

# Силлабус курса

## Математический анализ (базовый уровень)

### 1-ый семестр, 2025/2026 учебный год

#### 1. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание
<b>1 семестр</b>		
1	1. Множества и отображения. Комплексные числа. Полиномы	1.1. Множества и отображения. Операции над множествами и их свойства. Функции
		1.2. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа
		1.3. Тригонометрическая форма записи комплексного числа
		1.4. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме
		1.5. Показательная форма записи комплексного числа
		1.6. Полиномы. Действия с полиномами
		1.7. Разложение полинома на множители. Корни полинома
2	2. Пределы	2.1. Предел последовательности
		2.2. Монотонная последовательность
		2.3. Число $e$
		2.4. Критерий Коши сходимости последовательности
		2.5. Подпоследовательности
		2.6. Предел функции
		2.7. Замечательные пределы
		2.8. Классификация бесконечно малых
3	3. Непрерывность и дифференцирование	3.1. Непрерывные функции
		3.2. Равномерная непрерывность
		3.3. Производная и правила дифференцирования
		3.4. Производные высших порядков. Формула Лейбница
		3.5. Дифференциал
		3.6. Французские теоремы: Ферма, Дарбу, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопитала

		3.7. Формула Тейлора. Формула Маклорена
		3.8. Исследование функций. Монотонность, экстремумы, выпуклость, асимптоты. Построение графиков

### **Учебное пособие (лекции):**

Попов А.И., Попов И.Ю. Математический анализ. Часть 1. Дифференциальное исчисление: учебное пособие. - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2023. - 173 с.

[https://books.ifmo.ru/book/2657/matematicheskiy\\_analiz.\\_chast\\_1.\\_differencialnoe\\_ischislenie:\\_uchebnoe\\_posobie.htm](https://books.ifmo.ru/book/2657/matematicheskiy_analiz._chast_1._differencialnoe_ischislenie:_uchebnoe_posobie.htm)

### **Список литературы:**

- 1) Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов, Том 1, Пискунов Н.С., 1985. (Теория)
- 2) Смирнов В. И. Курс высшей математики. Том 1 / Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой: 24-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. — 624 с. (Теория)
- 3) Сборник задач по математике для втузов: Часть 1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Ефимов А.В., Демидович Б.П. Под общей редакцией Ефимова А.В., Демидовича Б.П. (Практика, задачи)

### **План лекций:**

#### **Лекция 1. Множества и отображения**

1. Множества и отображения. 1.1. Множества. 1.2. Операции над множествами. 1.3. Свойства операций над множествами. 1.4. Логическая символика. 1.5. Функции.

#### **Лекция 2. Комплексные числа. Часть 1**

2. Комплексные числа. 2.1. История возникновения комплексных чисел. 2.2. Основные понятия. Алгебраическая форма записи комплексного числа. 2.3. Вычитание и деление комплексных чисел.

#### **Лекция 3. Комплексные числа. Часть 2**

2.4. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. 2.5. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. 2.6. Показательная форма записи комплексного числа. 2.7. Функции комплексной переменной. 2. Логарифмирование. Комплексная степень комплексного числа.

#### **Лекция 4. Полиномы**

Глава 3. Полиномы. 3.1. Основные понятия. Действия с полиномами. 3.2. Полиномы с вещественными коэффициентами. 3.3. Зависимость между корнями уравнения и его коэффициентами. Теорема Виета.

#### **Лекция 5. Последовательность. Предел последовательности**

8.1. Предел последовательности. 8.2. Арифметические операции над последовательностями и их пределы. 8.3. Монотонная последовательность.

## **Лекция 6. Число e. Критерий Коши сходимости последовательности.**

### **Подпоследовательности**

8.4. Число e. Лемма о вложенных промежутках. 8.5. Критерий Коши сходимости последовательности. 8.6. Подпоследовательности.

## **Лекция 7. Предел функции**

8.7. Предел функции. 8.8 Сведение предела функции к пределу последовательности. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. 8.9. Классификация бесконечно малых.

## **Лекция 8. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных функциях**

8.10. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Непрерывность монотонных функций. Некоторые замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые при  $x$ , стремящемся к 0. 8.11. Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке. Первая теорема Больцано-Коши. Вторая теорема Больцано-Коши. Первая теорема Вейерштрасса. Вторая теорема Вейерштрасса.

## **Лекция 9. Равномерная непрерывность. Принцип сжимающих отображений**

8.12. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. 8.13. Принцип сжимающих отображений. Пример построения решения уравнения  $x=f(x)$  методом сжимающих отображений.

## **Лекция 10. Производная. Правила дифференцирования**

9.1. Производная. Геометрический смысл производной. Теоремы о дифференцируемых функциях. Правила дифференцирования. 9.2. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.

## **Лекция 11. Формула Лейбница. Дифференциал. Приближенные вычисления**

9.3. Формула Лейбница. 9.4. Дифференциал. Критерий дифференцируемости функции. Определение дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Инвариантность формы первого дифференциала. 9.5. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков. 9.6. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

## **Лекция 12. Теоремы Ферма, Дарбу, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопитала**

9.7. Французские теоремы. Признак возрастания (убывания) функции. Теорема Ферма. Теорема Дарбу. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Предел производной. Теорема Коши. Правило Лопитала.

## **Лекция 13. Формула Тейлора. Формула Маклорена**

9.8 Формула Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Другие формы остаточного члена в формуле Тейлора. Остаточный член в форме Шлемильха и Роша. Остаточный член в форме Лагранжа. Остаточный член в форме Коши. 9.9. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.

## **Лекция 14. Исследование функций. Часть 1**

9.10. Исследование функций. Возрастание и убывание функции. 9.11. Экстремумы функции. Примеры решения задач на поиск экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на

отрезке. 9.12. Выпуклость графика функции. Признак выпуклости функции. Пример решения задачи на исследование выпуклости функции. Достаточное условие выпуклости с использованием второй производной.

### Лекция 15. Исследование функций. Часть 2

9.13. Асимптоты кривых. Пример решения задачи на поиск асимптот. 9.14. Общая схема исследования функции. Исследование функции  $y = \ln(\cos x)$ . Исследование функции

$$y = x + \frac{\ln x}{x}.$$

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Список литературы:

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа — Издательство "Лань", 2025 — 492 с. — ISBN 978-5-507-52146-3 — Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/440093>
2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость — Издательство "Физматлит", 2010 — 496 с. — ISBN 978-5-9221-0306-0 — Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/2226>
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 — Издательство "Лань", 2024 — 608 с. — ISBN 978-5-507-47672-5 — Текст : электронный // ЭБС Лань — URL: <https://e.lanbook.com/book/403391>

Иные ресурсы:

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Том 1. Москва: "Интеграл-Пресс", 2006, 416 с.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том I / Пред. Л. Д. Фаддеева, пред. и прим. Е. А. Грининой: 24-е изд. — СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - 624 с.
3. Попов А.И., Попов И.Ю. Математический анализ. Часть 1. Дифференциальное исчисление: учебное пособие. - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2023. - 173 с.  
[https://books.ifmo.ru/book/2657/matematicheskiy\\_analiz.\\_chast\\_1.\\_differencialnoe\\_ischislenie:\\_uchebnoe\\_posobie\\_.htm](https://books.ifmo.ru/book/2657/matematicheskiy_analiz._chast_1._differencialnoe_ischislenie:_uchebnoe_posobie_.htm)
4. Бойцов А.А. Математический анализ (базовый уровень) — СПб — 2024.  
<https://disk.yandex.ru/i/HCGXp4dcJRPNGA>

### **3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА 1 СЕМЕСТРА**

#### **1. Контрольная работа 1 (10 баллов)**

Контрольная работа проводится в часы аудиторных занятий в письменной форме. Один вариант заданий состоит из нескольких задач на пройденные темы. Баллы за работу выставляются пропорционально числу правильно решённых задач. Основаниями для снижения оценки являются: ошибки в рассуждениях и расчётах, неправильный ответ, отсутствие комментариев и пояснений, небрежное выполнение.

Пороговых баллов для контрольной работы нет. Баллы выставляются по количеству решенных задач.

На контрольной работе никакими материалами (книгами, конспектами, телефонами) пользоваться нельзя. На столе может лежать только несколько чистых листов бумаги и ручка (карандаш и линейка, если необходимо). Переписывание контрольной работы проводится только один раз, на консультации. Преподаватель сам определяет дату и время переписывания. По итогам переписывания в БАРС выставляется именно результат переписывания контрольной работы (даже если он хуже, чем на основной попытке контрольной работы).

В случае пропуска контрольной работы (либо переписывания контрольной работы) по уважительной причине (например, болезнь или обязанность явиться в военкомат), для переписывания предоставляется компенсационная попытка. Уважительность причины устанавливает студенческий офис. Для получения компенсационной попытки студент обязан предъявить преподавателю практики справку из студофиса, время переписывания согласуется с преподавателем.

## Пример контрольной работы 1

1. Изобразить на комплексной плоскости геометрическое место точек, удовлетворяющих

$$\text{условию: } \begin{cases} 1 < |z - i| \leq 2, \\ \frac{\pi}{4} \leq \arg z < \pi. \end{cases}$$

2. Вычислить все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости:  $\sqrt[4]{2 - 2i}$ .

3. Данна последовательность  $\{x_n\}$ , где  $x_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

Докажите, используя определение предела, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 2$ .

4. Докажите, используя определение предела по Коши, что  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2$

5. Докажите, что предела не существует, используя определение предела по Гейне:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right)$$

Вычислите, используя арифметические свойства пределов, замечательные пределы и следствия из них (без использования правила Лопитала):

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 3n + 4} - \sqrt{n^2 - n + 1} \right)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} (3-x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(x-2)}}$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3} \right)^n$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin \frac{x}{2}}{1 - \cos(4x)}$$

## 2. Контрольная работа 2 (10 баллов)

Контрольная работа проводится в часы аудиторных занятий в письменной форме. Один вариант заданий состоит из нескольких задач на пройденные темы. Баллы за работу выставляются пропорционально числу правильно решённых задач. Основаниями для снижения оценки являются: ошибки в рассуждениях и расчётах, неправильный ответ, отсутствие комментариев и пояснений, небрежное выполнение.

Пороговых баллов для контрольной работы нет. Баллы выставляются по количеству решенных задач.

На контрольной работе никакими материалами (книгами, конспектами, телефонами) пользоваться нельзя. На столе может лежать только несколько чистых листов бумаги и ручка (карандаш и линейка, если необходимо). Переписывание контрольной работы проводится только один раз, на консультации. Преподаватель сам определяет дату и время переписывания. По итогам переписывания в БАРС выставляется именно результат переписывания контрольной работы (даже если он хуже, чем на основной попытке контрольной работы).

В случае пропуска контрольной работы (либо переписывания контрольной работы) по уважительной причине (например, болезнь или обязанность явиться в военкомат), для переписывания предоставляется компенсационная попытка. Уважительность причины устанавливает студенческий офис. Для получения компенсационной попытки студент обязан предъявить преподавателю практики справку из студофиса, время переписывания согласуется с преподавателем.

## Пример варианта контрольной работы 2

### Задание 1. Непрерывность

Найдите промежутки непрерывности функции  $f(x)$ , а также точки разрыва, укажите характер разрывов:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < -1 \\ x^3 + 1, & |x| \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases} \quad \left| \quad f(x) = \frac{|x+2|}{x^2 + 3x + 2} \quad \right| \quad \left| \quad f(x) = 3^{\frac{3}{x^2-4}} \right.$$

### Задание 2. Производная

Найдите производную функции  $y = y(x)$ :

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} + 1} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3x}}{1-x} \right)$$

### Задание 3. Производная

Найдите производную функции  $y = y(x)$ :

$$y = (\cos(x + 2))^{\ln x}$$

Найдите производную функции  $y = y(x)$  методом логарифмического дифференцирования:

$$y = \sqrt[5]{\frac{(1-x)^4 \cdot \sqrt{(4+x)^3}}{(x+2)^3}}$$

Найдите производную функции  $y = y(x)$ , заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = \sin t - \cos t \\ y = \sin t + \cos t, \quad t \in [0; \pi] \end{cases}$$

Найдите производную функции  $y = y(x)$ , заданной неявно уравнением:

$$xy + \ln xy = 1$$

### Задание 4. Правило Лопитала

Вычислите предел, применяя правило Лопитала:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$$

### Задание 5. Формула Тейлора

Найдите производную функции  $f(x)$  порядка  $n \in \mathbb{N}$  и запишите формулу Тейлора этой функции с остатком в форме Пеано в точке  $x_0$ :

$$f(x) = \frac{4}{x+3}, \quad x_0 = -1$$

$$f(x) = \ln(3x - 5), \quad x_0 = 3$$

$$f(x) = \sqrt{x+2}, \quad x_0 = 1$$

## 3. Работа на занятии 1 (5 баллов)

Работа студента на практических занятиях. Здесь учитываются посещаемость занятий, ответы на вопросы с места, решение задач у доски.

### Критерии оценивания и шкала баллов.

**Баллы за решение задач у доски.** За выход к доске и правильное решение задачи студент получает 1 балл. У доски можно решать как текущие задания практики, так и разбирать домашнее задание, заданное на предыдущей практике (решения домашних задач студент записывает на доске заранее, на перерыве перед началом занятия). Студент должен не только записать решение задачи, но и выступить перед аудиторией, рассказав решение и ответив на вопросы.

По усмотрению преподавателя практики студент может получить 1 балл за ответ на вопрос с места / предъявление решения задачи.

**Баллы за посещения занятий.** За посещение всех учебных занятий студент получает 2 балла. Если посещены не все занятия, но больше половины (или ровно половина), это оценивается в 1 балл. Если посещено менее половины занятий, выставляется 0 баллов. Правильное решение задачи у доски оценивается в 1 балл.

Баллы набираются вплоть до достижения максимума в 5 баллов. Баллами за решение задач у доски можно закрывать недостающие баллы за посещения.

### Примеры заданий.

1) Вычислить:  $\left( \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}$

2) Найти все корни третьей степени из числа  $a = -2 + 2i\sqrt{3}$ .

3) Найти геометрическое место точек, удовлетворяющих условию:

$$\begin{cases} |z-1| < 4 \\ 0 \leq |\operatorname{Im} z| < 1 \end{cases}$$

4) Вычислить предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$

5) Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{3x + \sqrt{3x + \sqrt{3x}}}}$

6) Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x} \right)^{\frac{3}{x}}$

## 4. Работа на занятии 2 (5 баллов)

Работа студента на практических занятиях. Здесь учитываются посещаемость занятий, ответы на вопросы с места, решение задач у доски.

### Критерии оценивания и шкала баллов.

**Баллы за решение задач у доски.** За выход к доске и правильное решение задачи студент получает 1 балл. У доски можно решать как текущие задания практики, так и разбирать домашнее задание, заданное на предыдущей практике (решения домашних задач студент записывает на доске заранее, на перерыве перед началом занятия). Студент должен не только записать решение задачи, но и выступить перед аудиторией, рассказав решение и ответив на вопросы.

По усмотрению преподавателя практики студент может получить 1 балл за ответ на вопрос с места / предъявление решения задачи.

**Баллы за посещения занятий.** За посещение всех учебных занятий студент получает 2 балла. Если посещены не все занятия, но больше половины (или ровно половина), это оценивается в 1 балл. Если посещено менее половины занятий, выставляется 0 баллов. Правильное решение задачи у доски оценивается в 1 балл.

Баллы набираются вплоть до достижения максимума в 5 баллов. Баллами за решение задач у доски можно закрывать недостающие баллы за посещения.

### Примеры заданий.

1) Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрыва:

$$f(x) = \frac{3^{\frac{1}{x-2}} - 1}{3^{\frac{1}{x-2}} + 1}$$

2) Вычислить производную функции:  $f(x) = \log_2\left(\sqrt[5]{x} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x+3}} \cdot \sqrt{x-1}\right)$

3) Вычислить производную функции, заданной неявно:  $\arctg \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

4) Вычислить  $\cos(0,1)$  с точностью до  $10^{-7}$ .

5) Провести полное исследование функции и построить её график:

$$y = x + \frac{\ln x}{x}$$

### 5. РГР 1 и РГР 2 (10 + 10 = 20 баллов)

Расчетно-графическая работа 1, 2 включает в себя задачи по темам: «Комплексные числа», «Пределы», «Непрерывность функции», «Дифференцирование функций», «Правило Лопитала», «Исследование функций» и «Приложения производной».

Каждый студент обязан выполнить 10 заданий (включая подпункты а), б), в), . . . .), одно задание согласно своему варианту из каждой темы. Номера задач указываются преподавателем, ведущим практические занятия в группе.

РГР 1 следует выполнить в отдельной тетради, перед выполнением каждого задания написать полное условие. Все чертежи и рисунки следует сделать на миллиметровке, затем подклейте их в тетрадь и снабдить необходимыми подписями и обозначениями. При решении задач требуется делать достаточно подробные пояснения. По окончании

решения написать ответ.

Выполненная работа сдается на проверку преподавателю, который в случае необходимости может потребовать от студента устные пояснения к выполненной работе, то есть защитить расчетно-графическую работу.

Файл РГР 1 и 2:

[https://niuitmo-my.sharepoint.com/:b/g/personal/178308\\_niuitmo\\_ru/ESSXY-eWSuNEmMKoxYyrBH8BNNI3vMvLSh6My8U8JoB6hA?e=gjiWHR](https://niuitmo-my.sharepoint.com/:b/g/personal/178308_niuitmo_ru/ESSXY-eWSuNEmMKoxYyrBH8BNNI3vMvLSh6My8U8JoB6hA?e=gjiWHR)

**Шкала и критерии оценки:**

Каждая решенная задача (с учетом подпунктов а), б), в)) оценивается в 1 балл.

20 решенных задач = 20 баллов (в графы РГР 1 и РГР 2).

**6. Домашнее задание 1, 2, 3, 4 ( $5 + 5 + 5 + 5 = 20$  баллов)**

Домашние задания составляет и выдает преподаватель практики. Практик определяет формат домашних заданий (регулярные задания на дом после каждой пары, проектные задания в группах, лабораторные работы либо другой вариант), сроки сдачи и критерии оценивания.

**7. Экзамен (30 баллов)**

Экзамен проводится в письменной форме.

**Если за экзамен набрано менее 10 баллов (9,9 или меньше), то экзамен считается не сданным и выставляется 0 баллов.**

**Предварительный список вопросов к экзамену**

- 1) Множества. Операции над множествами и их свойства. Логическая символика. Функции.
- 2) Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Правила действий с числом в тригонометрической форме: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.
- 3) Комплексные числа. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента. Натуральный

логарифм комплексного числа. Комплексная степень комплексного числа.

4) Полиномы. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение полинома на множители. вещественные полиномы. Зависимость между корнями уравнения и его коэффициентами: теорема Виета для уравнения  $n$ -го порядка.

5) Предел последовательности. Теоремы о пределах. Предельный переход в неравенстве. Теорема о сжатой переменной (правило двух милиционеров). Арифметические операции над последовательностями и их пределы.

6) Монотонные последовательности. Теорема об ограниченной монотонной последовательности. Супремум и инфимум. Лемма о вложенных промежутках.

7) Число  $e$ .

8) Принцип сходимости Больцано-Коши (Критерий Коши).

9) Частичные пределы. Лемма Больцано-Вейерштрасса.

10) Предел функции. Односторонние пределы. Сведение предела функции к пределу последовательности.

11) Замечательные пределы. Доказать формулу:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

12) Классификация бесконечно малых величин.  $o(\beta(x))$  и  $O(\beta(x))$ .

13) Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Привести примеры функций.

14) Непрерывность монотонных функций. Теоремы о монотонных функциях. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.

15) Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке. 1-ая теорема Больцано-Коши. 2-ая теорема Больцано-Коши.

16) Свойства функций, непрерывных на замкнутом промежутке. 1-ая теорема Вейерштрасса. 2-ая теорема Вейерштрасса.

17) Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

18) Метрическое пространство. Фундаментальная последовательность. Принцип сжимающих отображений. Метод приближенного нахождения решения уравнения (метод последовательных приближений).

19) Написать и доказать формулы для следующих замечательных пределов:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x}.$$

20) Производная. Определение, геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования.

21) Производная степенной, показательной, тригонометрических и логарифмической функций.

Вывести формулы, используя определение производной.

22) Дифференцирование сложной и обратной функций. Вывести формулы для производных следующих функций:  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arcctg} x$ .

23) Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Вывести формулы для производных  $n$ -го порядка:  $(a^x)^{(n)}$ ,  $(\sin x)^{(n)}$ ,  $(\cos x)^{(n)}$ ,  $(\ln x)^{(n)}$ .

24) Доказать формулу Лейбница:  $(u \cdot v)^{(n)} = \sum_{i=0}^n C_n^i u^{(n-i)} v^{(i)}$ .

25) Дифференциал. Определение, геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

26) Дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Дифференцирование функций, заданных неявно.

27) Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Ферма. Теорема Ролля.

28) Теоремы о дифференцируемых функциях. Теорема Лагранжа. Предел производной. Теорема Коши.

29) Правило Лопиталя.

30) Формула Тейлора. Формула Маклорена. Остаточный член в форме Пеано. Другие формы остаточного члена: форма Шлемильха и Роша, форма Лагранжа, форма Коши.

31) Исследование функций. Признак постоянства функции. Признак возрастания (убывания) функции.

32) Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

33) Выпуклость графика функции и точки перегиба. Достаточное условие экстремума (с использованием второй производной). Асимптоты кривых.

### **Пример экзаменационного билета № 1**

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Правила действий с числом в тригонометрической форме: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.

2. Выпуклость графика функции и точки перегиба. Достаточное условие экстремума (с использованием второй производной). Асимптоты кривых. / Либо задача теоретического характера.

3. Задача (практического или теоретического характера).