

# Неравенство со квадрати

## Текст на задачата

За реалните броеви  $a$  и  $b$  важи  $a > b > 2a$ . Докажи дека  $a^2 < b^2$ .

### □ Анализа (Клучна идеја)

Анализирај го знакот на броевите. Ако  $a > 2a$ , што значи тоа за  $a$ ? (Одземи  $a$  од двете страни).

### □ Решение

Дадено е  $a > b > 2a$ .

1. **Анализа на знакот на  $a$ :** Од  $a > 2a$ , ако одземеме  $a$  од двете страни, добиваме  $0 > a$ . Значи  $a$  е негативен број.
2. **Анализа на знакот на  $b$ :** Бидејќи  $b > 2a$  и  $a$  е негативен,  $b$  мора да е негативен (бидејќи  $b < a < 0$ ).
3. **Споредба:** Имаме  $a > b$ . Бидејќи се негативни, тоа значи дека  $b$  е ‘понегативен’ (подалеку од нулата). Формално:  $|b| > |a|$ . Квадрирање на броеви со поголема апсолутна вредност дава поголем квадрат:

$$|b| > |a| \implies |b|^2 > |a|^2 \implies b^2 > a^2$$

Што е еквивалентно на  $a^2 < b^2$ .

**Заклучок:** Докажано. <Користи LaTeX за формули:  $x^2$  или

$$x^2$$

>

### □ Алтернативен пристап (опционално)

<Ако постои решение со друг Skill (на пр. геометриски наместо алгебарски).>

### □ Заклучок

<Краен резултат, јасно истакнат во □.>

### □ □ За наставници

Клучниот момент е да се сфати дека  $a$  мора да е негативен. Многу ученици забораваат дека  $a > 2a$  е можно само за  $a < 0$ .