MOQ

Arthur Klemenchuk[*], Fernando Alvarista[†], João Luís Freitas[‡]
Departamento de Física, Instituto Tecnológico de Aeronáutica,
12228-900 São José dos Campos, São Paulo, Brasil

12 de agosto de 2017

Resumo

1 Desafio 1

1.1 Solução por probabilidade clássica

Solução por meio da definição clássica de probabilidades, para um espaço amostral de resultados igualmente prováveis, mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos.

Casos favoráveis:

- Soma das faces dos três dados igual a 9:

$$\Omega_9 = \{(1,2,6),(1,3,5),(1,4,4),(2,2,5),(2,3,4),(3,3,3)\} \tag{1}$$

  Para cada um dos casos acima incluem-se também todas as permutações na ordem dos dados. Assim, a quantidade de casos será: $3 * 3! + 2 * \frac{3!}{2!} + 1\frac{3!}{3!} = 25$. Finalmente,

$$P(\Omega_9) = \frac{25}{6^3} \tag{2}$$

- Soma das faces dos três dados igual a 10:

$$\Omega_{10} = \{(1,3,6),(1,4,5),(2,2,6),(2,3,5),(2,4,4),(3,3,4)\} \tag{3}$$

  Para cada um dos casos acima incluem-se também todas as permutações na ordem dos dados. Assim, a quantidade de casos será: $3 * 3! + 3 * \frac{3!}{2!} = 27$. Finalmente,

$$P(\Omega_{10}) = \frac{27}{6^3}$$

  Assim, a probabilidade de se obter a soma dos três dados igual a 10 é maior que a soma 9, logo a observação de Galileu Galilei estava correta. Nota-se que o problema que Galileu se propôs a resolver surge pois embora exista uma mesma quantidade de ternos (i,j,k), eles não são equiprováveis.

[*] a.klemenchuk98@gmail.com
[†] fernandus.sa@gmail.com
[‡] joaoreisfreitas@gmail.com

1.2 Solução por simulação

Por meio da linguagem R, escreveu-se o código abaixo que simula o lançamento dos dados.

```
dice <- function(n,plot=TRUE){

  #
  # Input:
  # n    = Maximum amount of meetup tries
  # prob = probabily of getting dices sum equal to 9 or 10
  #
  # Output:
  # Chart: Relative frequency vs. Amount of tries
  #

  gameTheoretical9 <- 25/6^3
  gameTheoretical10 <- 27/6^3

  freq9 <- vector(length = n)
  game9 <- vector(length = n)

  freq10 <- vector(length = n)
  game10 <- vector(length = n)

  for(i in 1:n) {
    game9[i] <- if (sum(sample(1:6,3,replace=TRUE)) == 9 ) 1 else 0
    freq9[i] <- sum(game9[1:i])/i

    game10[i] <- if (sum(sample(1:6,3,replace=TRUE)) == 10 ) 1 else 0
    freq10[i] <- sum(game10[1:i])/i
  }

  if (plot == TRUE){
    plot(freq9, main ="",
    cex.lab = 2,
    cex.axis = 2,
    xlab = "amount of tries",
    ylab = "relative frequency",
    ylim = c(0.1,0.3),
    type = "l", lwd = 2, col = "red")
    lines(freq10, lwd = 2, col = "blue")

    abline(h = gameTheoretical9, lty = "dashed", col = "red")
    abline(h = gameTheoretical10, lty = "dashed", col = "blue")


    # Legend
    leg.tex <- c(paste("P[sum == 9]=", round(gameTheoretical9,
       digits=4)),
    paste("P[sum == 10]=", round(gameTheoretical10, digits=4)))
    legend("topright", leg.tex, col = c(2,4), lty = c(1,1), bty =
```

```
            "n", inset = 0.1, cex = 2.5)
        mtext("dices", line = 1, adj =0, cex = 2)
    }
}

## EXAMPLES:

# 50000 tries
dice(50000)
```

No gráfico abaixo, tem-se a frequência relativa para a soma dos dados igual a 9 (linha em vermelho) e igual a 10 (linha em azul), para 50000 tentativas. Finalmente, observa-se que os resultados gráficos obtidos concordaram com a solução que fez uso de probabilidade clássica.

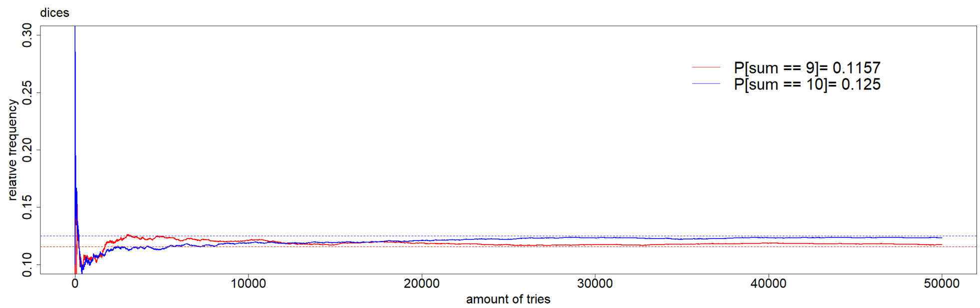

Figura 1: Frequência relativa vs. Número de lançamentos para três dados.

2 Desafio 2

2.1 Solução por probabilidade clássica

2.2 Solução por simulação

Por meio da linguagem R, escreveu-se o código abaixo que simula o lançamento dos dados.

```
meetup <- function(n,plot=TRUE){

  #
  # Input:
  # n    = Maximum amount of meetup tries
  # prob = probabily of meeting
  #
  # Output:
  # Chart: Relative frequency vs. Amount of tries
  #

  meetupTheoretical <- (60^2-48^2/2-50^2/2)/60^2
```

```r
    freq <- vector(length = n)
    meetup <- vector(length = n)
    for(i in 1:n){
       timeRomeo <- runif(1, 0, 60)
       timeJuliet <- runif(1, 0, 60)
       meetup[i]<- if (timeRomeo>timeJuliet) ( if
           (abs(timeRomeo-timeJuliet)<=10) 1 else 0) else (if
           (abs(timeRomeo-timeJuliet)<=12) 1 else 0)

       freq[i]<-sum(meetup[1:i])/i
    }

    if (plot == TRUE){
       plot(freq, main ="",
       cex.lab = 2,
       cex.axis = 2,
       xlab = "amount of tries",
       ylab = "relative frequency",
       ylim = c(0,1),
       type = "l", lwd = 2, col = "red")

       abline(h = meetupTheoretical, lty = "dashed", col = "red")

       # Legend
       leg.tex <- c(paste("P[meetup]=", round(meetupTheoretical,
           digits=4)))
       legend("topright", leg.tex, col = c(2,4), lty = c(1,1), bty =
           "n", cex=2, inset = 0.1)
       mtext("Romeo and Juliet meet each other!", line = 1, adj =0, cex
           = 2)
    }
}


## EXAMPLES:

# 50000 tries
meetup(50000)
```

No gráfico abaixo, tem-se a frequência relativa em que acontece o encontro entre Romeu e Julieta, para 50000 tentativas. Finalmente, observa-se que os resultados gráficos obtidos concordaram com a solução que fez uso de probabilidade clássica.

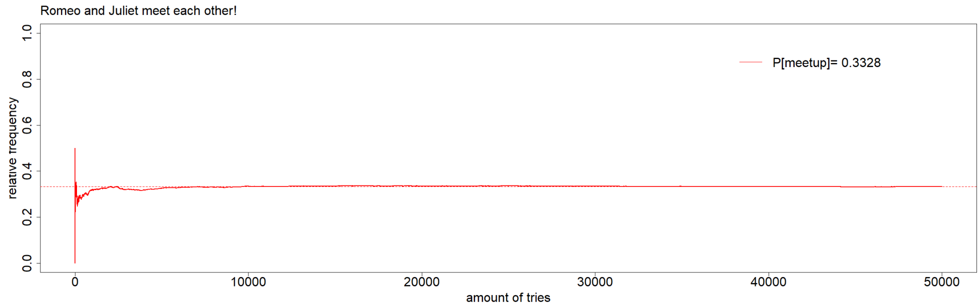

Figura 1: Frequência relativa vs. Número de tentivas de encontros.