## Динамическое выравнивание многомерных временных рядов\*

 $\begin{tabular}{ll} $\it \Gamma on uapos \ A. B., Ho cynos \ \it W. P \\ {\it y} {\it u} {\it supov.ir@phystech.edu}, & {\it alex.goncharov@phystech.edu} \\ & {\it M} \Phi {\it T} {\it W} \\ \end{tabular}$ 

В данной работе исследуется кластеризация многомерных временных рядов с использованием алгоритма DTW. При использовании DTW в многомерном случае возникает проблема определения функций расстояния между элементами временных рядов. Основной целью статьи является нахождение зависимости качества кластеризации от выбора этой функции расстояния. В связи с повышением размерности возникает вопрос эффективности и применимости DTW на многомерных рядах.

**Ключевые слова**: *временные ряды, многомерные временные ряды, DTW*.

## Введение

Одной из актуальных задач анализа данных является задача кластеризации многомерных временных рядов. Такого рода задачи возникают при построении моделей объектов в трудноформализуемых областях исследований, например в медицине, когда требуется дать описание типичных групп пациентов со сходной динамикой развития заболевания на основе данных об изменениях клинических показателей и диагностических признаков. Типизация пациентов позволяет, в частности, разрабатывать методики лечения, оптимальные для каждой группы.

В задаче кластерного анализа требуется разбить множество объектов, описываемых набором некоторых переменных или матрицей попарных расстояний на кластеры так, чтобы критерий качества принял наилучшее значение. Критерий качества — функционал, зависящий от разброса объектов внутри кластера и расстояний между кластерами. Определение расстояния или меры различия между временными рядами имеет дополнительные трудности: ряды могут быть разной длины, состоять из разнотипных компонентов, иметь большую размерность. Кроме того, предполагается наличие зависимостей между наблюдаемыми характеристиками в различные моменты времени.

Евклидово расстояние имеет чувствительность к искажению по временной оси, поэтому для измерения расстояния между временными рядами используется функция расстояния DTW. [2]. Гибкость этого метода позволяет оценить сходство двух временных рядов, несмотря на фазовые сдвиги. DTW имеет вычислительную сложность  $O(n^2)$ , но тем не менее является лучшим известным решением для определения сходства между временными рядами. На сегодня предложено большое количество подходов для понижения вычислительной сложности: отбрасывание заведомо непохожих подпоследовательностей на основе оценки нижней границы расстояния [4, 3], индексирование [5], раннее прекращение заведомо нерезультативных вычислений [7]. В данной работе используется отбрасывание подпоследовательностей на основе оценки нижней границы расстояния (lower-bounding, LB). Это ускорение позволяет добиться вычислительной сложности O(n)[7]. Затем сравним алгоритмы кластеризации и выявим самый подходящий для кластеризации временных рядов с помощью DTW. Известно, что не все алгоритмы кластеризации подходят. Например, k-means не подходит, так как этот алгоритм настаивает на кластеризации всех

Задачу поставил: Гончаров А.В. Консультант: Гончаров А.В.

2 Список литературы

элементов, в то время как это мешает точности ввиду того, что временные ряды не являются статическими и неоторые элементы из набора данных вовсе не должны быть собраны в кластер [1], но есть оптимизация этого метода для DTW, которая называется RSTMF [6]. Также DBSCAN не подходит для DTW, так как DTW не является метрикой, то возникает сложность в индексации, особенно для многомерных рядов [1].

## Постановка задачи

Имеется выборка  $\mathbb{D} = \{(s_i, y_i)\}_i^m$ , где  $s_i \in \mathbb{S}$  – множество временных рядов, а  $y_i \in \mathbb{Y}$  – множество идентификаторов кластера.

**Опредедение 1**. Алгоритм кластеризации — функция  $a: X \rightarrow Y$ 

Временные ряды не являются статическими данными, поэтому обычные методы кластеризации для них не всегда работают. Кластеризацию временных рядов можно осуществить двумя способами:

- 1) Для необработанных данных подобрать функцию расстояния так, чтобы известные методы кластеризации работали.
- 2) Преобразовать данные в статические и использовать известные методы кластеризации.

В данной работе мы используем первый способ и для этого вводим функцию расстояния DTW. Качество метода кластеризации должна оцениваться некоторыми критериями. Выделяют две категории критериев в зависимости от того, известно ли количество кластеров или нет.

Пусть количество кластеров известно и равно k и пусть G и C – множества индентификаторов кластера, известные изначально и определенные алгоритмом кластеризации соответственно. Тогда вводят следующий критерий

Опредедение 2. Мера сходства:

$$Sim(G,C)=rac{1}{k}\sum_{i=1}^k\max_{1\leqslant j\leqslant k}Sim(G_i,C_j)$$
 где  $Sim(G_i,C_j)=rac{2|G_i\cap C_i|}{|G_i|+|C_j|}$ 

Рассмотрим теперь случай, когда количество кластеров неизвестно. Вводится множество  $P_k$ , которое обозначает множество всех кластеров, разбивающих множество временных рядов на k кластеров. Критерий определяющий лучшую среди возможных группировок:

$$P(C^*) = \min_{C_j \in C \in P_k} \sum_{j=1}^k p(C_j)$$
 где  $p(C) = \frac{1}{2w(C)} \sum_{X,Y \in C} w(X)w(Y)D(X,Y)$   $w(X)$  - вес элемента  $X, \ w(C) = \sum_{X \in C} w(X)$  - вес всех элементов.  $D(X,Y)$  - функция расстояния между элементами.

\*

Список литературы

[1] Nurjahan Begum и др. «Accelerating dynamic time warping clustering with a novel admissible pruning strategy». в: Proceedings of the 21th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. ACM. 2015, с. 49—58.

Список литературы 3

[2] Donald J Berndt и James Clifford. «Using dynamic time warping to find patterns in time series.» в: *KDD workshop*. т. 10. 16. Seattle, WA. 1994, с. 359—370.

- [3] Alessandro Camerra и др. «iSAX 2.0: Indexing and mining one billion time series». в: 2010 IEEE International Conference on Data Mining. IEEE. 2010, с. 58—67.
- [4] Hui Ding и др. «Querying and mining of time series data: experimental comparison of representations and distance measures». в: *Proceedings of the VLDB Endowment* 1.2 (2008), с. 1542—1552.
- [5] Seung-Hwan Lim, Hee-Jin Park u Sang-Wook Kim. «Using multiple indexes for efficient subsequence matching in time-series databases». B: International Conference on Database Systems for Advanced Applications. Springer. 2006, c. 65—79.
- [6] Warissara Meesrikamolkul, Vit Niennattrakul и Chotirat Ann Ratanamahatana. «Shape-based clustering for time series data». в: Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Springer. 2012, с. 530—541.
- [7] Thanawin Rakthanmanon и др. «Searching and mining trillions of time series subsequences under dynamic time warping». в: Proceedings of the 18th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining. ACM. 2012, с. 262—270.