

$$1 \quad ((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow ((r \vee p) \rightarrow (q \wedge \neg p))$$

0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0

$$FNC: (p \vee q \vee r) \wedge (\neg r \vee q \vee r) \wedge (\neg r \vee q \vee r) \wedge (\neg r \vee q \vee r)$$

C2 C5 C6 C8

1 1 1 1

0 1 1 1

1 1 1 1

1 0 1 1

1 1 0 1

1 1 1 0

1 1 1 1

1 1 1 1

$$FND: (\neg r \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg r \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

D1 D3 D4 D7

1 0 0 0

0 0 0 0

0 1 0 0

0 0 1 0

0 0 0 0

0 0 0 0

0 0 0 1

0 0 0 0

3. a) $A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c$ pode ser representado na lógica proposicional clássica da seguinte maneira: $A \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow \neg A$. Essa é a lei da Contra-Positiva, que pode ser comprovada através de uma tabela de verdade:

$$A \rightarrow B \Rightarrow \neg B \rightarrow \neg A$$

0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0

Para determinar se a implicação é válida, basta substituí-la por um operador condicional:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

1	1	1
1	1	1
0	1	0
1	1	1

Isso nos retorna uma tautologia, portanto vale a lei da Contra-Positiva e, consequentemente $A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c$.

b) É possível representar a lei do cancelamento apresentada através da LPC:

$$A \wedge B \leftrightarrow A \wedge C \Rightarrow B \leftrightarrow C$$

Para determinar sua veracidade, usamos uma tabela de verdade:

02) a) $A \vee (B \wedge C), A \rightarrow D, D \rightarrow C \vdash C$

31)

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------|---|
| 1. $A \vee (B \wedge C)$ | p | / |
| 2. $A \rightarrow D$ | p | / |
| 3. $D \rightarrow C$ | p | / |
| 4. $\neg C$ | pp | / |
| 5. $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ | Distributiva em 1 | / |
| 6. $A \vee C$ | S em 5 | / |
| 7. A | SD em 4 e 6 | / |
| 8. D | MP em 2 e 7 | / |
| 9. C | MP em 3 e 8 | / |
| 10. $C \wedge \neg C$ | C em 4 e 9 | / |
| 11. C | DI de 4 a 10 | / |

b) $\neg A \rightarrow (\neg B \vee C), E \vee (C \rightarrow D), \neg A \vee E, \neg E \vdash B \rightarrow D$

- | | | |
|---|--------------|---|
| 1. $\neg A \rightarrow (\neg B \vee C)$ | p | / |
| 2. $E \vee (C \rightarrow D)$ | p | / |
| 3. $\neg A \vee E$ | p | / |
| 4. $\neg E$ | p | / |
| 5. B | pp | / |
| 6. $\neg A$ | SD em 3 e 4 | / |
| 7. $\neg B \vee C$ | MP em 1 e 6 | / |
| 8. $\neg(\neg B)$ | DN em 5 | / |
| 9. C | SD em 7 e 8 | / |
| 10. $C \rightarrow D$ | SD em 2 e 4 | / |
| 11. D | MP em 9 e 10 | / |
| 12. $B \rightarrow D$ | DC de 5 a 11 | / |

02) c) $A \rightarrow B$, $B \leftrightarrow D$, $E \vee (A \wedge \neg D)$, $A \vdash E$

1. $A \rightarrow B$

p.

2. $B \leftrightarrow D$

p.

3. $E \vee (A \wedge \neg D)$

p.

4. A

p.

5. $\neg E$

pp.

6. $(E \vee A) \wedge (E \vee \neg D)$ Distributiva em 3

7. $E \vee \neg D$ S em 6

8. B

MP em 1 e 4

9. $(B \rightarrow D) \wedge (D \rightarrow B)$ BIC em 2

10. $B \rightarrow D$

S em 9

11. D

MP em 8 e 10

12. $\neg(\neg D)$

DN em 11

13. E

SD em 7 e 12

14. $E \wedge \neg E$

C em 5 e 13

15. E

DI de 5 a 14

5. $S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + ABCD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$

210

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$	
			1	$\bar{C}\bar{D}$
	1	1		$\bar{C}D$
1		1		CD
1			1	$C\bar{D}$

a) $S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}D + A\bar{B}\bar{D}$

$S = F(A, B, C, D) = \sum (0, 1, 3, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 15)$

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$		$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$	
0000	0100	1100	1000	$\bar{C}\bar{D}$	0	4	12	8	$\bar{C}\bar{D}$
0001	0101	1101	1001	$\bar{C}D$	1	5	13	9	$\bar{C}D$
0011	0111	1111	1011	CD	3	7	15	11	CD
0010	0110	1110	1010	$C\bar{D}$	2	6	14	10	$C\bar{D}$

$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$	
1		1	1	$\bar{C}\bar{D}$
1	1	1		$\bar{C}D$
1	1	1	1	CD
	1			$C\bar{D}$

b) $S = \bar{A}D + BD + CD + \bar{A}BC + A\bar{C}\bar{D} + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$

$$4) a) A - (A \cap B) = A - B$$

$$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)^c = A \cap (A^c \cup B^c) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B^c) \\ = A \cap B^c = \underline{A - B} \quad \checkmark$$

$$b) A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$$

$$A \cap (B \cap C^c) = C^c \cap (B \cap A) = (B \cap C^c) \cap (A \cap C^c) = \\ \underline{(B - C) \cap (A - C)} \quad \checkmark$$

Vale a igualdade

3)

$$(a) A \subseteq B \Rightarrow B^c \subseteq A^c$$

$$H: A \subseteq B$$

$$T: B^c \subseteq A^c$$

$$\text{Seja } x \in B^c \Leftrightarrow x \notin B \Rightarrow x \notin A \Leftrightarrow x \in A^c$$

$$H: A \subseteq B$$

$$\text{Logo } B^c \subseteq A^c$$

$$(b) \text{ Não vale: } A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{a, d\}$$

$$C = \{a, e, f\}$$

$$\text{Dei: } A \cap B = \{a\} = A \cap C$$

$$\text{Contra } B \neq C.$$