Cálculo III - Atividade 3

Nome: Igor dos Reis Gomes RA: 241025265

1- $S = \{(x,y) \mid x^2+y^2 \leq 16\}$ Determinar os isotermas e
$T(x,y) = x^2+y^2$ representá-las

i) $D(T) = S$
$Im(T) = \{z \in \mathbb{R} \mid 0 \leq z \leq 16\}$

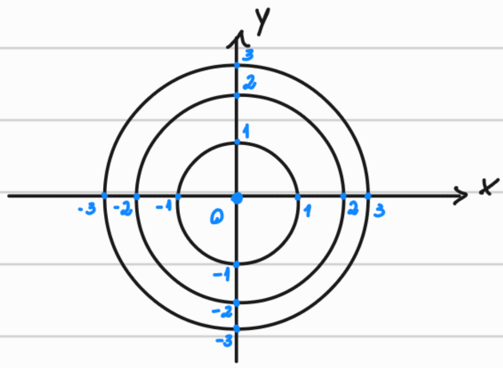
ii) isotermas (curvas de nível)
$z = K$; $K \in \mathbb{R} \leq 16$
$x^2+y^2 = K$; $K \in S$
↳ circ. de centro $(0,0)$ e raio K

$C_K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=K \; ; K \in S\}$

pontos da curva de nível:

$K=0 \rightarrow x^2+y^2=0$
$K=1 \rightarrow x^2+y^2=1$
$K=2 \rightarrow x^2+y^2=2$
$K=3 \rightarrow x^2+y^2=3$

gráfico:

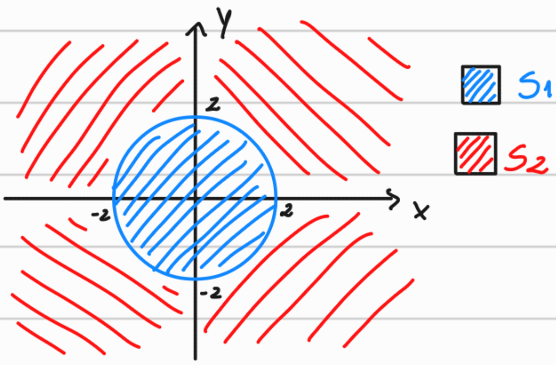


2- $f(x,y) = \begin{cases} 8-x^2-y^2, \text{ se } x^2+y^2 \leq 4 \; (S_1) \\ 4, \text{ se } x^2+y^2 \geq 4 \; (S_2) \end{cases}$

$D(f) = \mathbb{R}^2$

$D(S_2) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \geq 4\}$

$D(S_1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 = 4\}$
$x^2+y^2 = 4$
↳ circ. de centro $(0,0)$ e raio 2.

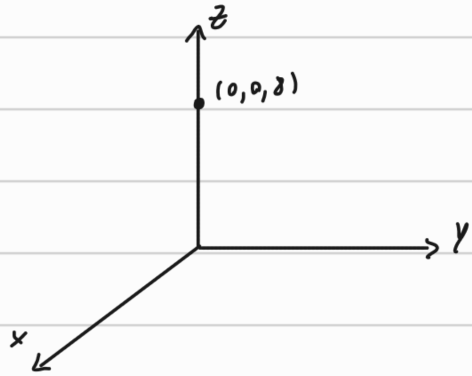


a) interseções da superfície com os planos $z=8$, $z=6$, $z=0$, $x=0$ e $y=0$

- plano $z=8$:

$$8 = 8 - x^2 - y^2$$
$$-x^2 - y^2 = 0$$
$$-(x^2+y^2) = 0$$

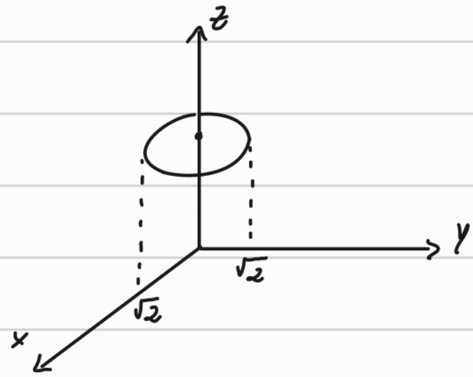
ponto $(0,0)$



- plano $z=6$:

$$6 = 8 - x^2 - y^2$$
$$-2 = -x^2 - y^2$$
$$x^2 + y^2 = 2$$

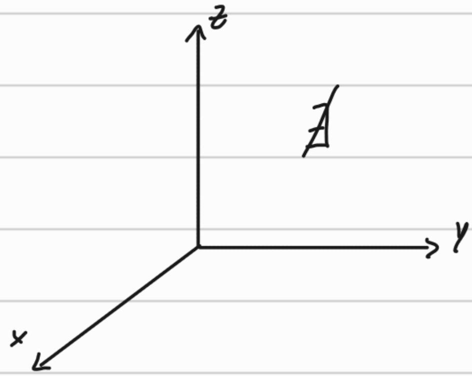
circ. de centro $(0,0)$ e raio $\sqrt{2}$.



- plano $z=0$:

$$0 = 8 - x^2 - y^2$$
$$-8 = -x^2 - y^2$$
$$x^2 + y^2 = 8$$

circ. de centro $(0,0)$ e raio $\sqrt{8}$

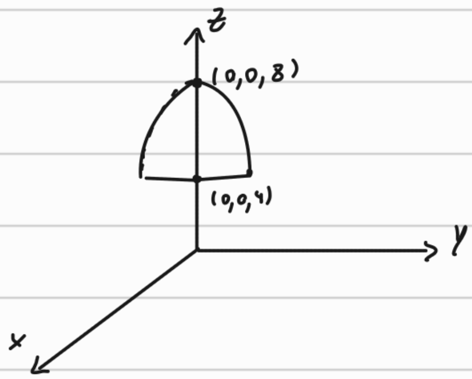


Porém como a $Im(f) = \{4 \leq z \leq 8\}$, o plano onde $z=0$ não tem intersecção com a superfície

- plano $x=0$:

$$z = 8 - y^2$$

parábola c/ concavidade p/ baixo



e $z=4$, pois no domínio,

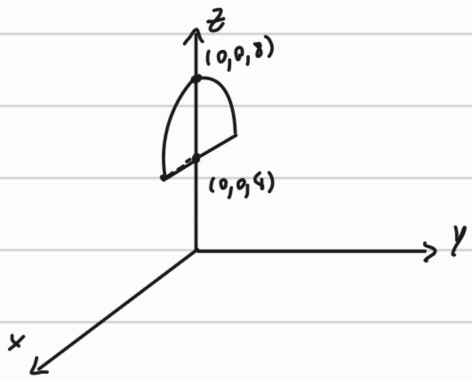
$$x^2 + y^2 = 4$$

- plano $y=0$:

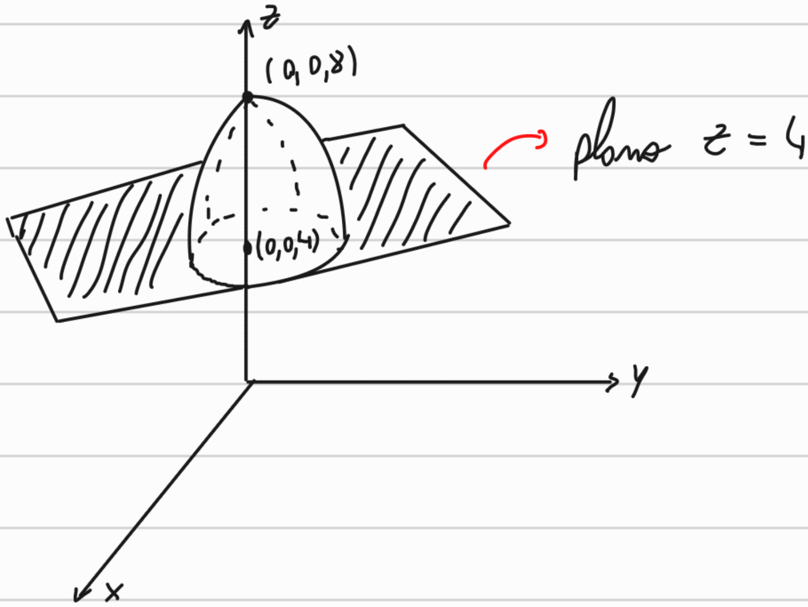
$z = 8 - x^2$

↳ parábola c/ concavidade p/ baixo

e $z=4$, pois no domínio, $x^2+y^2=4$



b) um esboço da superfície



3 - $T(x,y,z) = 30 - \left(x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \right)$

delimitada por: $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$

a) Em que ponto a temperatura é mais alta possível?

Será o ponto $(0,0,0)$, pois é o único ponto que alterando os valores de x, y e z da função $T(x,y,z)$ que terá o valor de 30.

b) Se uma partícula se afasta da origem, deslocando-se sobre o eixo positivo dos x, sofrerá aumento ou diminuição da temperatura?

Irá diminuir, pois fixando os valores de y e z em 0 na função $T(x,y,z)$, e colocando valores somente para o x, ainda assim o valor de 30 da função será subtraído, resultando em um valor menor para a função.

c) Em que pontos a temperatura é mais baixa possível?

Nos pontos da casca da elipsóide $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ e o menor valor possível será $T(x,y,z) = 29$.