Lógica Computacional

Lógica Proposicional Clássica

Índice

Conectivos

01

Conectivos

Negação

Negação da proposição A. Sendo esta a ‘não A’

A	¬A
0	1
1	0

Exemplos

“O Sol é azul” (Falso - 0). Negação: “O Sol não é azul” (Verdadeiro - 1).

“Preto é uma cor escura” (Verdadeiro - 1). Negação: “Preto não é uma cor escura” (Falso - 0).

Conectivos

Conjunção

Proposições A e B compostas. Sendo esta a ‘A e B’

A	B	A∧B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exemplos

“O Sol é azul” (Falso - 0). Negação: “O Sol não é azul” (Verdadeiro - 1).

“Preto é uma cor escura” (Verdadeiro - 1). Negação: “Preto não é uma cor escura” (Falso - 0).

Conectivos

Disjunção

Proposições A e B compostas. Sendo esta a ‘A ou B’

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Exemplos

“O Sol é azul” (Falso - 0). Negação: “O Sol não é azul” (Verdadeiro - 1).

“Preto é uma cor escura” (Verdadeiro - 1). Negação: “Preto não é uma cor escura” (Falso - 0).

Conectivos

Condicional

Proposições A e B compostas. Sendo esta a ‘Se A, então B’

A	B	A→B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Exemplos

“O Sol é azul” (Falso - 0). Negação: “O Sol não é azul” (Verdadeiro - 1).

“Preto é uma cor escura” (Verdadeiro - 1). Negação: “Preto não é uma cor escura” (Falso - 0).

Conectivos

Bicondicional

Proposições A e B compostas. Sendo esta a ‘A se, e somente se, B’

A	B	A↔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exemplos

“O Sol é azul” (Falso - 0). Negação: “O Sol não é azul” (Verdadeiro - 1).

“Preto é uma cor escura” (Verdadeiro - 1). Negação: “Preto não é uma cor escura” (Falso - 0).

Tabelas de Verdade

02

Tabelas de Verdade

São feitas a partir das seguintes condições:

- Expressão que envolve a junção de conectivos e proposições;

- A quantidades de linha de uma tabela verdade são todas as possibilidades possíveis de resultados (2 elevado a n), sendo n a quantidade de proposições.

Exemplo de Tabelas de Verdade

$\mathbf{B} \equiv ((p \vee (\neg r)) \rightarrow (q \wedge (\neg r)))$:

(p	∨	(¬r))	→	(q	∧	(¬r))
0	1	1	**0**	0	0	1
0	0	0	**1**	0	0	0
0	1	1	**1**	1	1	1
0	0	0	**1**	1	0	0
1	1	1	**0**	0	0	1
1	1	0	**0**	0	0	0
1	1	1	**1**	1	1	1
1	1	0	**0**	1	0	0
(1)	(2)	(1)	(3)	(1)	(2)	(1)

— Fazendo na Prática —

Tautologias, Contradições e Contingências

- Tautologia: Coluna final constituída apenas de 1's

- Contradições: Coluna final constituída apenas de 0's

- Contingências: Coluna final constituídas de 0's e 1's, independente das quantidades

Equivalência e Implicação

03

Equivalência

Duas proposições são equivalentes quando ambas têm o mesmo resultado de tabela de verdade.

Além disso, P e Q, por exemplo, serão equivalentes somente se P bicondicional Q for uma tautologia.

Exemplo:

$P \equiv A \to B$

0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\Longleftrightarrow$

$Q \equiv (\neg A) \vee B$

1	0	1	0
1	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1

Implicação

A proposição P implica uma proposição Q se toda vez que P é verdadeira, tem-se que Q também é verdadeira.

P implica em Q se, e somente se, P condicional Q for uma tautologia

Exemplo:

A	$\wedge$	B	$\Rightarrow$	A
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

Regras de Dedução

04

Regras de Dedução

$$\frac{A}{\neg\neg A} \rightarrow \text{DN}$$

$$\frac{A \land B}{A} \rightarrow \text{simplificação (S)}$$

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \land B} \rightarrow \text{conjunção (C)}$$

$$\frac{\begin{array}{c} A \land B \\ \neg B \end{array}}{A} \rightarrow \text{silogismo disjuntivo (SD)}$$

$$\frac{A}{A \lor B} \rightarrow \text{disjunção (D)}$$

Regras de Dedução

$$\begin{array}{c} A \to B \\ A \\ \hline B \end{array}$$ → modus ponens (MP)

$$\begin{array}{c} A \to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$ → modus tolens (MT)

$$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to A \\ \hline A \leftrightarrow B \end{array}$$ → bicondicional (BIC)

$$\begin{array}{c} A \leftrightarrow B \\ \hline (A \to B) \vee (B \to A) \end{array}$$ → BIC

$$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$$ → silogismo hipotético (SH)

$$\begin{array}{c} A \to B \\ C \to D \\ A \vee C \\ \hline B \vee D \end{array}$$ → dilema construtivo (DC)

Técnicas de Dedução

05

Técnicas de Dedução

Assim como a tabela de verdade, o método de técnicas de dedução verifica a validade dos argumentos

Exemplos:

1- $C,\ C \to \neg B,\ \neg B \to \neg D \vdash D$

1. C	p.
2. $C \to \neg B$	p.
3. $\neg B \to \neg D$	p.
4. $\neg B$	MP 1 e 2
5. $\neg D$	MP 3 e 4

2- $\neg A \to B,\ B \to \neg D,\ D \vee E,\ \neg E \vdash A$

1. $\neg A \to B$	p.
2. $B \to \neg D$	p.
3. $D \vee E$	p.
4. $\neg E$	p.
5. $\neg A \to \neg D$	SH em 1 e 2.
6. D	SD em 3 e 4.
7. $\neg\neg D$	DN em 6.
8. $\neg\neg A$	MT em 5 e 7.
9. A	DN em 8.

Fazendo na Prática

Verifique a validade do seguinte argumento:

1- $D \land B,\ C \rightarrow \neg B,\ \neg C \rightarrow E \vdash E \lor \neg D$