

Cálculo Diferencial e Integral IV (MAC248)

Notas de Aula

Igor Carvalho Ramos Leal
igorcarvalho@poli.ufrj.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro
2023.1
4 de abril de 2023

Conteúdo

1 Séries Infinitas	2
1.0.1 Sequências (04/04/2023)	2
1.1 Definição de Séries Numéricas	4
1.2 Condição Necessária para Convergência de uma Série Infinita . .	4
1.3 Séries Infinitas de Termos Positivos: Teste da Comparação, Teste da Integral, Teste de D'Alembert (teste da razão)	4
1.4 Séries Alternadas: Teste de Leibniz (teste da série alternada) . .	4
1.5 Séries Absolutamente e Condicionalmente Convergentes	4
1.6 Séries de Potência: Definição, Intervalo de Convergência, Diferenciação e Integração de Séries de Potências.	4
1.7 Séries de Taylor	4
2 Solução por Séries de Equações Lineares de Segunda Ordem	4
2.1 Soluções por Séries Próximo a Ponto Ordinário	4
2.2 Solução por Séries Próximo a Ponto Singular Regular (Método de Frobenius)	4
3 Transformadas de Laplace	4
3.1 Definição da Transformada de Laplace	4
3.2 Transformada de Laplace como transformação linear	4
3.3 Resolução de Problemas de Valor Inicial para Equações Diferenciais	4
3.4 Função Degrau	4
3.5 Propriedades da Transformada de Laplace	4
3.6 Resolução de Equações Diferenciais com Função Forçada Descontínua	4
3.7 'Função' Delta de Dirac e sua Transformada de Laplace	4
3.8 A Integral de Convolução	4

4	Problemas de Valores de Contorno	4
4.1	Problema de autovalores	4
4.2	Problema de Sturm Liouville (opcional)	4
5	Séries de Fourier	4
5.1	Definição	4
5.2	Teorema de Convergência de Fourier	4
5.3	Séries de Senos e Cosenos de Fourier	4
6	Equações Diferenciais Parciais(EDP) Clássicas	4
6.1	Classificação	4
6.2	Método de Separação de Variáveis	4
6.3	Equações do Calor:	4
6.3.1	Condições de Contorno: Dirichlet, Neumann, mista e Robin.	4
6.4	Equação da Onda:	4
6.4.1	Condições de Contorno: Dirichlet, Neumann e mista.	4
6.5	Equação de Laplace:	4
6.5.1	Condições de Contorno: Dirichlet e Neumann no Retângulo e Dirichlet no Círculo.	4

1 Séries Infinitas

1.0.1 Sequências (04/04/2023)

Teoremas importantes

- Dado uma função f tal que $f(n) = a_n, \forall n \in \mathbb{N}$. Então, se $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \implies \lim a_n = L$
- Se $\lim |a_n| = 0$, então $\lim a_n = 0$
- Dado a sequência $b_n = f(a_n)$. Se $\lim a_n = L$ e f contínua em L , então $\lim b_n = \lim f(a_n) = f(\lim a_n)$

Exercícios

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{10+n}}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{e^n}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{2^n}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^2$

Dica! pensar em $MA \geq MG$

- 1.1 Definição de Séries Numéricas
- 1.2 Condição Necessária para Convergência de uma Série Infinita
- 1.3 Séries Infinitas de Termos Positivos: Teste da Comparação, Teste da Integral, Teste de D'Alembert (teste da razão)
- 1.4 Séries Alternadas: Teste de Leibniz (teste da série alternada)
- 1.5 Séries Absolutamente e Condicionalmente Convergentes
- 1.6 Séries de Potência: Definição, Intervalo de Convergência, Diferenciação e Integração de Séries de Potências.
- 1.7 Séries de Taylor
- 2 Solução por Séries de Equações Lineares de Segunda Ordem
 - 2.1 Soluções por Séries Próximo a Ponto Ordinário
 - 2.2 Solução por Séries Próximo a Ponto Singular Regular (Método de Frobenius)
- 3 Transformadas de Laplace
 - 3.1 Definição da Transformada de Laplace
 - 3.2 Transformada de Laplace como transformação linear
 - 3.3 Resolução de Problemas de Valor Inicial para Equações Diferenciais
 - 3.4 Função Degrau
 - 3.5 Propriedades da Transformada de Laplace
 - 3.6 Resolução de Equações Diferenciais com Função Forçada Descontínua
 - 3.7 'Função' Delta de Dirac e sua Transformada de Laplace
 - 3.8 A Integral de Convolução
- 4 Problemas de Valores de Contorno
 - 4.1 Problema de autovalores
 - 4.2 Problema de Sturm Liouville (opcional)
- 5 Séries de Fourier
 - 5.1 Definição