

Trabalho 4 - Cálculo II

Igor dos Reis Gomes

RA: 231012471

A curva apresenta simetria em relação aos eixos x e y , portanto a área calculada será apenas a do 1º quadrante e multiplicada por 4.

no ponto $(0, 4)$:

$$\begin{aligned} 0 &= 2 \cos t & t &= \pi \\ 4 &= 4 \sin t & & 2 \end{aligned}$$

no ponto $(2, 0)$ temos:

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \cos t & t &= 0 \\ 0 &= 4 \sin t & & \end{aligned}$$

$$A_1 = 4 \int_{\pi/2}^0 4 \sin t (-2 \sin t) dt = \int_{\pi/2}^0 -32 \sin^2 t dt = 32 \int_0^{\pi/2} \sin^2 t dt$$

$$A_1 = 32 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = 16 \int_0^{\pi/2} 1 - \cos 2t dt = 16 \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$A_1 = 16 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sin \pi}{2} \right) = 16 \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = 8\pi \text{ u.a.}$$

Agora, fazendo a área da menor elipse:

no ponto $(0, 1)$:

$$\begin{aligned} 0 &= 2 \cos t & t &= \pi \\ 1 &= \sin t & & 2 \end{aligned}$$

no ponto $(2, 0)$:

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \cos t & t &= 0 \\ 0 &= \sin t & & \end{aligned}$$

$$A_2 = 4 \int_{\pi/2}^0 \sin t (-2 \sin t) dt = \int_{\pi/2}^0 -8 \sin^2 t dt = 8 \int_0^{\pi/2} \sin^2 t dt$$

$$A_2 = 8 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = 4 \int_0^{\pi/2} 1 - \cos 2t dt = 4 \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$A_2 = 4 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sin \pi}{2} \right) = 2\pi \text{ u.a.}$$

$$A_T = 8\pi - 2\pi = 6\pi \text{ u.a.}$$



Portanto a área entre as elipses é $6\pi \text{ u.a.}$