

Предварительный список вопросов к экзамену

- 1) Множества. Операции над множествами и их свойства. Логическая символика. Функции.
- 2) Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Правила действий с числом в тригонометрической форме: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.
- 3) Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента. Натуральный логарифм комплексного числа. Комплексная степень комплексного числа.
- 4) Полиномы. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение полинома на множители. Вещественные полиномы. Зависимость между корнями уравнения и его коэффициентами: теорема Виета для уравнения n -го порядка.
- 5) Предел последовательности. Теоремы о пределах. Предельный переход в неравенстве. Теорема о сжатой переменной (правило двух милиционеров). Арифметические операции над последовательностями и их пределы.
- 6) Монотонные последовательности. Теорема об ограниченной монотонной последовательности. Супремум и инфимум. Лемма о вложенных промежутках.
- 7) Число e .
- 8) Принцип сходимости Больцано-Коши (Критерий Коши).
- 9) Частичные пределы. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
- 10) Предел функции. Односторонние пределы. Сведение предела функции к пределу последовательности.
- 11) Замечательные пределы. Доказать формулу: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- 12) Классификация бесконечно малых величин. $o(\beta(x))$ и $O(\beta(x))$.
- 13) Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Привести примеры функций.
- 14) Непрерывность монотонных функций. Теоремы о монотонных функциях. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.
- 15) Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке. 1-ая теорема Больцано-Коши. 2-ая теорема Больцано-Коши.
- 16) Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке. 1-ая теорема Вейерштрасса. 2-ая теорема Вейерштрасса.
- 17) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

18) Метрическое пространство. Фундаментальная последовательность. Принцип сжимающих отображений. Метод приближенного нахождения решения уравнения (метод последовательных приближений).

19) Написать и доказать формулы для следующих замечательных пределов:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x}.$$

20) Производная. Определение, геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.

21) Производная степенной, показательной, тригонометрических и логарифмической функций. Вывести формулы, используя определение производной.

22) Дифференцирование сложной и обратной функций. Вывести формулы для производных следующих функций: $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$, $\operatorname{arcctg} x$.

23) Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Вывести формулы для производных n -го порядка: $(a^x)^{(n)}$, $(\sin x)^{(n)}$, $(\cos x)^{(n)}$, $(\ln x)^{(n)}$.

24) Доказать формулу Лейбница:
$$(u \cdot v)^{(n)} = \sum_{i=0}^n C_n^i u^{(n-i)} v^{(i)}.$$

25) Дифференциал. Определение, геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

26) Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференцирование функций, заданных неявно.

27) Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Ферма. Теорема Ролля.

28) Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Лагранжа. Предел производной. Теорема Коши.

29) Правило Лопиталя.

30) Формула Тейлора. Формула Маклорена. Остаточный член в форме Пеано. Другие формы остаточного члена: форма Шлемильха и Роша, форма Лагранжа, форма Коши.

31) Исследование функций. Признак постоянства функции. Признак возрастания (убывания) функции.

32) Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

33) Выпуклость графика функции и точки перегиба. Достаточное условие экстремума (с использованием второй производной). Асимптоты кривых.

Экзамен проводится в письменной форме.

Если за экзамен набрано менее 10 баллов (9,9 или меньше), то экзамен считается не сданным и выставляется 0 баллов.

Структура экзаменационного билета:

Два теоретических вопроса и задача.