Matemática

Binômio de Newton

Descrição do assunto: O Binômio de Newton é um polinômio que resulta da elevação de um binômio (um polinômio com dois termos) a uma potência natural nnn. Através dos estudos de Isaac Newton, foram descobertas regularidades que facilitam a representação e o cálculo dos termos desse polinômio. O uso do triângulo de Pascal e a relação com a análise combinatória são essenciais para simplificar esses cálculos.

Exemplo: Ao calcular (a+b)4(a + b)^4(a+b)4, podemos aplicar a fórmula do binômio de Newton:

(a+b)n=∑k=0nC(n,k)an−kbk(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} C(n, k) a^{n-k} b^k(a+b)n=k=0∑nC(n,k)an−kbk

onde C(n,k)C(n, k)C(n,k) representa as combinações.

Para n=4n = 4n=4:

(a+b)4=C(4,0)a4b0+C(4,1)a3b1+C(4,2)a2b2+C(4,3)a1b3+C(4,4)a0b4(a + b)^4 = C(4, 0) a^4 b^0 + C(4, 1) a^3 b^1 + C(4, 2) a^2 b^2 + C(4, 3) a^1 b^3 + C(4, 4) a^0 b^4(a+b)4=C(4,0)a4b0+C(4,1)a3b1+C(4,2)a2b2+C(4,3)a1b3+C(4,4)a0b4

Exercícios:

1. **Básico:**
   Calcule o binômio (x+3)2(x + 3)^2(x+3)2 utilizando a fórmula do binômio de Newton.
2. **Médio:**
   Determine o coeficiente do termo x3x^3x3 no desenvolvimento de (2x+5)5(2x + 5)^5(2x+5)5.
3. **Difícil:**
   Encontre o 4º termo do binômio (a−2b)6(a - 2b)^6(a−2b)6 usando a fórmula do termo geral do binômio de Newton.

Respostas:

1. **Básico:**
   (x+3)2=C(2,0)x2⋅30+C(2,1)x1⋅31+C(2,2)x0⋅32(x + 3)^2 = C(2, 0)x^2 \cdot 3^0 + C(2, 1)x^1 \cdot 3^1 + C(2, 2)x^0 \cdot 3^2(x+3)2=C(2,0)x2⋅30+C(2,1)x1⋅31+C(2,2)x0⋅32
   =1⋅x2+2⋅x⋅3+1⋅9=x2+6x+9= 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 1 \cdot 9 = x^2 + 6x + 9=1⋅x2+2⋅x⋅3+1⋅9=x2+6x+9
2. **Médio:**
   Para o termo x3x^3x3 em (2x+5)5(2x + 5)^5(2x+5)5, temos a=2xa = 2xa=2x, b=5b =

5b=5, n=5n = 5n=5 e k=2k = 2k=2 (porque 5−k=35 - k = 35−k=3):
C(5,2)⋅(2x)3⋅52=10⋅8x3⋅25=2000C(5, 2) \cdot (2x)^3 \cdot 5^2 = 10 \cdot 8x^3 \cdot 25 = 2000C(5,2)⋅(2x)3⋅52=10⋅8x3⋅25=2000
O coeficiente do termo x3x^3x3 é **2000**.

3. **Difícil:**
   Para encontrar o 4º termo de (a−2b)6(a - 2b)^6(a−2b)6:
   Tp+1=C(6,3)a6−3(−2b)3=C(6,3)a3(−8b3)=20⋅a3⋅(−8b3)=−160a3b3T_{p+1} = C(6, 3) a^{6-3} (-2b)^3 = C(6, 3) a^3 (-8b^3) = 20 \cdot a^3 \cdot (-8b^3) = -160a^3b^3Tp+1=C(6,3)a6−3(−2b)3=C(6,3)a3(−8b3)=20⋅a3⋅(−8b3)=−160a3b3
   O 4º termo é −160a3b3-160a^3b^3−160a3b3.