

Ручной счёт лабораторной работы №1 «Элементарная теория погрешностей»

09.23 $\Delta m = 0,001$
 $\Delta m = |m| \delta_m \Rightarrow \delta_m = \frac{0,001}{97,526} \approx 10^{-4} \%$
 лабораторная работа
 №1.
 задание №1
 1) Определим, какое равенство точнее
 2) Определим, сколько значащих цифр
 имеет, оставив верные знаки: а) в
 узком смысле; б) в широком
 смысле. Определим абсолютную
 погрешность результата
 3) Найти предел абсолютные и
 относительные погрешности
 чисел, если они имеют только
 верные цифры: а) в узком смысле;
 б) в широком смысле
 вариант 10
 1) $17/19 = 0,895$ $\sqrt{52} = 7,21$
 2) а) $13,537 (\pm 0,0026)$

б) $7,521$; $\delta = 0,12\%$
 3) а) $5,634$ $\delta = 0,0748$
 Решения.
 1) Находим значения данных
 выражений с большим числом
 десятичных знаков: $a_1 = 17/19 = 0,89474$,
 $a_2 = \sqrt{52} = 7,2111$. Затем вычислим
 предельные абсолютные погрешности,
 округлив их с избытком:
 $\Delta a_1 = |0,89474 - 0,895| = 0,00026$
 $\Delta a_2 = |7,2111 - 7,21| = 0,0011$
 Предельные относительные погрешности состав
 $\delta a_1 = \frac{\Delta a_1}{a_1} = \frac{0,00026}{0,895} = 0,00029 = 0,029\%$
 $\delta a_2 = \frac{\Delta a_2}{a_2} = \frac{0,0011}{7,21} = 0,00015 = 0,015\%$
 П.к. $\delta a_2 < \delta a_1$, то равенство $\sqrt{52} =$
 $= 7,21$ является более точным.
 2) а) Пусть $13,537 (\pm 0,0026) = a$

получено условие, погрешность $\delta a_1 = 0,00029$
 $< 0,005$, это означает, что в числе
 $13,537$ верными в узком смысле
 являются цифры 1,3,5,3. По
 правилам округления последнюю
 прибавим, занося число, сохраняя
 десятичные доли.
 $a_1 = 13,54$
 $\Delta a_1 = \Delta a + \Delta_{огр} = 0,0026 + 0,003 = 0,0056$
~~П.к. $\delta a_1 > 0,05$~~
~~П.к. $\delta a_1 > 0,05$~~
 Полученная погрешность больше
 0,005; значит, нужно увеличить
 число цифр приближенно. Число до
 трех.
 $a_2 = 13,5$
 $\Delta a_2 = \Delta a + \Delta_{огр} = 0,0026 + 0,037 = 0,0396$
 П.к. $\delta a_2 < 0,05$, то при оставшихся
 цифрах верны в узком смысле.
 б) Пусть $a = 7,521$; $\delta a = 0,12\%$

тогда $\Delta a = a \delta_a = 0,00903$. В данном
 числе верными в широком смысле
 являются три цифры, поэтому
 округлим его, сохраняя эти три
 цифры.
 $a_1 = 7,52$
 $\Delta a_1 = 0,001 + 0,00903 = 0,01003$
 П.к. $\delta a_1 > 0,01$, нужно увеличить
 число цифр до двух.
 $a_2 = 7,5$
 $\Delta a_2 = 0,021 + 0,00903 = 0,03003 < 0,1$
 Значит, вокруг числа 7,5 все
 две цифры верны в широком
 смысле.
 3) а) П.к. все четыре цифры
 числа $a = 5,634$ верны в узком
 смысле, то абсолютная погрешность
 $\Delta a = 0,0005$, а относительная
 погрешность $\delta a = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 10^3} = 0,0001 = 0,01\%$
 ~~$\delta a = 0,0001 = 0,01\%$~~

5. Так как все ~~данные~~ ^{данные} заданы
 тогда $a = 0,0748$ берем в широкую
 ошибку, то $\Delta a = 0,001$; $\delta a = 17 \cdot 10^{-3} =$
 $= 0,00017 = 0,017\%$

- 1) Вычислим и определим погрешность результата
- 2) Вычислим и определим погрешность результата
- 3) Вычислим, пользуясь правилами погрешности

Вариант 10

1) $f = \frac{Q \cdot b^3}{48E}$

	a	b	E
Q	54,8(±0,02)	38,5(±0,01)	173(±0,07)
b	2,45(±0,01)	3,35(±0,02)	5,73(±0,01)
E	0,863(±0,004)	0,734(±0,001)	0,956(±0,004)

2) $Q = \frac{(2n-1)^3(x+y)}{x-y}$

	a	b	E
n	2,0435(±0,0001)	1,1353(±0,0002)	4,5681(±0,0001)

x	4,2(±0,05)	5,8(±0,01)	6,3(±0,02)
y	0,82(±0,01)	0,65(±0,02)	0,42(±0,03)

3) $Y = \frac{2b-3a}{b^2} - \frac{3(ab-3a)}{b^2(b+b)}$	a	b	E
a	5,27	7,31	3,28
b	0,662	0,761	0,0545
a	6,8,35	23,36	34,17
b	6,21	8,26	62,34

1) a). $Q = 54,8(±0,02)$; $b = 2,45(±0,01)$;
 $E = 0,863(±0,004)$

Находим $b^3 = 2,45^3 = 14,71$

$48E = 41,424$

$f = \frac{54,8 \cdot 14,71}{41,424} = 19,4467 = 19,45$

Находим $\delta_a = \frac{0,02}{54,8} = 0,00036$; $\delta_b = \frac{0,01}{2,45} = 0,00041$
 $\delta_E = \frac{0,004}{0,863} = 0,00463$, округляем

$\delta_f = \delta_a + 3\delta_b + \delta_E = 0,00036 + 0,01224 +$
 $+ 0,00463 = 0,01723 = 1,72\%$

$\Delta_x = 19,4467 \cdot 0,01723 = 0,33507$

Ответ:

$\Delta_f = 19,45 \cdot 0,01723 = 3,35 \cdot 10^{-1}$

Ответ: $f = 19,45(±3,35 \cdot 10^{-1})$; $\delta_f = 1,72\%$

б). $Q = 38,5(±0,01)$; $b = 3,35(±0,02)$; $E = 0,734(±0,001)$
 $b^3 = 3,35^3 = 37,5$; $48E = 48 \cdot 0,734 = 35,23$

$f = \frac{38,5 \cdot 37,5}{35,23} = 40,9807 = 40,98$

Находим $\delta_a = \frac{0,01}{38,5} = 0,00026$; $\delta_b = \frac{0,02}{3,35} = 0,00597$;
 $\delta_E = \frac{0,001}{0,734} = 0,00136$

$f = \frac{Q \cdot b^3}{48E}$

$\delta_f = \delta_Q + 3\delta_b + \delta_E = 0,00026 +$
 $+ 3 \cdot 0,00597 + 0,00136 = 0,01953 = 1,95\%$

$\Delta_f = 40,98 \cdot 0,01953 = 8,003 \cdot 10^{-1}$

Ответ: $f = 40,98(±8,003 \cdot 10^{-1})$; $\delta_f =$
 $= 1,95\%$

б). $Q = 17,3(±0,07)$; $b = 5,73(±0,01)$;
 $E = 0,956(±0,004)$

$b^3 = 188,1$; $48E = 45,89$

$f = \frac{17,3 \cdot 188,1}{45,89} = 70,91153 = 70,91$

$\delta_Q = \frac{0,07}{17,3} = 0,00405$; $\delta_b = \frac{0,01}{5,73} = 0,00175$;

$\delta_E = \frac{0,004}{0,956} = 0,00418$

$\delta_f = 0,00405 + 3 \cdot 0,00175 + 0,00418 =$
 $= 0,01348 = 1,35\%$

$\Delta_f = 70,91 \cdot 0,01348 = 9,56 \cdot 10^{-1}$

Ответ: $f = 70,91(±9,56 \cdot 10^{-1})$; $\delta_f = 1,35\%$

2) a). $n = 2,0435(±0,0001)$; $x = 4,2(±0,05)$;

$y = 0,82(±0,01)$

$2n-1 = 3,087$; $x+y = 5,02(±0,06)$;

$x-y = 3,38(±0,06)$

$Q = \frac{3,087 \cdot 5,02}{3,38} = \frac{15,49674}{3,38} = 4,5848$

$\delta_Q = \frac{0,0001}{2,0435} =$

$\frac{\delta f}{\delta n} = 2$; $\frac{\delta f}{\delta x} = 1$; $\frac{\delta f}{\delta y} = 1$

$\delta_Q = 2\delta_n + \delta_x + \delta_y = 2 \cdot \frac{0,0001}{2,0435} + \frac{0,06}{4,2} + \frac{0,01}{0,82} =$

$$= 0,019 = 1,9\%$$

$$Q_0 = 17,098 \cdot 0,019 = 0,34$$

$$\text{Problem: } Q = 17,888; \sigma_Q = 0,34; \bar{Q} = 1,9\%$$

$$5) \quad n = (1253 \pm 0,0002); x = 5,8 (\pm 0,01); y = 9,05 (\pm 0,002)$$

$$2n-1 = 13506 (\pm 0,0002); x+y = 6,45 (\pm 0,03);$$

$$x-y = 5,15 (\pm 0,03)$$

$$Q = \frac{1,3506 \cdot 6,45}{5,15} = 2,285 \approx 2,29$$

$$\bar{Q} = 2 \cdot \frac{0,0002}{1,3506} + \frac{0,03}{6,45} + \frac{0,03}{5,15} = 0,0108 = 1,08\%$$

$$Q_0 = 2,29 \cdot 0,0108 = 0,025$$

$$\text{Problem: } Q = 2,29; \bar{Q} = 1,08\%$$

$$6) \quad n = 43681,1 (\pm 0,0001); x = 6,3 (\pm 0,02); y = 9,01 (\pm 0,001)$$

$$2n-1 = 8,7362 (\pm 0,0001); x+y = 6,72 (\pm 0,05);$$

$$x-y = 5,88 (\pm 0,03)$$

$$Q = \frac{8,7362 \cdot 6,72}{5,88} = 75,655 \approx 75,66$$

$$\bar{Q} = 2 \cdot \frac{0,0001}{8,7362} + \frac{0,05}{6,72} + \frac{0,05}{5,88} = 0,016 = 1,6\%$$

$$Q_0 = 75,66 \cdot 0,016 = 1,211$$

$$\text{Problem: } Q = 75,66; \bar{Q} = 1,6\%$$

$$3) \quad a) \quad \alpha = 5,27; \beta = 0,0562; \alpha = 138,35;$$

$$b = 61,21$$

$$Y = \frac{b - \beta a}{b^2} - \frac{\beta (ab - \beta a)}{b^2 (b + \beta)} = \frac{5,27 \cdot 61,21 - 0,0562 \cdot 138,35}{61,21^2 (61,21 + 0,0562)} =$$

$$= 322,5743 - 0,0024 = 322,572 \approx 3,23 \cdot 10^2$$

$$\text{Problem: } Y \approx 3,23 \cdot 10^2$$

$$b) \quad \alpha = 7,31; \beta = 0,0461; \alpha = 234,36; b = 81,26$$

$$Y = \frac{7,31 \cdot 81,26 - 0,0461 \cdot 234,36}{81,26^2} - \frac{0,0461 (234,36 \cdot 81,26 - 0,0461 \cdot 234,36)}{81,26^2 (81,26 + 0,0461)} =$$

$$= 90761,234,36 - 0,0873 - 0,0027 = 0,0846 \approx$$

$$\approx 8,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{Problem: } Y \approx 8,5 \cdot 10^{-2}$$

$$6) \quad \alpha = 3,28; \beta = 0,0545; \alpha = 341,17; b = 52,34$$

$$Y = \frac{3,28 \cdot 52,34 - 0,0545 \cdot 341,17}{52,34^2} - \frac{0,0545 (341,17 \cdot 52,34 - 0,0545 \cdot 341,17)}{52,34^2 (52,34 + 0,0545)} = 0,8559 - 0,0068 = 0,8491 \approx$$

$$\approx 4,9 \cdot 10^{-1}$$

$$\text{Problem: } Y \approx 4,9 \cdot 10^{-1}$$