

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 1
Вариант 92

Студент
Кучерявый Игорь Дмитриевич
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $2 \leq |x_2x_10 - x_3x_4x_5| \leq 5$ и неопределенное значение при $|x_2x_10 - x_3x_4x_5| = 3$.

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_10	$x_3x_4x_5$	x_2x_10	$x_3x_4x_5$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	2	0	2	1
3	0	0	0	1	1	0	3	0	3	d
4	0	0	1	0	0	0	4	0	4	1
5	0	0	1	0	1	0	5	0	5	1
6	0	0	1	1	0	0	6	0	6	0
7	0	0	1	1	1	0	7	0	7	0
8	0	1	0	0	0	4	0	4	0	1
9	0	1	0	0	1	4	1	4	1	d
10	0	1	0	1	0	4	2	4	2	1
11	0	1	0	1	1	4	3	4	3	0
12	0	1	1	0	0	4	4	4	4	0
13	0	1	1	0	1	4	5	4	5	0
14	0	1	1	1	0	4	6	4	6	1
15	0	1	1	1	1	4	7	4	7	d
16	1	0	0	0	0	2	0	2	0	1
17	1	0	0	0	1	2	1	2	1	0
18	1	0	0	1	0	2	2	2	2	0
19	1	0	0	1	1	2	3	2	3	0
20	1	0	1	0	0	2	4	2	4	1
21	1	0	1	0	1	2	5	2	5	d
22	1	0	1	1	0	2	6	2	6	1
23	1	0	1	1	1	2	7	2	7	1
24	1	1	0	0	0	6	0	6	0	0
25	1	1	0	0	1	6	1	6	1	1
26	1	1	0	1	0	6	2	6	2	1
27	1	1	0	1	1	6	3	6	3	d
28	1	1	1	0	0	6	4	6	4	1
29	1	1	1	0	1	6	5	6	5	0
30	1	1	1	1	0	6	6	6	6	0
31	1	1	1	1	1	6	7	6	7	0

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
m_2	00010	✓	m_2-m_3	0001X		$m_4-m_5-m_{20}-m_{21}$	X010X	0001X
m_4	00100	✓	m_4-m_5	0010X	✓	$m_{20}-m_{21}-m_{22}-m_{23}$	101XX	0100X
m_8	01000	✓	m_8-m_9	0100X				010X0
m_{16}	10000	✓	m_8-m_{10}	010X0				0X010
m_5	00101	✓	m_2-m_{10}	0X010				10X00
m_{10}	01010	✓	$m_{16}-m_{20}$	10X00				01X10
m_{20}	10100	✓	m_4-m_{20}	X0100	✓			1X100
m_3	00011	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10				X1001
m_9	01001	✓	$m_{20}-m_{21}$	1010X	✓			X1010
m_{14}	01110	✓	$m_{20}-m_{22}$	101X0	✓			0111X
m_{22}	10110	✓	$m_{20}-m_{28}$	1X100				1101X
m_{25}	11001	✓	m_5-m_{21}	X0101	✓			110X1
m_{26}	11010	✓	m_9-m_{25}	X1001				X010X
m_{28}	11100	✓	$m_{10}-m_{26}$	X1010				101XX
m_{21}	10101	✓	$m_{14}-m_{15}$	0111X				
m_{23}	10111	✓	$m_{22}-m_{23}$	1011X	✓			
m_{15}	01111	✓	$m_{21}-m_{23}$	101X1	✓			
m_{27}	11011	✓	$m_{26}-m_{27}$	1101X				
			$m_{25}-m_{27}$	110X1				

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы												
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
		0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
		1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
		0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
		2	4	5	8	10	14	16	20	22	23	25	26	28
A	0001X	X												
B	0100X				X									
C	010X0				X	X								
D	0X010	X				X								
	10X00							X	X					
E	01X10					X	X							
	1X100								X					X
F	X1001											X		
G	X1010					X							X	
H	0111X						X							
I	1101X												X	
J	110X1											X		
	X010X		X	X					X					
	101XX								X	X	X			

|||||

Ядро покрытия:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \end{array} \right\}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

Простые импликанты		0-кубы					
		0	0	0	0	1	1
		0	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	0	0
		1	0	1	1	0	1
		0	0	0	0	1	0
		2	8	10	14	25	26
A	0001X	X					
B	0100X		X				
C	010X0		X	X			
D	0X010	X		X			
E	01X10			X	X		
F	X1001					X	
G	X1010			X			X
H	0111X				X		
I	1101X						X
J	110X1					X	

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee D) (B \vee C) (C \vee D \vee E \vee G) (E \vee H) (F \vee J) (G \vee I)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ABEFG \vee ABEFI \vee ABEGJ \vee ABEIJ \vee ABFGH \vee ABGHJ \vee ACEFG \vee ACEFI \vee ACEGJ \vee ACEIJ \vee ACFGH \vee ACFHI \vee ACGHJ \vee ACHIJ \vee BDEFG \vee BDEFI \vee BDEGJ \vee BDEIJ \vee BDFGH \vee BDFHI \vee BDGHJ \vee BDHIJ \vee CDEFG \vee CDEFI \vee CDEGJ \vee CDEIJ \vee CDFGH \vee CDFHI \vee CDGHJ \vee CDHIJ$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_1^a = 34 \quad S_1^b = 43 \quad S_2^a = 34 \quad S_2^b = 43 \quad S_3^a = 34 \quad S_3^b = 43$$

$$C_4 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_5 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix} \quad C_6 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_4^a = 34 \quad S_4^b = 43 \quad S_5^a = 34 \quad S_5^b = 43 \quad S_6^a = 34 \quad S_6^b = 43$$

$$C_7 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_7^a &= 34 \\ S_7^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_8 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ I \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_8^a &= 34 \\ S_8^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_9 = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_9^a &= 34 \\ S_9^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{10} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ E \\ I \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{10}^a &= 34 \\ S_{10}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{11} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ F \\ G \\ H \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{11}^a &= 34 \\ S_{11}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{12} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{12}^a &= 34 \\ S_{12}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{13} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 34 \\ S_{13}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \left\{ \begin{matrix} T \\ A \\ C \\ H \\ I \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 34 \\ S_{14}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 34 \\ S_{15}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ I \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 34 \\ S_{16}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 34 \\ S_{17}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \left\{ \begin{matrix} T \\ B \\ D \\ E \\ I \\ J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 34 \\ S_{18}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{19}^a &= 34 \\ S_{19}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{20} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{20}^a &= 34 \\ S_{20}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{21} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{21}^a &= 34 \\ S_{21}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{22} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ H \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{22}^a &= 34 \\ S_{22}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{23} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{23}^a &= 34 \\ S_{23}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{24} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{24}^a &= 34 \\ S_{24}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{25} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{25}^a &= 34 \\ S_{25}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{26} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{26}^a &= 34 \\ S_{26}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{27} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{27}^a &= 34 \\ S_{27}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{28} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ F \\ H \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{28}^a &= 34 \\ S_{28}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{29} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{29}^a &= 34 \\ S_{29}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{30} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ H \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{30}^a &= 34 \\ S_{30}^b &= 43 \end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 34$$

$$S^b = 43$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5}$$

Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ

		x_4x_5			
		00	01	11	10
x_2x_3	00			d	1
	01	1	1		
	11			d	1
	10	1	d		1
		$x_1=0$			

		x_4x_5			
		00	01	11	10
x_2x_3	00	1			
	01	1	d	1	1
	11	1			
	10		1	d	1
		$x_1=1$			

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 34$$

$$S^b = 43$$

$$f = \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5}$$

Определение МКНФ

		x_4x_5			
		00	01	11	10
x_2x_3	00	0	0	d	
	01			0	0
	11	0	0	d	
	10		d	0	
		$x_1=0$			

		x_4x_5			
		00	01	11	10
x_2x_3	00		0	0	0
	01		d		
	11		0	0	0
	10	0		d	
		$x_1=1$			

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} 0X0X1 \\ X00X1 \\ X11X1 \\ 0000X \\ 0011X \\ 0110X \\ 1001X \\ 1111X \\ 11000 \end{array} \right\}$$

$$S^a = 34$$

$$S^b = 43$$

$$f = (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \quad S_Q = 43 \quad \tau = 2$$

$$f = \overline{x_2} x_3 (x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2 x_4 \overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = x_1 \overline{x_5}$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \vee x_5$$

$$f = \overline{x_2} x_3 (x_1 \vee \overline{x_4}) \vee \varphi \overline{x_4} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2 x_4 \overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{\varphi} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = \overline{x_2} x_3 (x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2 x_4 \overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 3$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \quad S_Q = 43 \quad \tau = 2$$

$$f = ((x_2 \vee x_3) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee (x_1 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_1 x_2) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 36 \quad \tau = 4$$

$$\varphi = x_1 x_2$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$$

$$f = ((x_2 \vee x_3) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee (x_1 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee \varphi) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{\varphi} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 36 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = ((x_2 \vee x_3) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_5} (x_1 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 31 \quad \tau = 4$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_2} x_3 (x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2 x_4 \overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \quad (S_Q = 32, \tau = 3)$$

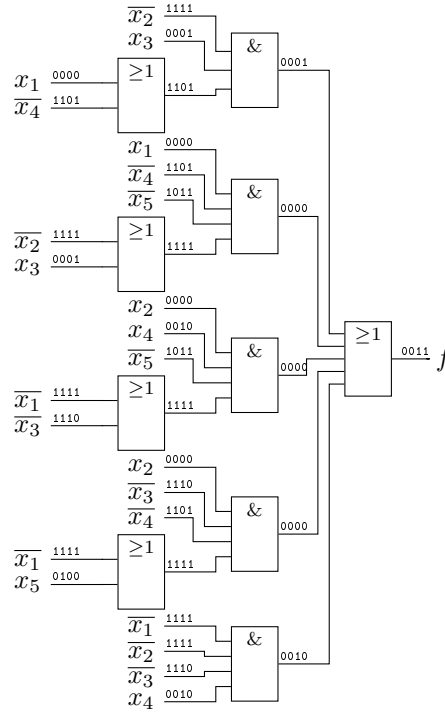
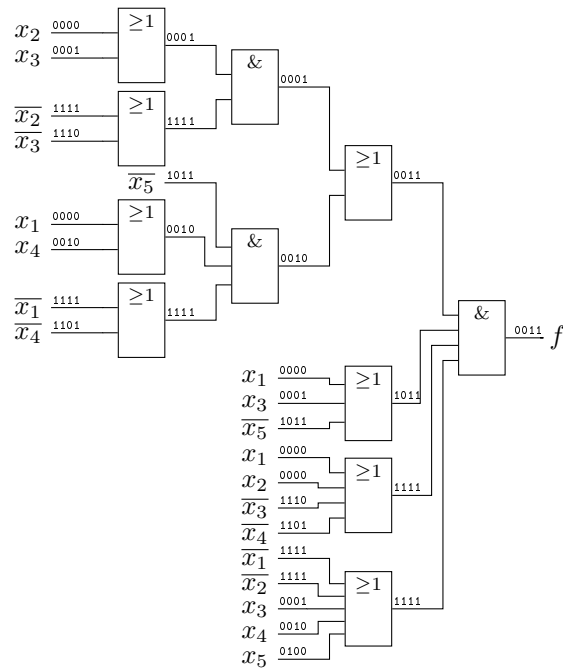


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = ((x_2 \vee x_3) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_5} (x_1 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) \quad (S_Q = 31, \tau = 4)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_2 x_3 \overline{x_1} x_4} \varphi \overline{x_4} x_2 x_3} \overline{x_2 x_4 \overline{x_5} x_1 x_3} \overline{x_2 x_3 \overline{x_4} \varphi \overline{x_1} x_2 x_3 x_4} \quad (S_Q = 41, \tau = 6)$$

$$\varphi = x_1 \overline{x_5}$$

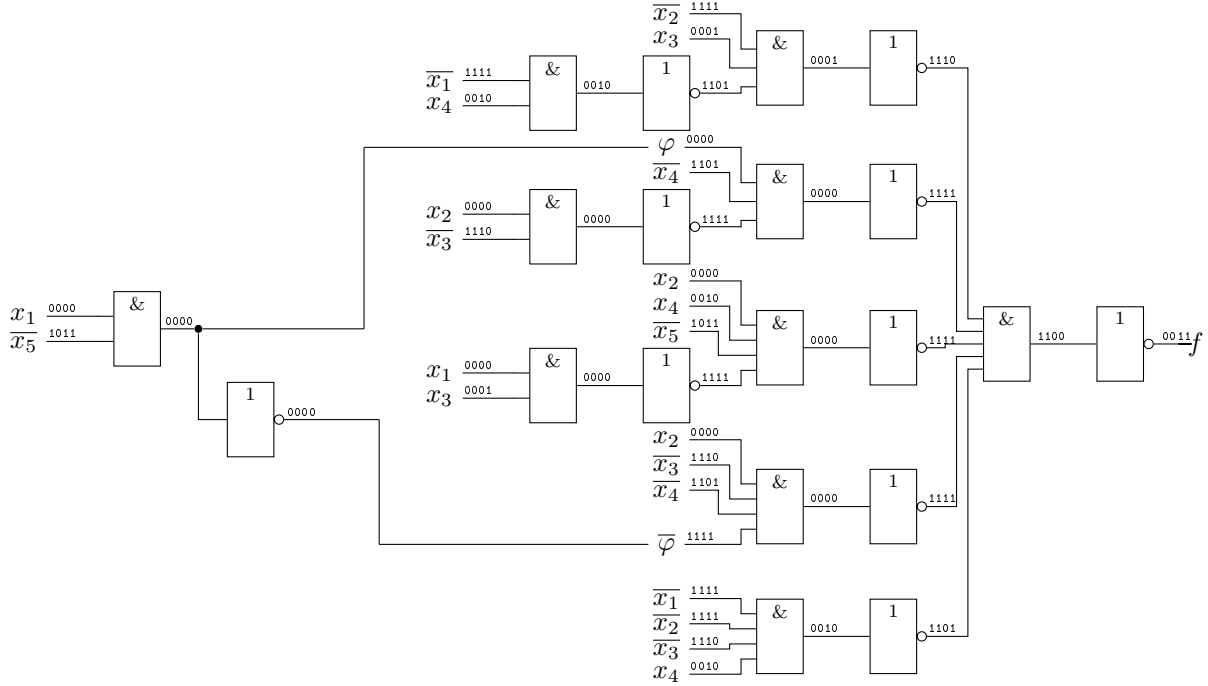
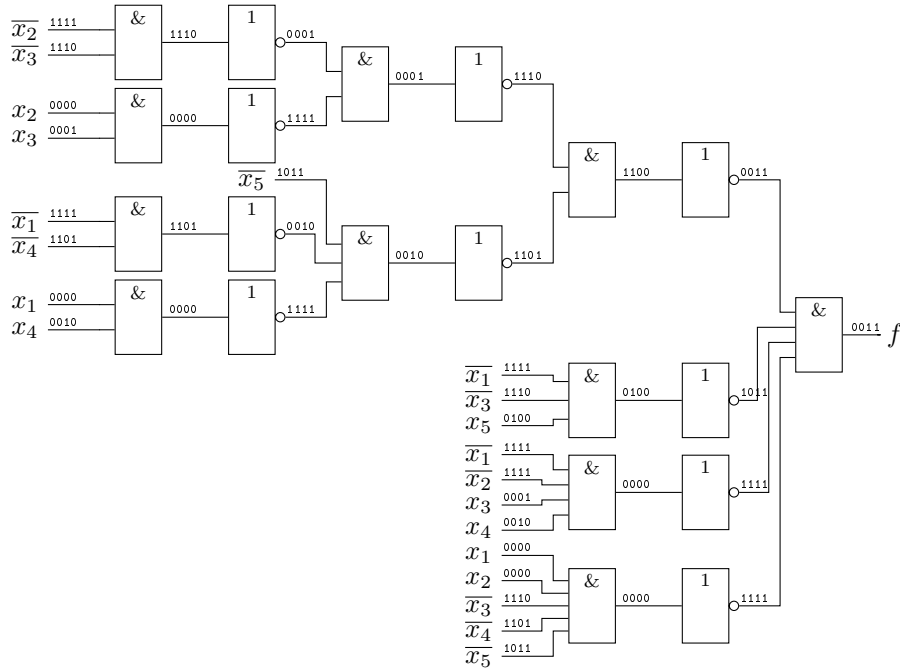


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_2 x_3} \overline{x_2 x_3} \overline{x_5} \overline{x_1 x_4} \overline{x_1 x_4} \overline{x_1 x_3 x_5} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5}} \quad (S_Q = 41, \tau = 7)$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = x_2 x_4 \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_3} \overline{x_4} x_1 \overline{x_5} \overline{x_2} x_3 \overline{x_1} x_4 \overline{x_1} \overline{x_3} x_4 x_1 \overline{x_4} \overline{x_5} x_2 x_3 \quad (S_Q = 52, \tau = 8)$$

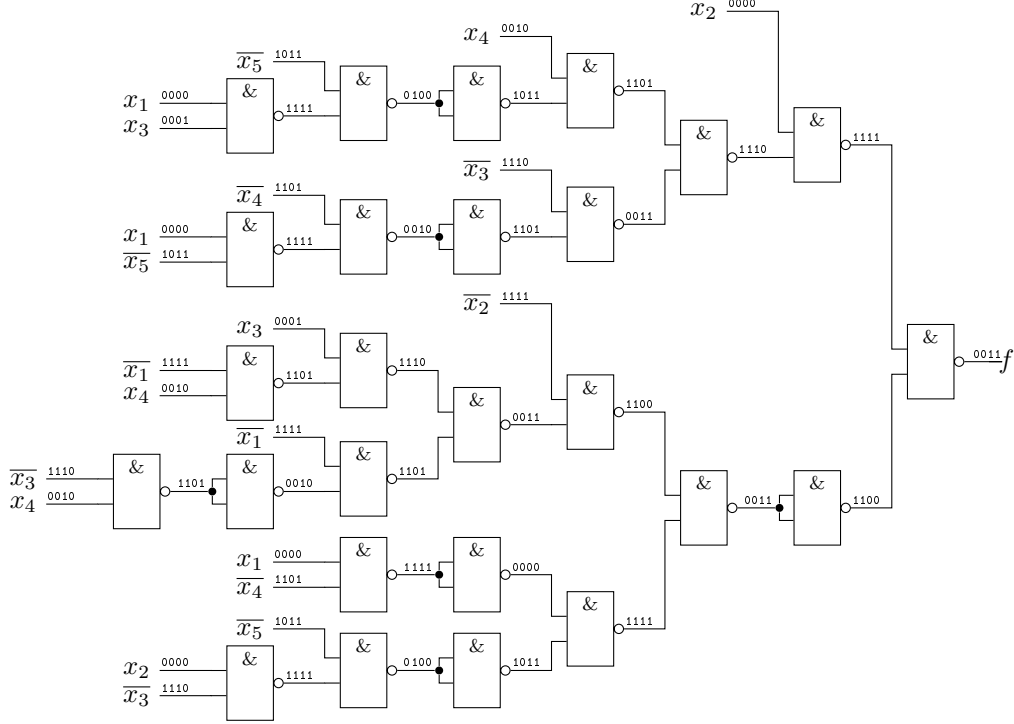


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_3} x_5 x_1 \overline{x_4} x_1 \overline{x_4} x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \quad (S_Q = 52, \tau = 9)$$

