

«Генетический алгоритм в решении задачи коммивояжёра»

Сенин Игорь, Б05-122

□ Докажем, что TSP является NP -полной задачей.

1. $TSP \in NP$

Через сертификаты: нужно предъявить верификатор $V(x, s) : (G, \varphi) \in TSP \Leftrightarrow \exists s : V((G, \varphi), s) = 1$ и V работает за полином от x . Пусть сертификат s - это последовательность вершин, в котором нужно совершить обход. Тогда V просто проходит граф G согласно s , суммируя стоимости пройденных рёбер. Очевидно, за линейное от s время.

2. $TSP \in NP_{hard}$

Сведём задачу $UHAMPATH$ (гамильтонов цикл в неориентированном графе) к TSP . $UHAMPATH = \{G : \text{в } G \text{ есть гамильтонов цикл}\}$. По G построим граф G' с метрикой φ : если $(v, u) \in E_G$, то добавим в G' ребро (v, u) , причём $\varphi(v, u) = 0$; иначе добавим ребро (v, u) в G' с $\varphi(v, u) = 1$. Очевидно, наличие гамильтонова пути в исходном графе равносильно решению TSP стоимости 0. ■