Cálculo III - Atividade 4

Nome: Igor dos Reis Gomes RA: 241025265

1- a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 - 4y^2}{x^2 + y^2}$

- caminho $y = 0$ (eixo x)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

- caminho $x = 0$ (eixo y)

$$\lim_{y \to 0} \frac{-4\cancel{y^2}}{\cancel{y^2}} = \lim_{y \to 0} -4 = -4$$

Como o limite da função é diferente em 2 caminhos diferentes, não existe limite.

b) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 1}} \dfrac{x^2(y-1)^2}{x^4 + (y-1)^4}$

- caminho $y = 0$ (eixo x)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2(-1)^2}{x^4 + (-1)^4} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x^4 + 1}$$

$$= \frac{0}{0^4 + 1} = 0$$

- caminho $x = 0$ (eixo y)

$$\lim_{y \to 1} \frac{(y-1)^2}{(y-1)^4} = \lim_{y \to 1} \frac{1}{\cancelto{+\infty}{(y-1)^2}}$$

$$= \infty$$

Como o limite da função é diferente em 2 caminhos diferentes, não existe limite.

2 - a) $\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{xy}) = \sqrt{0^2+1} - \sqrt{0\cdot 0} = \sqrt{1} = 1$ //

b) $\lim_{\substack{x\to 4\\ y\to 2}} \ln\left(\frac{x^2+y^2}{x-y+1}\right) = \ln\left(\frac{4^2+2^2}{4-2+1}\right) = \ln\left(\frac{16+4}{3}\right) = \ln 20 - \ln 3$ //

c) $\lim_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} \frac{x^3-xy^2}{x+y} = \lim_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} \frac{x(x^2-y^2)}{x+y} = \lim_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} \frac{x\cancel{(x+y)}(x-y)}{\cancel{x+y}} = \lim_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} x(x-y)$

$= 1(1-(-1)) = 1(2) = 2$ //

d) $\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{xy+x} \cdot \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{3}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{3}} = \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x+3-3}{\sqrt{x+3}\,xy+\sqrt{3}xy+\sqrt{x+3}\,x+\sqrt{3}x}$

$= \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(\sqrt{x+3}\,y+\sqrt{3}y+\sqrt{x+3}+\sqrt{3})} = \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{1}{\sqrt{x+3}\,y+\sqrt{3}y+\sqrt{x+3}+\sqrt{3}}$

$= \frac{1}{\sqrt{0+3}\cdot 0+\sqrt{3}\cdot 0+\sqrt{0+3}+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ //

e) $\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} -\frac{xy^2}{2x^2+2y^2}$, $\nexists$

• caminho $y=0$ (eixo x)

$\lim_{x\to 0} -\frac{\cancel{x}}{2x^{\cancel{2}}} = \lim_{x\to 0} -\frac{1}{2x}$

$= -\frac{1}{2\cdot 0} = \infty$ //

• caminho $x=0$ (eixo y)

$\lim_{y\to 0} -\frac{\cancel{y^2}}{2\cancel{y^2}} = \lim_{y\to 0} -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ //

Como o limite da função é diferente em 2 caminhos diferentes, não existe limite.