

# Cálculo III - Atividade 1

Nome: Igor dos Reis Gomes

RA: 241025265

## a) Circunferência

• As circunferências são obtidas da interseção de um plano com um cone. É a curva que é criada a partir de pontos que estão na mesma distância de um ponto central, que é o centro da circunferência.

• equação da circunferência:  $d(C, P) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$

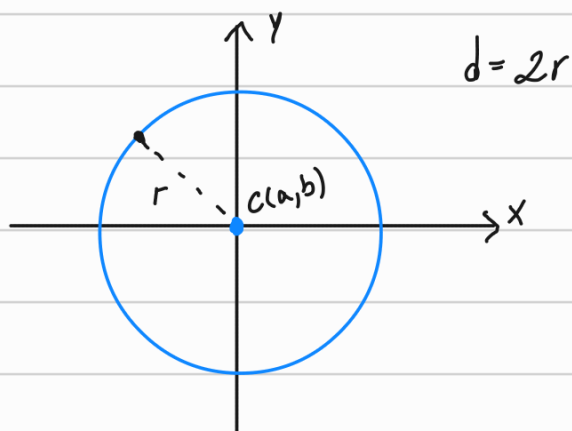
equação reduzida da circunferência  $\rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

onde,  $C(a, b)$  é o centro da circunferência,  
 $P(x, y)$  é um ponto qualquer na circunferência.

• A partir da equação reduzida, podemos chegar na equação geral da circunferência, sendo esta a seguinte:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

• gráfico da circunferência:

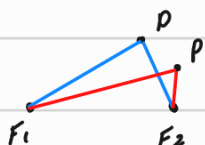


obs: no caso desenhado,  $C(a, b)$ , ou seja, o centro da circunferência tem coordenadas  $(a, a)$ .

## b) Elipse

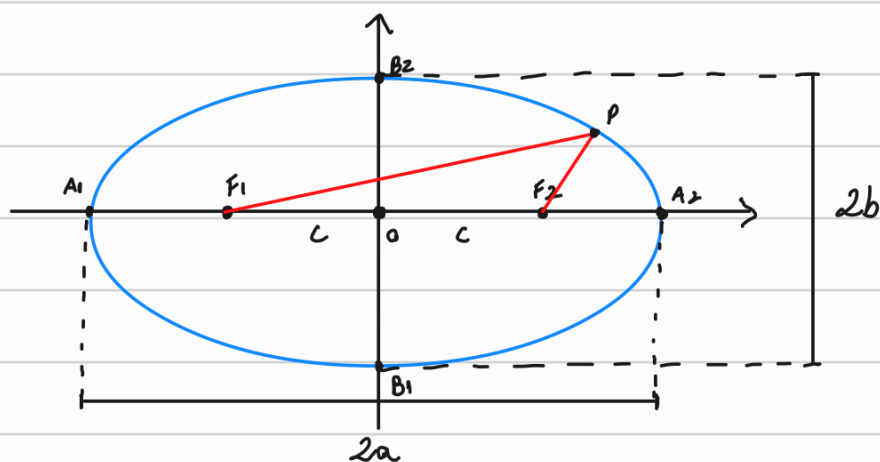
- A elipse é a figura obtida a partir de um corte inclinado de um plano em um cone

**Definição:** Uma elipse de focos  $F_1$  e  $F_2$ , é um conjunto dos pontos  $P$ , cuja soma das distâncias  $F_1$  e  $F_2$  é igual a uma constante  $2a$ , sendo esta maior que 0.



$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

• gráfico da elipse:



- centro da elipse:  $O$
- eixo maior da elipse:  $A_1 A_2 = 2a$
- eixo menor da elipse:  $B_1 B_2 = 2b$
- focos:  $F_1$  e  $F_2$
- distância focal:  $F_1 F_2 = 2c$
- excentricidade:  $e = \frac{c}{a}$

- equação da elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

, para a elipse horizontal.

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

, para a elipse vertical.

### c) Parábola

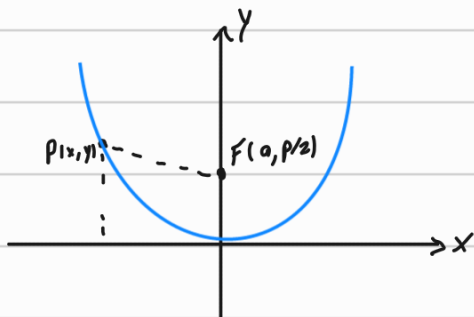
- A parábola é a figura formada a partir de um corte do plano que passa pela base do cone.

**Definição:** A parábola é uma seção cônica gerada pela interseção de um cone com um plano que é paralelo a geratriz do cone.

• Equação da parábola:

**obs:** eixo da parábola sendo o eixo  $y$

sendo  $P(x, y)$  um ponto na parábola,  $F(0, p/2)$  o foco.



$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-p/2)^2} = \sqrt{(x-x)^2 + (y+p/2)^2}$$

→  $x^2 = 2py$  ← equação reduzida da parábola.

• Equação geral da parábola (eixo paralelo ao eixo  $y$ ):

$$x^2 + 2hx + h^2 - 2py + 2pk = 0 \quad \text{ou} \quad ax^2 + cx + dy + f = 0$$

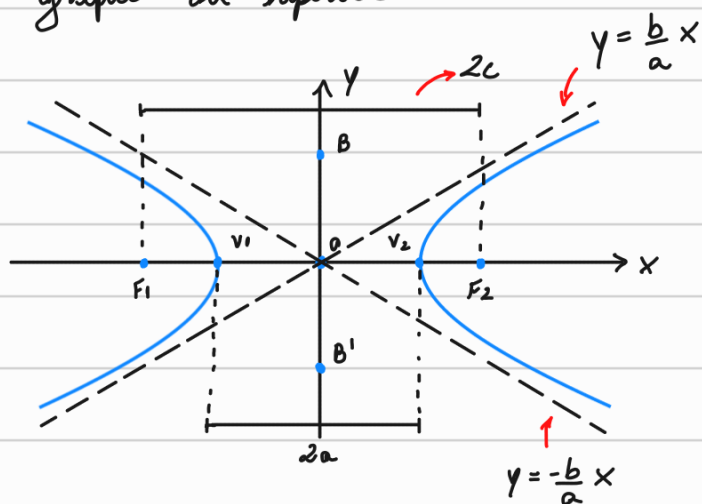
• concavidade: será definida se é para cima ou para baixo se  $p$  for positivo ou  $p$  negativo, respectivamente.

\* quando a equação da parábola estiver em função de  $x$  ( $y^2 = 2px$ ), a parábola estará com o eixo paralelo ao eixo  $x$ .

## d) Hipérbole

— A hipérbole é formada por duas curvas que são geradas a partir de um corte reto paralelo na cônica, passando pela base do cone

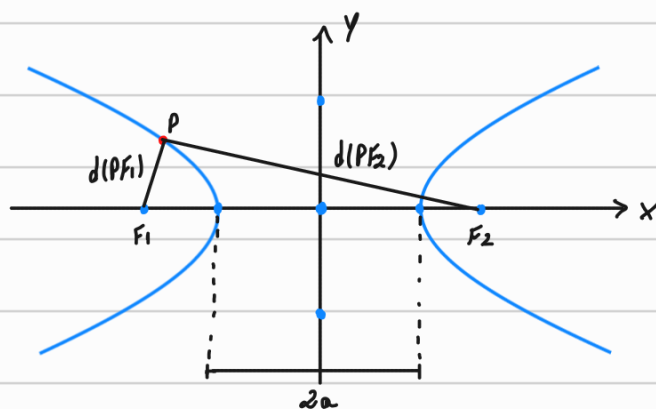
- gráfico da hipérbole:



- focos:  $F_1$  e  $F_2$
- vértices:  $V_1$  e  $V_2$
- distância entre os vértices:  $2a$
- distâncias entre os focos:  $2c$
- centro da hipérbole:  $O$
- eixos imaginários:  $B$  e  $B'$

\* Para que uma figura seja uma hipérbole, o módulo da distância de um ponto  $p$  da hipérbole até o foco  $F_1$  menos a distância desse ponto  $p$  até o foco  $F_2$  deve ser igual à  $2a$ , ou seja:

$$|d(PF_1) - d(PF_2)| = 2a$$



- Equações da hipérbole:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1} \text{ (eixo } x) \text{ e } \boxed{\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1} \text{ (eixo } y)$$