Најмала вредност на функција на интервал

Текст на задачата

Најмалата вредност на функцијата $y = -x^2 + 2x + 5$ на интервалот $[-2; 2]$ изнесува: 1) 2 2) 14 3) -3 4) 2 5) -14

□ Скица / Конструкција

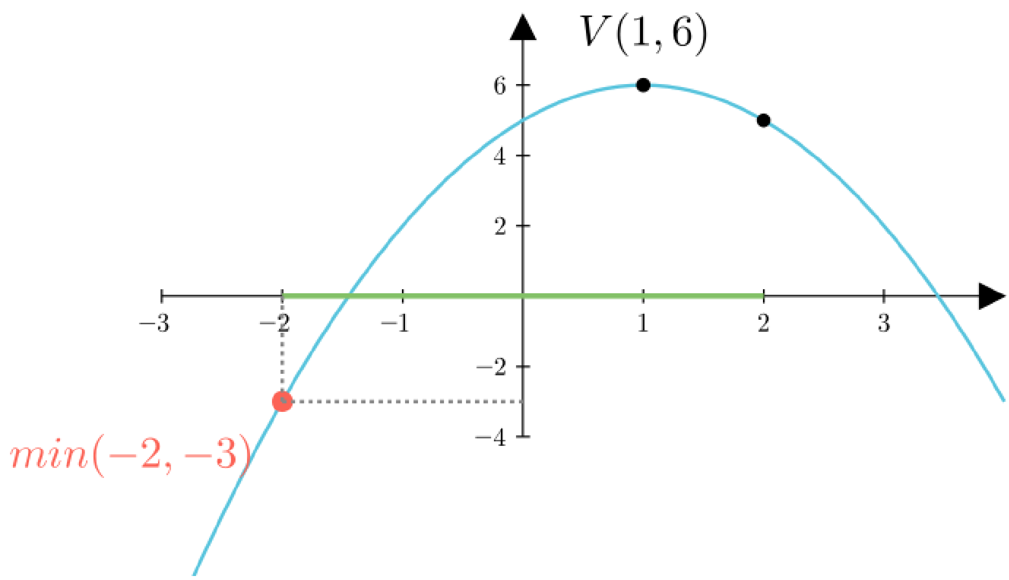

Figure 1: Визуелизација

□ Анализа

Графикот е парабола свртена надолу ($a = -1 < 0$). Темето е максимум. Затоа, најмалата вредност на даден интервал мора да се наоѓа во една од крајните точки на интервалот. Провери ги вредностите за $x = -2$ и $x = 2$.

□ Решение (СИНТЕТИЧКО)

Функцијата е квадратна: $f(x) = -x^2 + 2x + 5$.

Чекор 1: Анализа на параболата Коефициентот пред x^2 е -1, што значи параболата е свртена надолу (има облик на $\cap$). Темето на параболата е во $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$. Бидејќи параболата е свртена надолу, во темето $x = 1$ функцијата има **максимум**.

Чекор 2: Проверка на интервалот Интервалот е $[-2; 2]$. Темето $x = 1$ припаѓа на интервалот, но бидејќи бараме **најмала** вредност (минимум), а темето е максимум, минимумот мора да биде во една од крајните точки.

Чекор 3: Пресметка во крајните точки

- За $x = -2$: $y = -(-2)^2 + 2(-2) + 5 = -4 - 4 + 5 = -3$
- За $x = 2$: $y = -(2)^2 + 2(2) + 5 = -4 + 4 + 5 = 5$

Заклучок: Споредуваме: -3 и 5. Најмалата вредност е -3.

Точниот одговор е опцијата **3) -3**.

□ Заклучок

<Краен резултат.>

□□ За наставници

Визуелна интуиција: Замислете рид. Врвот е на $x = 1$. Ние се движиме од $x = -2$ до $x = 2$. Точката $x = -2$ е „подалеку“ од врвот отколку $x = 2$, па затоа таму сме „пониско“ на падината. **Важно:** Ако параболата беше свртена нагоре ($a > 0$), тогаш темето ќе беше минимум и ќе требаше прво да провериме дали темето е во интервалот.