**УДК** [519.8](https://teacode.com/online/udc/51/519.8.html)

**Задача о рюкзаке с премиями**

И.А. Бобров

СУНЦ НГУ

В работе рассматривается следующая задача. Есть n работ, каждая из которых требует некоторого дефицитного ресурса. Работы могут быть выполнены частично, но за полное выполнение работы выплачивается премия.

Математическая формулировка:

Пусть - стоимость выполнения i-ой работы, - премия за выполнение i-ой работы, - потребность i-ой работы в дефицитном ресурсе, W – кол-во дефицитного ресурса, - доход от выполнения выбранных работ. Введём следующие переменные: —равная доле работы i, выполненной работником; равная 1, если i-ая работа выполнена полностью, и 0 в противном случае. Математическая модель может быть записана следующим образом.

Если все =0, то задача сводится к полиномиально разрешимой задаче о вещественном рюкзаке. Если все =0, то получается NP-трудная задача о булевом рюкзаке, которая решается методом динамического программирования. При этом получается ступенчатая функция зависимости дохода от количества дефицитного ресурса, содержащая не более точек разрыва.

Для дальнейшего решения потребуется следующая лемма.

**Лемма.**

Существует оптимальное решение, в котором не более одной не целочисленной переменной.

Предлагается следующий алгоритм решения.

Выбрать не целочисленную переменную . Для оставшихся переменных решить задачу о булевом рюкзаке. В каждой точке разрыва дополнить полученное решения до W с помощью не целочисленной переменной , и выбрать максимальное значение. Выбрать наилучшее значение по всем переменным.

Данная задача может быть использована в оптимизации распределения времени для получения максимальной прибыли рабочим или других подобных ситуациях.

Научный руководитель — к.ф.-м.н., доцент кафедры математики СУНЦ НГУ М.Г. Пащенко

Литература:

1. Кормен, Томас Х., Лейзерсон, Чарльз И., Ривест, Рональд Л., Штайн, Клиффорд, Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание. : Пер. с англ. — М. : Издательский дом “Вильямс”, 2011. — 1296 с.