Lógica Computacional

Álgebra dos Conjuntos

Índice

Tipos de Conjuntos

01

O que é um Conjunto?

Um conjunto é um agrupamento de determinados elementos

Geralmente, um conjunto é denotado por uma letra maiúscula e seus elementos são denotados por letras minúsculas

Exemplos

A = {5, 10, 15, 20}

B = {1, 2, 3, 4, 5}

C = {1}

Tipos de Conjuntos

Conjunto Vazio

O conjunto vazio é aquele que não possui elementos, pode ser denotado da seguinte maneira:

A = { } ou $A = \emptyset$

Exemplos

$$A = \{x \in \mathbb{R}_+ \,/\, x < 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}^* \,/\, x = 0\}$$

Tipos de Conjuntos

Conjunto Unitário

O conjunto unitário é aquele que possui apenas um elemento.

Exemplos

A = {0}

B = {x / x é uma cor}

Tipos de Conjuntos

Conjuntos Finitos e Infinitos

O conjunto finito é aquele que tem uma quantidade de elementos determinada.

O conjunto infinito é aquele que não é finito, ou seja, não possui um número de elementos determinados.

Exemplos

Infinito:

$$A = \mathbb{Z}$$

Finito:

A = {0, 1, 2, 3, 4}

Tipos de Conjuntos

Conjuntos Universo

O conjunto finito é aquele que tem possui todos os elementos que são possíveis. É denotado pela letra U.

Exemplos

A = {x = 0 / x é um número nulo}

Relações entre Conjuntos

02

Relações entre Conjuntos

Inclusão

Inclusão está diretamente relacionado com pertencimento e subconjuntos. Dado dois conjuntos, A e B, o A está incluso ao B, ou seja, pertence à B, se todos os elementos de A também pertencem ao conjunto B. A notação é $\subseteq$

Exemplos

A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Portanto, $A \subseteq B$ (A está contido em B)

Relações entre Conjuntos

Igualdade

Para que dois conjuntos sejam iguais, todos os seus elementos são exatamente iguais, a igualdade é denotada por ‘=’. Além disso, podemos definir a igualdade quando, dados 2 conjuntos, A e B, $A \subseteq B \text{ e } B \subseteq A$

Exemplos

A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {1, 2, 3, 4, 5}

Portanto, $A \subseteq B \text{ e } B \subseteq A$ e por consequência A = B

Partes de um Conjunto

03

Partes de um Conjunto

Conjunto das Partes

O conjunto das partes é formado por elementos que são todos os subconjuntos de um determinado conjunto. É denotado por P(x), onde x é um conjunto

Exemplos

$$A = \{a, b\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$

Operações com Conjuntos

04

Operações com Conjuntos

União

A união entre dois conjuntos é o conjunto $A \cup B$, onde seus elementos são pertencentes de A ou B. Podendo ser denotado da seguinte forma:

$$A \cup B = \{x \in U / x \in A \vee x \in B\}$$

Exemplos

A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {0, 6, 7, 8, 9}

$A \cup B$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Operações com Conjuntos

Propriedades de União

$$A \cup A = A$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup U = U$$

Operações com Conjuntos

Intersecção

A intesecção entre dois conjuntos é o conjunto $A \cap B$, onde seus elementos são pertencentes em ambos conjuntos. Podendo ser denotado da seguinte forma:

$A \cap B = \{x \in U / x \in A \wedge x \in B\}$

Exemplos

A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {5, 6, 7, 8, 9}

$A \cap B = \{5\}$

Operações com Conjuntos

Propriedades de Intersecção

$$A \cap A = A$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup U = A$$

Operações com Conjuntos

Diferença

A diferença entre dois conjuntos é o conjunto A - B, onde seus elementos são pertencentes ao conjunto A, mas que não pertencem a B. Podendo ser denotado da seguinte forma:

$$A - B = \{x \in U / x \in A \wedge x \notin B\}$$

Exemplos

A = {1, 2, 3, 4, 5}
B = {3, 4, 5, 6, 7}

A - B = {1, 2}

Operações com Conjuntos

Propriedades de Diferença

$$A - B = A \cap B^C$$

$$A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B$$

$$A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$$

Operações com Conjuntos

Complementar

O complementar de um um conjunto é aquele que seus elementos não pertencem ao conjunto. Podendo ser denotado da seguinte forma:
Dado o conjunto A, seu complementar é A^{C} ou A’

Exemplos

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \;/\; x < 0\}$$

$$A^{C} = \{x \in \mathbb{Z} \;/\; x \geq 0\}$$

Operações com Conjuntos

Propriedades de Complementar

$$\emptyset^C = U$$

$$U^C = \emptyset$$

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

$$A \cap A^C = \emptyset$$

$$A \cup A^C = U$$

$$(A^C)^C = A$$

Álgebra dos Conjuntos

05

Álgebra dos Conjuntos

Assim como as Técnicas de Dedução na Lógica Proposicional Clássica, a Álgebra dos Conjuntos tem como objetivo verificar a validade dos argumentos dados.

Exemplos

a) $A \cap (B - A) = \emptyset$

$$A \cap (B \cap A^c) = (A \cap A^c) \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$$

b) $A \cup (B - A) = A \cup B$

$$A \cup (B \cap A^c) = (A \cup B) \cap (A \cup A^c) = A \cup B \cap U = A \cup B$$

Fazendo na Prática

Verifique as igualdades abaixo

1- $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$

2- $(A \cup B) - B = A - B$