

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа

Часть 1
Вариант 92

Студент
КучерявыЙ Игорь Дмитриевич
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $2 \leq |x_2x_10 - x_3x_4x_5| \leq 5$ и неопределенное значение при $|x_2x_10 - x_3x_4x_5| = 3$.

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_10	$x_3x_4x_5$	x_2x_10	$x_3x_4x_5$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	2	0	2	1
3	0	0	0	1	1	0	3	0	3	d
4	0	0	1	0	0	0	4	0	4	1
5	0	0	1	0	1	0	5	0	5	1
6	0	0	1	1	0	0	6	0	6	0
7	0	0	1	1	1	0	7	0	7	0
8	0	1	0	0	0	4	0	4	0	1
9	0	1	0	0	1	4	1	4	1	d
10	0	1	0	1	0	4	2	4	2	1
11	0	1	0	1	1	4	3	4	3	0
12	0	1	1	0	0	4	4	4	4	0
13	0	1	1	0	1	4	5	4	5	0
14	0	1	1	1	0	4	6	4	6	1
15	0	1	1	1	1	4	7	4	7	d
16	1	0	0	0	0	2	0	2	0	1
17	1	0	0	0	1	2	1	2	1	0
18	1	0	0	1	0	2	2	2	2	0
19	1	0	0	1	1	2	3	2	3	0
20	1	0	1	0	0	2	4	2	4	1
21	1	0	1	0	1	2	5	2	5	d
22	1	0	1	1	0	2	6	2	6	1
23	1	0	1	1	1	2	7	2	7	1
24	1	1	0	0	0	6	0	6	0	0
25	1	1	0	0	1	6	1	6	1	1
26	1	1	0	1	0	6	2	6	2	1
27	1	1	0	1	1	6	3	6	3	d
28	1	1	1	0	0	6	4	6	4	1
29	1	1	1	0	1	6	5	6	5	0
30	1	1	1	1	0	6	6	6	6	0
31	1	1	1	1	1	6	7	6	7	0

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \\ \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \\ \vee x_1 x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5}$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) \\ (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \\ (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) \\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5)$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$	$K^1(f)$	$K^2(f)$	$Z(f)$
m_2 00010 ✓	m_2-m_3 0001X	$m_4-m_5-m_{20}-m_{21}$ X010X	0001X
m_4 00100 ✓	m_4-m_5 0010X ✓	$m_{20}-m_{21}-m_{22}-m_{23}$ 101XX	0100X
m_8 01000 ✓	m_8-m_9 0100X		010X0
m_{16} 10000 ✓	m_8-m_{10} 010X0		0X010
m_5 00101 ✓	m_2-m_{10} 0X010		10X00
m_{10} 01010 ✓	$m_{16}-m_{20}$ 10X00		01X10
m_{20} 10100 ✓	m_4-m_{20} X0100 ✓		1X100
m_3 00011 ✓	$m_{10}-m_{14}$ 01X10		X1001
m_9 01001 ✓	$m_{20}-m_{21}$ 1010X ✓		X1010
m_{14} 01110 ✓	$m_{20}-m_{22}$ 101X0 ✓		0111X
m_{22} 10110 ✓	$m_{20}-m_{28}$ 1X100		1101X
m_{25} 11001 ✓	m_5-m_{21} X0101 ✓		110X1
m_{26} 11010 ✓	m_9-m_{25} X1001		X010X
m_{28} 11100 ✓	$m_{10}-m_{26}$ X1010		101XX
m_{21} 10101 ✓	$m_{14}-m_{15}$ 0111X		
m_{23} 10111 ✓	$m_{22}-m_{23}$ 1011X ✓		
m_{15} 01111 ✓	$m_{21}-m_{23}$ 101X1 ✓		
m_{27} 11011 ✓	$m_{26}-m_{27}$ 1101X		
	$m_{25}-m_{27}$ 110X1		

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

		0-кубы												
		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
Простые импликанты		0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
		0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
		1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
		0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
		2	4	5	8	10	14	16	20	22	23	25	26	28
A	0001X	X												
B	0100X				X									
C	010X0				X	X								
D	0X010	X				X								
	10X00						X	X						
E	01X10					X	X							
	1X100							X						X
F	X1001										X			
G	X1010				X							X		
H	0111X					X								
I	1101X											X		
J	110X1										X			
	X010X	X	X					X						
	101XX						X	X	X					

|||||||

Ядро покрытия:

$$T = \left\{ \begin{array}{l} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \end{array} \right\}$$

Получим следующую упрощенную импликантную таблицу:

		0-кубы					
		0	0	0	0	1	1
Простые импликанты	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0	1	0	0	
	1	0	1	1	0	1	
	0	0	0	0	1	0	
	2	8	10	14	25	26	
	A	0001X	X				
B	0100X		X				
C	010X0		X	X			
D	0X010	X		X			
E	01X10			X	X		
F	X1001					X	
G	X1010			X			X
H	0111X				X		
I	1101X						X
J	110X1					X	

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (A \vee D) (B \vee C) (C \vee D \vee E \vee G) (E \vee H) (F \vee J) (G \vee I)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = ABEFG \vee ABEFI \vee ABEGJ \vee ABEIJ \vee ABFGH \vee ABGHJ \vee ACEFG \vee ACEFI \vee ACEGJ \vee ACEIJ \vee ACFGH \vee ACFH \vee ACGHJ \vee ACHIJ \vee BDEF \vee BDEFI \vee BDEGJ \vee BDEIJ \vee BDGFH \vee BDFHI \vee BDGHJ \vee BDHIJ \vee CDEFG \vee CDEFI \vee CDEGJ \vee CDEIJ \vee CDFGH \vee CDFFH \vee CDGHJ \vee CDHIJ$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_1^a = 34 \quad S_2^a = 34 \quad S_3^a = 34$$

$$S_1^b = 43 \quad S_2^b = 43 \quad S_3^b = 43$$

$$C_4 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_5 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix} \quad C_6 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ B \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$S_4^a = 34 \quad S_5^a = 34 \quad S_6^a = 34$$

$$S_4^b = 43 \quad S_5^b = 43 \quad S_6^b = 43$$

$$C_7 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_7^a &= 34 \\ S_7^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_8 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_8^a &= 34 \\ S_8^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_9 = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_9^a &= 34 \\ S_9^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{10} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{10}^a &= 34 \\ S_{10}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{11} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{11}^a &= 34 \\ S_{11}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{12} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ F \\ H \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{12}^a &= 34 \\ S_{12}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{13} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 34 \\ S_{13}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \begin{Bmatrix} T \\ A \\ C \\ H \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 010X0 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 34 \\ S_{14}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 34 \\ S_{15}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 34 \\ S_{16}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 34 \\ S_{17}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 34 \\ S_{18}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix} \quad C_{20} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ F \\ H \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{Bmatrix} \quad C_{21} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{19}^a &= 34 \\ S_{19}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{20}^a &= 34 \\ S_{20}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{21}^a &= 34 \\ S_{21}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{22} = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ D \\ H \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0100X \\ 0X010 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_{23} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{Bmatrix} \quad C_{24} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ F \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1001 \\ 1101X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{22}^a &= 34 \\ S_{22}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{23}^a &= 34 \\ S_{23}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{24}^a &= 34 \\ S_{24}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{25} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ G \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ X1010 \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_{26} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ E \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 01X10 \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_{27} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ F \\ G \\ H \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1001 \\ X1010 \\ 0111X \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{25}^a &= 34 \\ S_{25}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{26}^a &= 34 \\ S_{26}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{27}^a &= 34 \\ S_{27}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$C_{28} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ F \\ H \\ I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1001 \\ 0111X \\ 1101X \end{Bmatrix} \quad C_{29} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ G \\ H \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ X1010 \\ 0111X \\ 110X1 \end{Bmatrix} \quad C_{30} = \begin{Bmatrix} T \\ C \\ D \\ H \\ I \\ J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 010X0 \\ 0X010 \\ 0111X \\ 1101X \\ 110X1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{28}^a &= 34 \\ S_{28}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{29}^a &= 34 \\ S_{29}^b &= 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{30}^a &= 34 \\ S_{30}^b &= 43 \end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

$$C_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} X010X \\ 10X00 \\ 101XX \\ 1X100 \\ 0001X \\ 0100X \\ 01X10 \\ X1001 \\ X1010 \end{array} \right\}$$

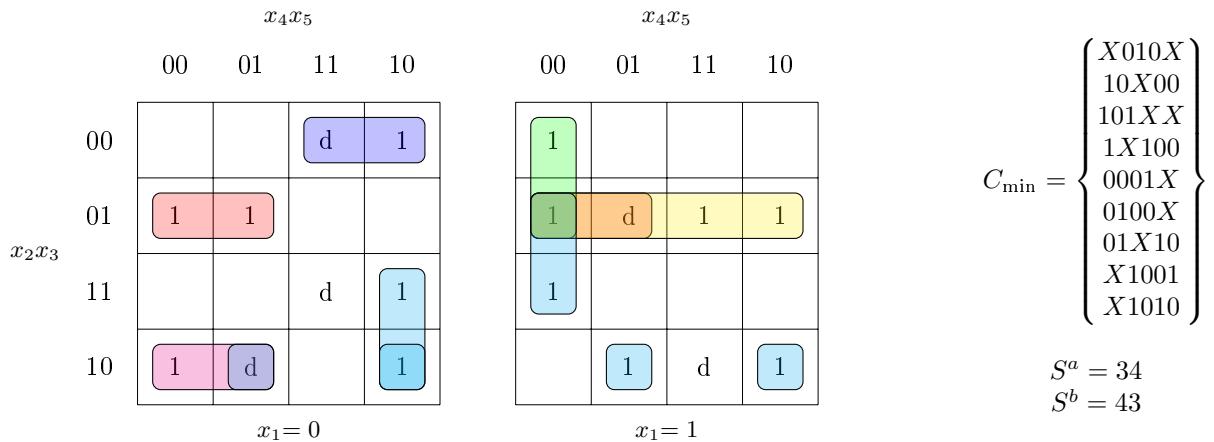
$$\begin{aligned} S^a &= 34 \\ S^b &= 43 \end{aligned}$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_2}x_3\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_4}\overline{x_5} \vee x_1\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_3\overline{x_4}\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_4\overline{x_5} \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4}x_5 \vee x_2\overline{x_3}x_4\overline{x_5}$$

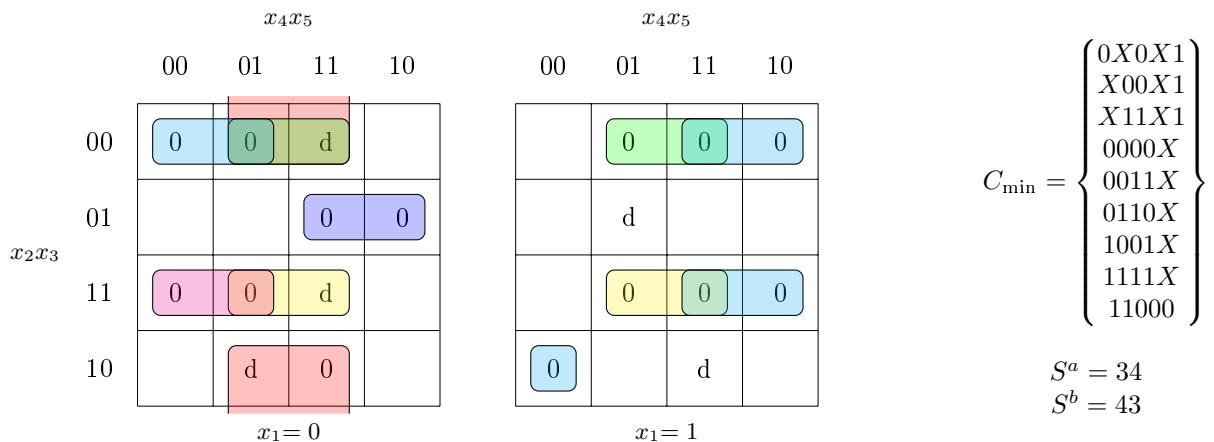
Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ



$$f = \overline{x_2}x_3\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_4}\overline{x_5} \vee x_1\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_3\overline{x_4}\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_4\overline{x_5} \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4}x_5 \vee x_2\overline{x_3}x_4\overline{x_5}$$

Определение МКНФ



$$f = (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \\ (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_2}x_3\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}\overline{x_4}\overline{x_5} \vee x_1\overline{x_2}x_3 \vee x_1x_3\overline{x_4}\overline{x_5} \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}\overline{x_4}x_4 \vee \\ \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_4\overline{x_5} \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4}x_5 \vee x_2\overline{x_3}x_4\overline{x_5}$$

$S_Q = 43 \quad \tau = 2$

$$f = \overline{x_2}x_3(x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1\overline{x_4}\overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2x_4\overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = x_1\overline{x_5}$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \vee x_5$$

$$f = \overline{x_2}x_3(x_1 \vee \overline{x_4}) \vee \varphi\overline{x_4} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2x_4\overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4}\overline{\varphi} \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 4$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = \overline{x_2}x_3(x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1\overline{x_4}\overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2x_4\overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \quad S_Q = 32 \quad \tau = 3$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5})(x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5})(\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \quad S_Q = 43 \quad \tau = 2 \\ (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4)(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

$$f = ((x_2 \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee (x_1 \vee x_4)(\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_1x_2) \quad S_Q = 36 \quad \tau = 4 \\ (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

$$\varphi = x_1x_2$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$$

$$f = ((x_2 \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee (x_1 \vee x_4)(\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee \varphi) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 36 \quad \tau = 4 \\ (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(\overline{\varphi} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

Декомпозиция нецелесообразна

$$f = ((x_2 \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_5}(x_1 \vee x_4)(\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5})(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \quad S_Q = 31 \quad \tau = 4 \\ (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_2}x_3 (x_1 \vee \overline{x_4}) \vee x_1\overline{x_4}\overline{x_5} (\overline{x_2} \vee x_3) \vee x_2x_4\overline{x_5} (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2\overline{x_3}\overline{x_4} (\overline{x_1} \vee x_5) \vee \overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \quad (S_Q = 32, \tau = 3)$$

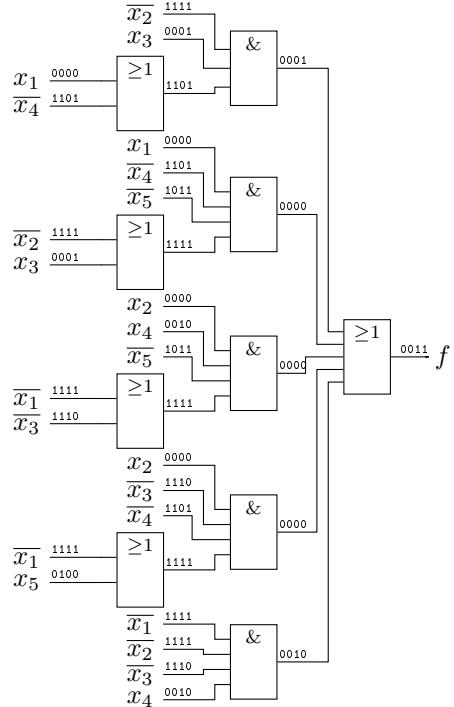
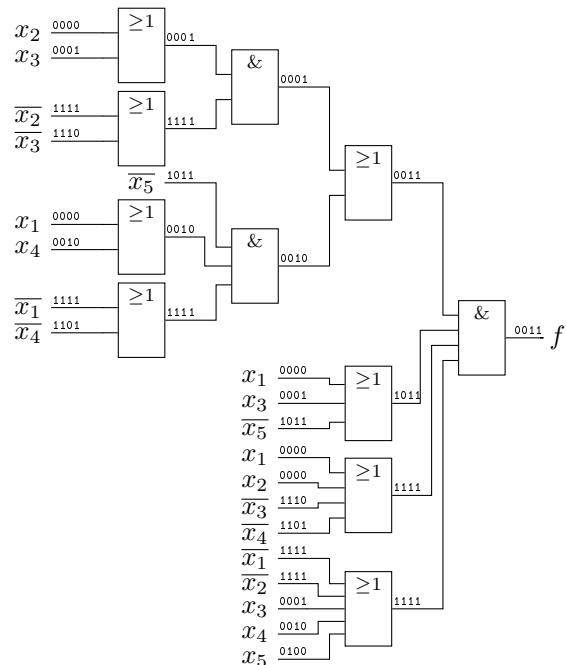


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = ((x_2 \vee x_3) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_5} (x_1 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})) (x_1 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) \quad (S_Q = 31, \tau = 4) \\ (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5)$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_2}x_3\overline{x_1}\overline{x_4}\varphi\overline{x_4}x_2\overline{x_3}x_2x_4\overline{x_5}\overline{x_1}x_3x_2\overline{x_3}\overline{x_4}\varphi\overline{x_1}\overline{x_2}\overline{x_3}x_4} \quad (S_Q = 41, \tau = 6)$$

$$\varphi = x_1\overline{x_5}$$

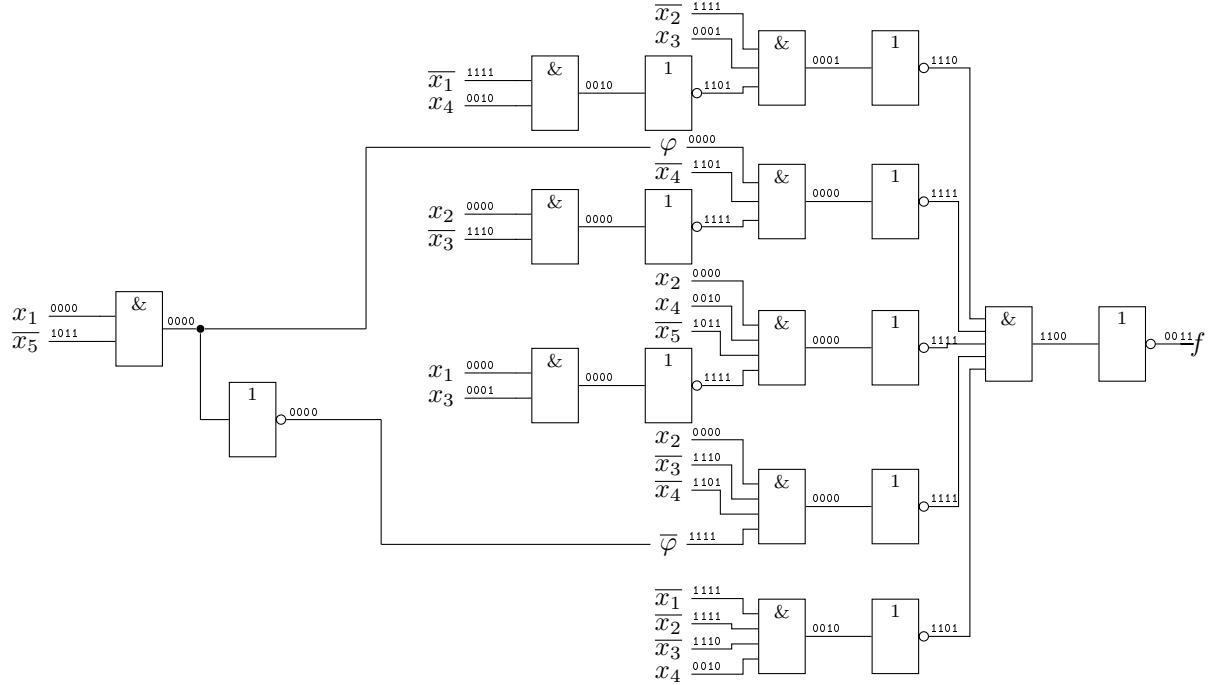
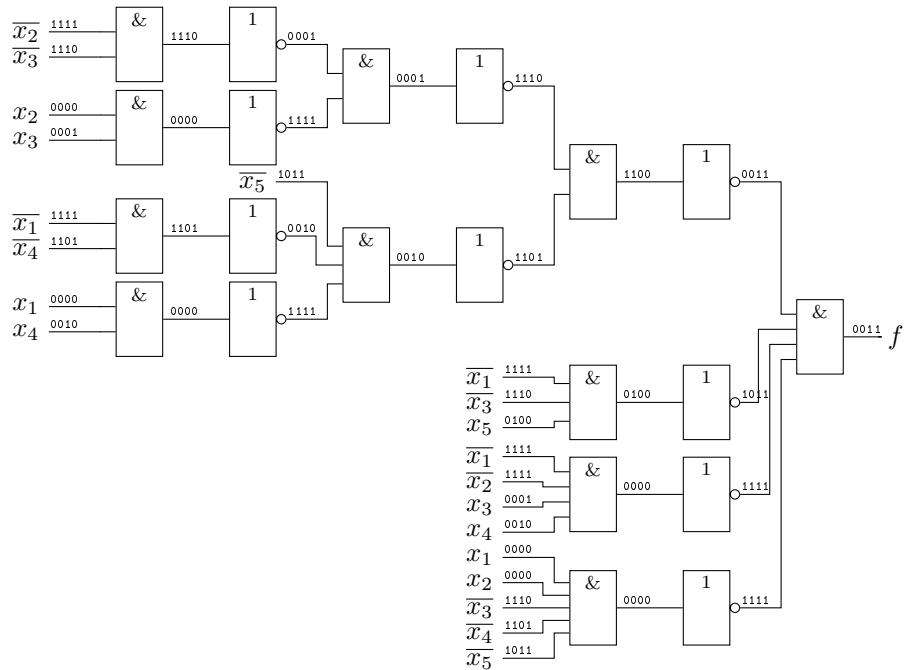


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{x_2}\overline{x_3}\overline{x_2}x_3\overline{x_5}\overline{x_1}\overline{x_4}\overline{x_1}x_4}\overline{x_1}\overline{x_3}x_5\overline{x_1}\overline{x_2}x_3x_4\overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4}\overline{x_5} \quad (S_Q = 41, \tau = 7)$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_3} \quad (S_Q = 52, \tau = 8)$$

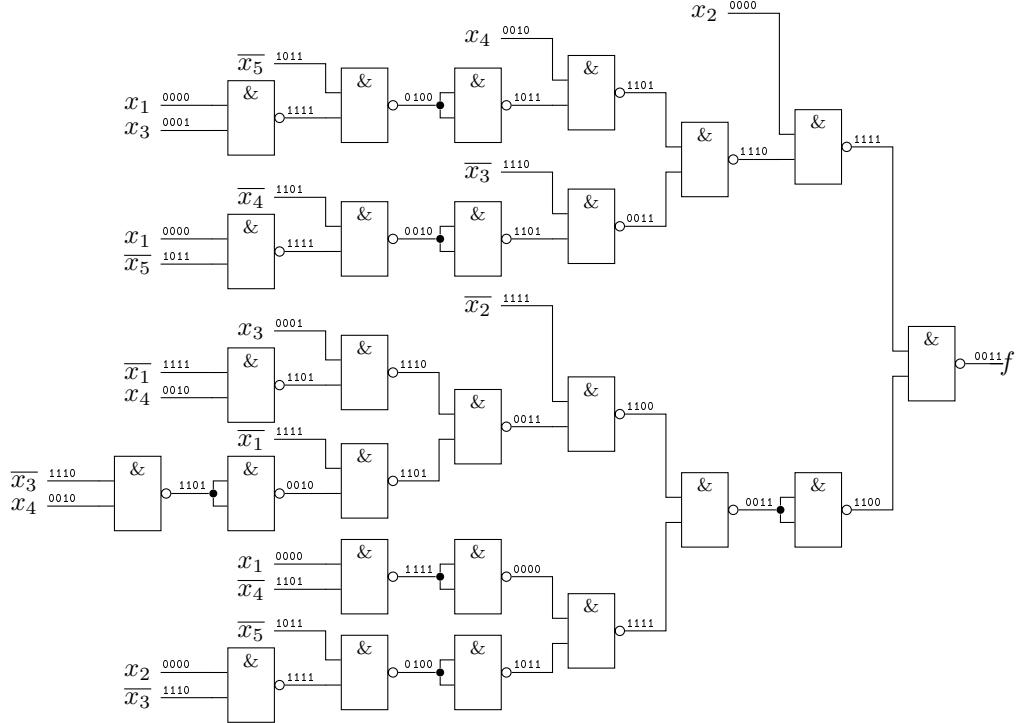


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \quad (S_Q = 52, \tau = 9)$$

