

Неравенство со квадрати

Текст на задачата

За реалните броеви a и b важи $a > b > 2a$. Докажи дека $a^2 < b^2$.

□ Анализа (Клучна идеја)

Анализирај го знакот на броевите. Ако $a > 2a$, што значи тоа за a ? (Одземи a од двете страни).

□ Решение

Дадено е $a > b > 2a$.

1. **Анализа на знакот на a :** Од $a > 2a$, ако одземеме a од двете страни, добиваме $0 > a$. Значи a е негативен број.
2. **Анализа на знакот на b :** Бидејќи $b > 2a$ и a е негативен, b мора да е негативен (бидејќи $b < a < 0$).
3. **Споредба:** Имаме $a > b$. Бидејќи се негативни, тоа значи дека b е ‘понегативен’ (подалеку од нулата). Формално: $|b| > |a|$. Квадрирање на броеви со поголема апсолутна вредност дава поголем квадрат:

$$|b| > |a| \implies |b|^2 > |a|^2 \implies b^2 > a^2$$

Што е еквивалентно на $a^2 < b^2$.

Заклучок: Докажано. <Користи LaTeX за формули: x^2 или

$$x^2$$

>

□ Алтернативен пристап (опционално)

<Ако постои решение со друг Skill (на пр. геометриски наместо алгебарски).>

□ Заклучок

<Краен резултат, јасно истакнат во □.>

□ □ За наставници

Клучниот момент е да се сфати дека a мора да е негативен. Многу ученици заборават дека $a > 2a$ е можно само за $a < 0$.