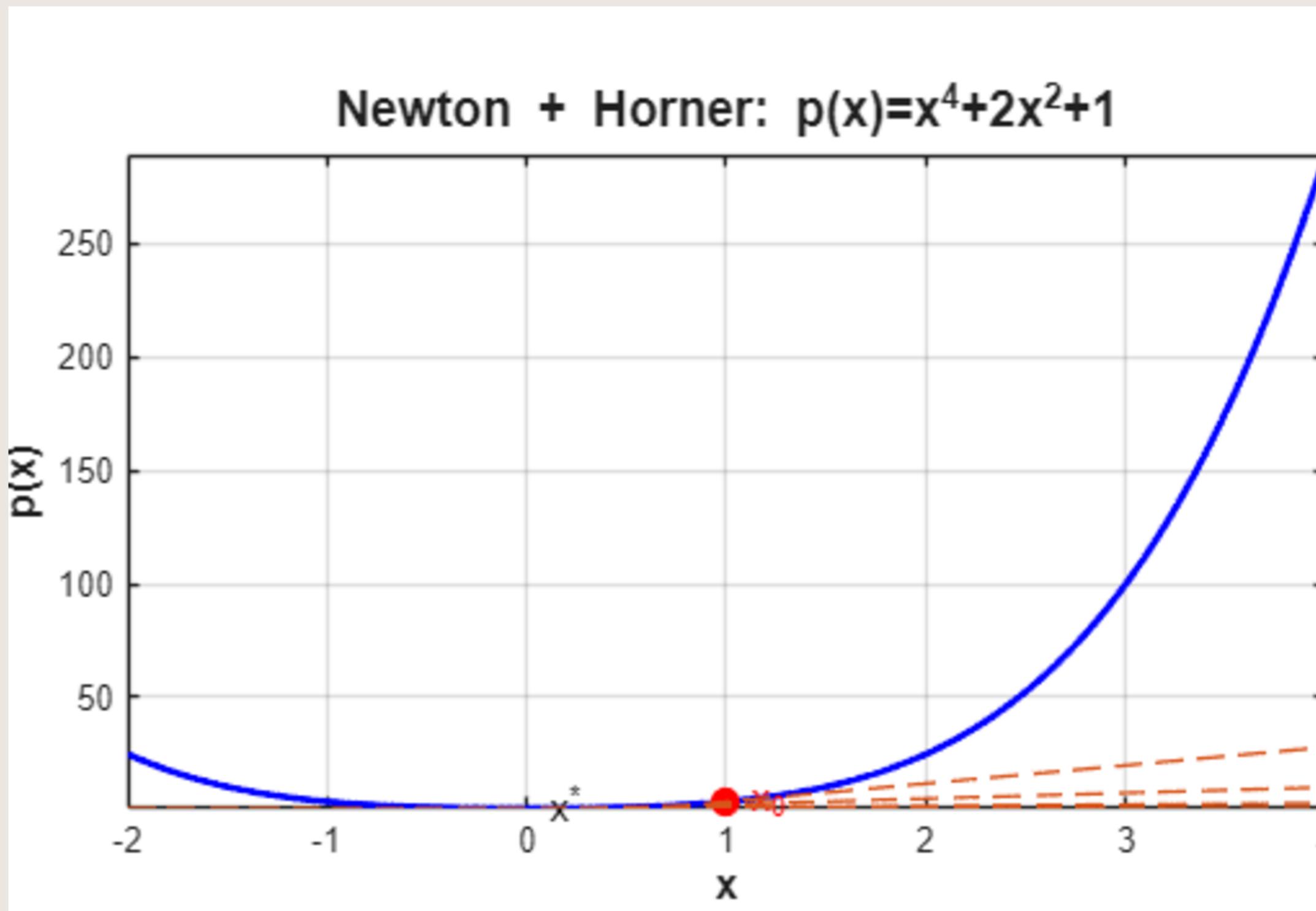
$$x_0 = 1.000000$$

$$x_{stat} = 7.300365214148e-20$$

$$p'(x_{stat}) = 2.920146085659e-19$$

$$p''(x_{stat}) = 4.000000000000e+00$$

Klasyfikacja = minimum



# Przykład 2 - stabilność zbieżności (różne $x_0$ )

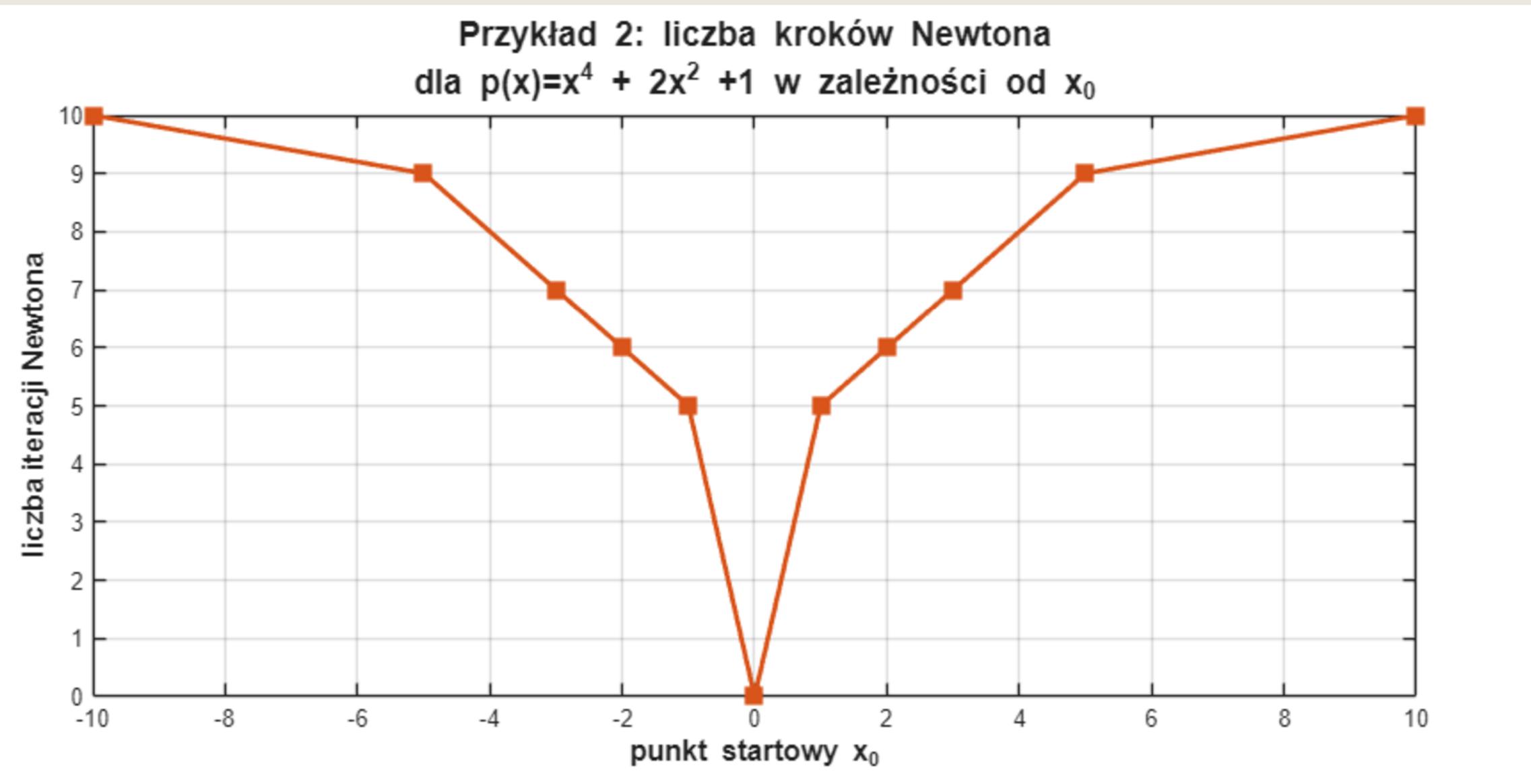
$x_0$	$x_{\text{stat}}$	$p1_{\text{at\_xstat}}$	$p2_{\text{at\_xstat}}$	klasyfikacja
-20	-7.41153828847513e-22	-2.96461531539005e-21	4	"minimum"
-10	-4.85410018115969e-16	-1.94164007246388e-15	4	"minimum"
-3	-1.49100668606333e-14	-5.96402674425331e-14	4	"minimum"
-2.5	-1.38966342908909e-22	-5.55865371635635e-22	4	"minimum"
-2	-2.07502905916895e-13	-8.30011623667581e-13	4	"minimum"
-1	-7.300365214148e-20	-2.9201460856592e-19	4	"minimum"
-0.5	-7.300365214148e-20	-2.9201460856592e-19	4	"minimum"
0	0	0	4	"minimum"
0.5	7.300365214148e-20	2.9201460856592e-19	4	"minimum"
1	7.300365214148e-20	2.9201460856592e-19	4	"minimum"
2	2.07502905916895e-13	8.30011623667581e-13	4	"minimum"
2.5	1.38966342908909e-22	5.55865371635635e-22	4	"minimum"
3	1.49100668606333e-14	5.96402674425331e-14	4	"minimum"
10	4.85410018115969e-16	1.94164007246388e-15	4	"minimum"
20	7.41153828847513e-22	2.96461531539005e-21	4	"minimum"



$$p(x) = x^4 + 2x^2 + 1$$



Przykład 2: liczba kroków Newtona  
dla  $p(x)=x^4 + 2x^2 + 1$  w zależności od  $x_0$



Wykres przedstawia liczbę iteracji metody Newtona potrzebną do znalezienia miejsca zerowego funkcji  $p(x) = x^4 + 2x^2 + 1$  w zależności od punktu startowego  $x_0$ .

III

$$p(x) = -x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 1$$

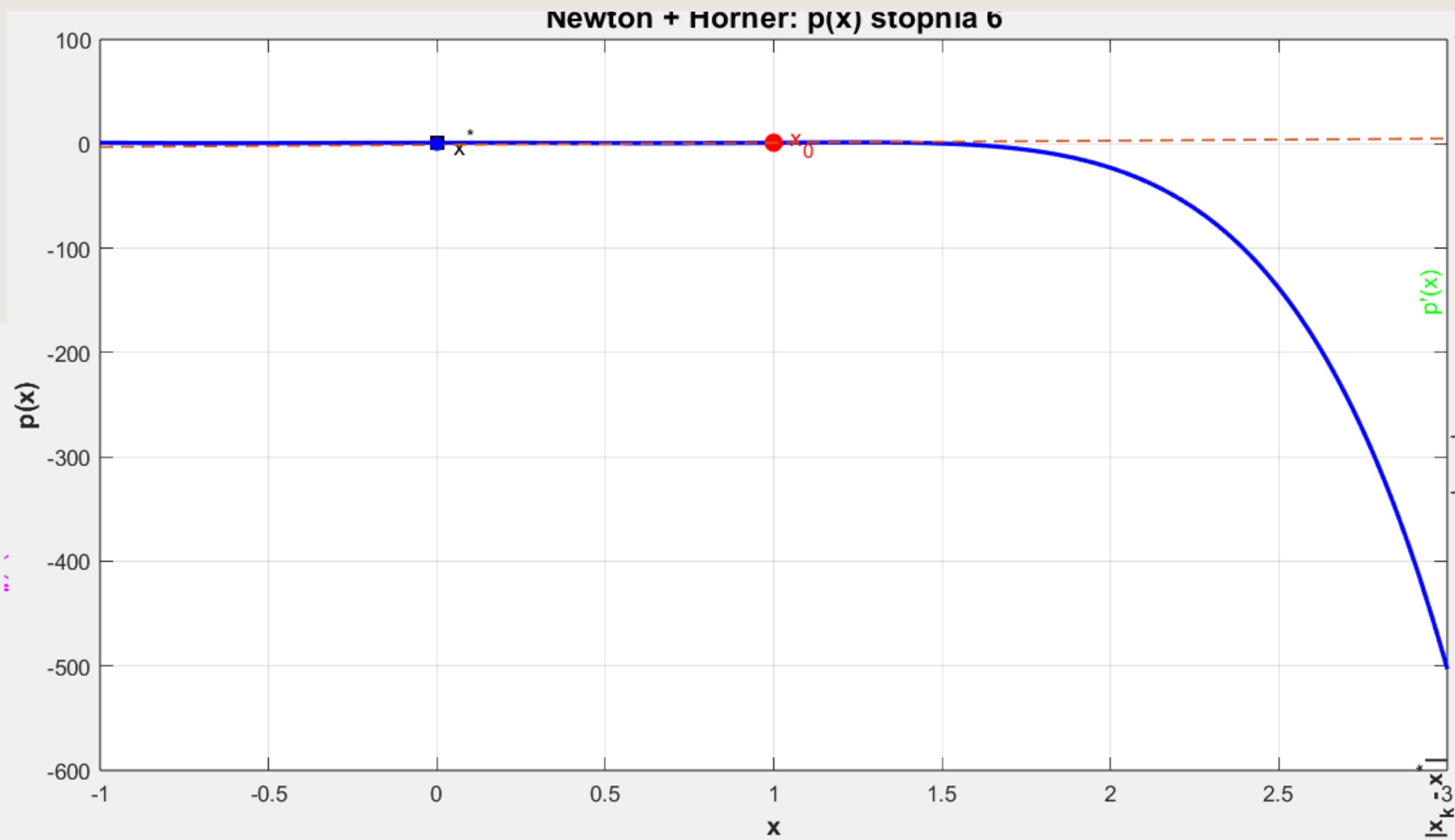
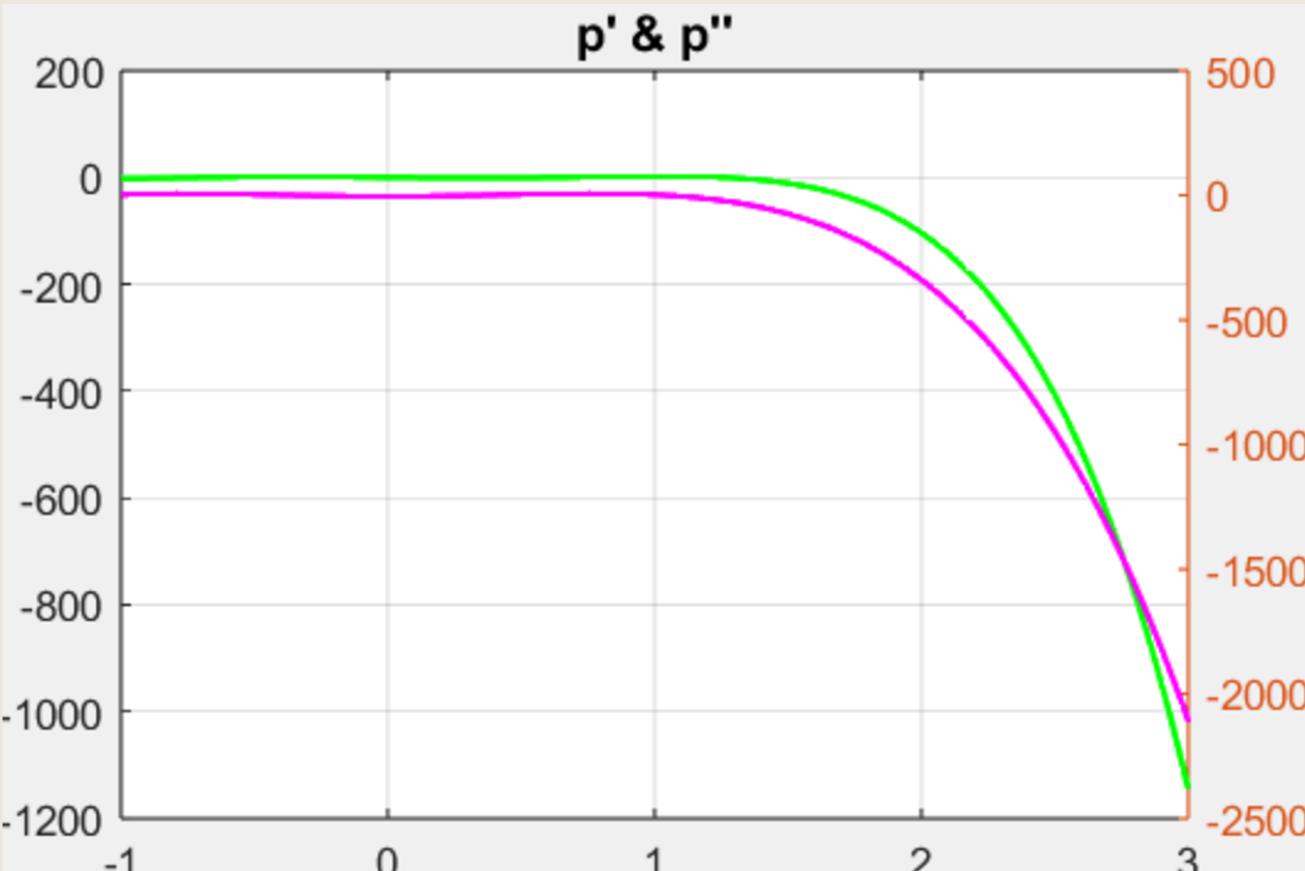
$$x_0 = 1.000000$$

$$x_{stat} = 0.00000000000e+00$$

$$p'(x_{stat}) = 0.00000000000e+00$$

$$p''(x_{stat}) = -4.00000000000e+00$$

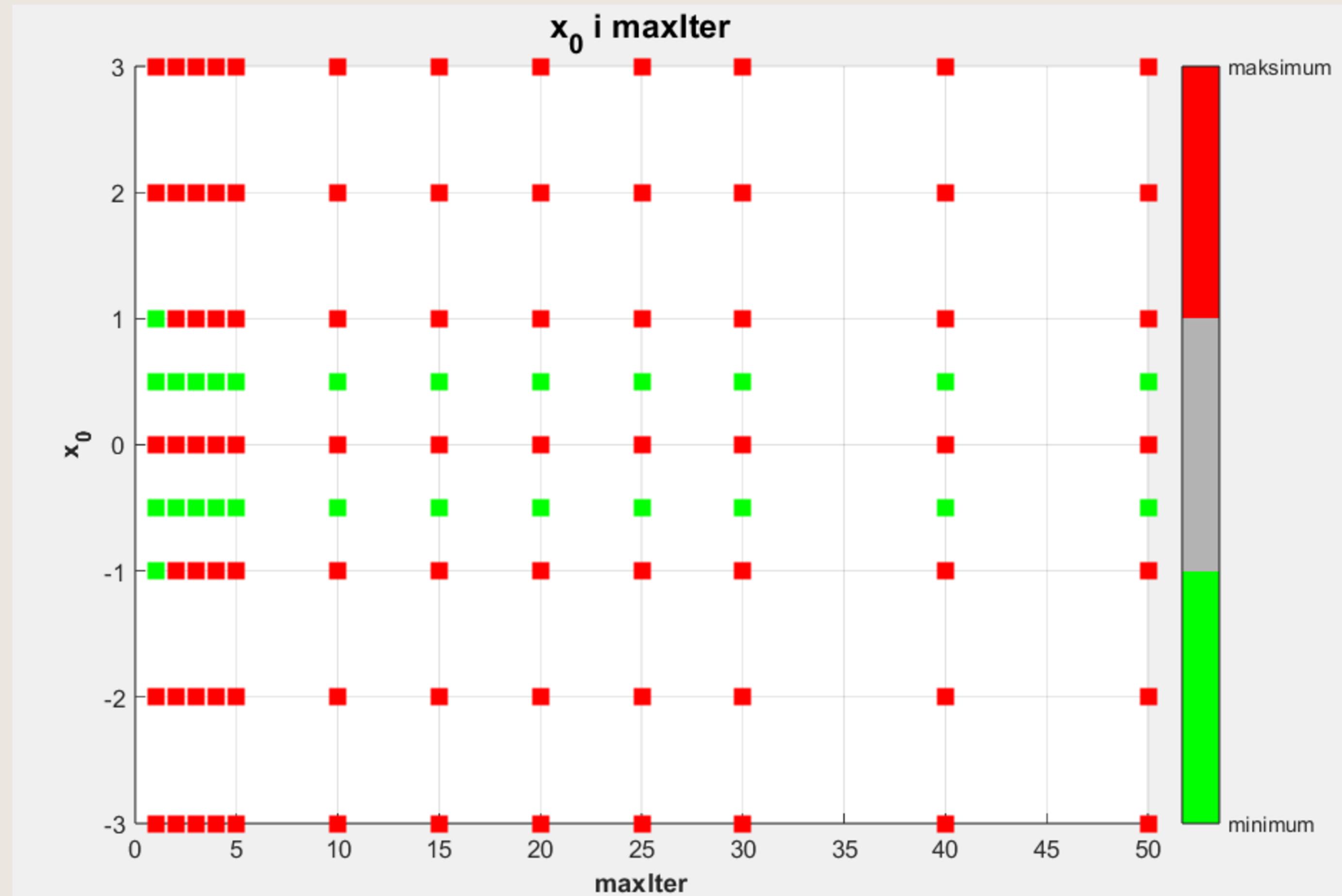
Klasyfikacja = maksimum



$$p(x) = -x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 1$$



*Wykres scatter pokazuje, jak zmienia się wynik klasyfikacji punktu stacjonarnego dla naszego wielomianu*





# Dokładne wyniki

x0	x_stat	p1_at_xstat	p2_at_xstat	klasyfikacja	iteracje
-3	-1.25592606039911	-1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	10
-2.5	-1.25592606039911	-1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	9
-2	-1.25592606039911	-1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	8
-1.5	-1.25592606039911	-1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	6
-1	0	0	-4	"maksimum"	1
-0.5	-0.650115167343736	0	5.85640646055102	"minimum"	5
0	0	0	-4	"maksimum"	0
0.5	0.650115167343736	0	5.85640646055102	"minimum"	5
1	0	0	-4	"maksimum"	1
1.5	1.25592606039911	1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	6
2	1.25592606039911	1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	8
2.5	1.25592606039911	1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	9
3	1.25592606039911	1.11548642358548e-15	-21.856406460551	"maksimum"	10

# Porównanie naszej funkcji z wbudowanymi metodami Matlaba

Wielomiany	Horner + Newton	Czas (s)	F.Matlab	Czas (s)
$x^3$	0	0,4678884	0	0,460335
$x^4 + 2x^2 + 1$	0	0,0039821	0	0,1557879
$-x^6 + 3x^4 - 2x^2 + 1$	0	0,0009795	0	0,0120103
$4x^7 - x^5 + 4x^3 + 3x^2 - x$	0.1320	0,0008462	0.1320	0,0039859
$x^9 + x^8 - 6x^3 - x^2 + 1$	-1.6149	0,0055015	-1.6149	0,0237117
$-2x^{12} + 2x^9 - 2x^6 + 2x^3$	0.8461	0,0002652	0.8461	0,0035296
$x^{17} - x$	0.8377	0,0009919	0.8377	0,0041607
$\frac{1}{2}x^{25} + x^{10} - \frac{1}{4}x^4$	0.6812	0,0024959	0.6812	0,0026847
$x^{50} + x^{40} - x^{30} - 2x^{20} + 2x^{10}$	0.9705	0,0001822	0.9705	0,0421225

**Dziękuję za uwagę**