



# Física

Caso necessário, utilize os seguintes valores de constantes:

aceleração de gravidade local  $g = 10 \text{ m/s}^2$

massa específica da água  $= 1,0 \text{ g/cm}^3$

calor específico da água  $= 4,2 \text{ kJ/kg K}$

As questões de números **01 a 20 NÃO PRECISAM SER JUSTIFICADAS** no Caderno de Respostas. Basta marcar as respostas na Folha de Respostas (verso do Caderno de Respostas) e na Folha de Leitura Óptica.

**d**

A velocidade de uma onda transversal em uma corda depende da tensão  $F$  a que está sujeita a corda, da massa  $m$  e do comprimento  $d$  da corda. Fazendo uma análise dimensional, concluímos que a velocidade poderia ser dada por:

A)  $\left( \frac{F}{m d} \right)$       B)  $\left( \frac{Fm}{d} \right)^2$       C)  $\left( \frac{Fm}{d} \right)^{\frac{1}{2}}$

D)  $\left( \frac{Fd}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$       E)  $\left( \frac{md}{F} \right)^2$

## Resolução

De acordo com o texto, temos:

$$V = k F^x m^y d^z$$

$$[V] = LT^{-1}$$

$$[F] = MLT^{-2}$$

$$[m] = M$$

$$[d] = L$$

$$LT^{-1} = (MLT^{-2})^x M^y L^z$$

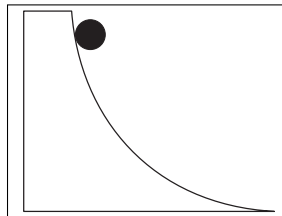
$$LT^{-1} = M^{x+y} L^{x+z} T^{-2x}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ x + z = 1 \\ -2x = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = \frac{1}{2} \end{array}$$

Portanto:

$$V = k \sqrt{\frac{Fd}{m}} \quad \text{ou} \quad V = k \left( \frac{Fd}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

**b**

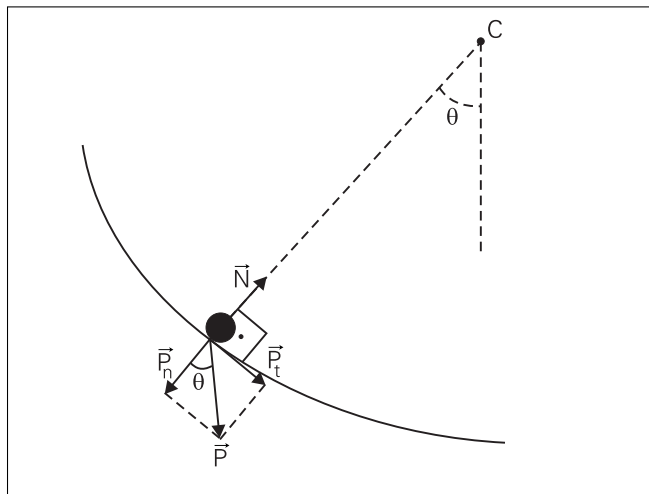


Considere uma partícula maciça que desce uma superfície côncava e sem atrito, sob a influência da gravidade, como mostra a figura. Na direção do movimento da partícula, ocorre que:

- A ( ) a velocidade e a aceleração crescem.  
B ( ) a velocidade cresce e a aceleração decresce.  
C ( ) a velocidade decresce e a aceleração cresce.  
D ( ) a velocidade e a aceleração decrescem.  
E ( ) a velocidade e a aceleração permanecem constantes.

## Resolução

Desprezando o atrito, a partícula fica sob ação exclusiva de seu peso  $\vec{P}$  e da reação normal de apoio  $\vec{N}$ .



O peso  $\vec{P}$  pode ser decomposto em duas parcelas:

$\vec{P}_t$ : componente do peso na direção tangente à trajetória (direção do movimento).

$\vec{P}_n$ : componente normal do peso.

A resultante entre  $\vec{N}$  e  $\vec{P}_n$  é a força centrípeta.

A componente tangencial do peso é responsável pela aceleração tangencial.

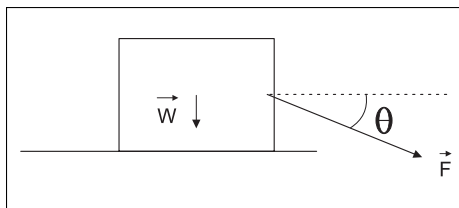
$$P_t = ma_t$$

$$mg \sin \theta = ma_t$$

$$a_t = g \sin \theta$$

À medida que a partícula desce, o ângulo  $\theta$  vai diminuindo, sen  $\theta$  vai diminuindo e o **módulo da aceleração tangencial vai diminuindo**. Por outro lado, durante a descida, a energia potencial de gravidade vai se transformando em cinética e o módulo da velocidade vai aumentando.

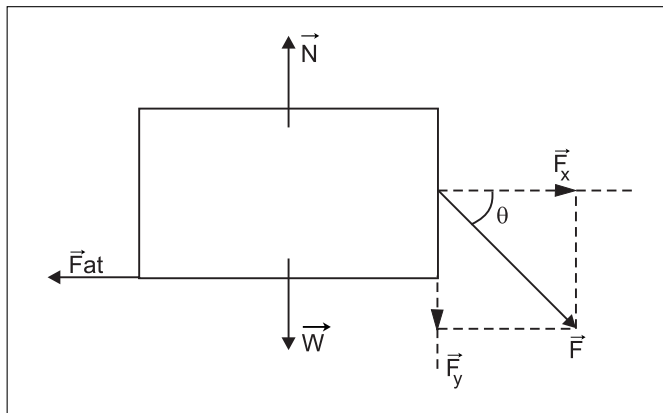
**d**



Um caixote de peso  $W$  é puxado sobre um trilho horizontal por uma força de magnitude  $F$  que forma um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, como mostra a figura. Dado que o coeficiente de atrito estático entre o caixote e o trilho é  $\mu$ , o valor mínimo de  $F$ , a partir de qual seria possível mover o caixote, é:

- A ( )  $\frac{2W}{1-\mu}$       B ( )  $\frac{W \sin \theta}{1-\mu \tan \theta}$   
 C ( )  $\frac{\mu W \sin \theta}{1-\mu \tan \theta}$       D ( )  $\frac{\mu W \sec \theta}{1-\mu \tan \theta}$   
 E ( )  $(1-\mu \tan \theta)W$ .

#### Resolução



A força  $\vec{F}$  é decomposta em duas parcelas:  
 $F_x$  = componente horizontal de  $F = F \cos \theta$   
 $F_y$  = componente vertical de  $F = F \sin \theta$   
 A reação normal de apoio tem intensidade  $N$  dada por:

$$N = W + F \sin \theta$$

A força de atrito de destaque tem intensidade dada por:  
 $F_{\text{des}} = \mu_E N$

$$F_{\text{des}} = \mu (W + F \sin \theta)$$

Para que o caixote se movimente, devemos ter:

$$F_x > F_{\text{des}}$$

$$F \cos \theta > \mu (W + F \sin \theta)$$

$$F \cos \theta > \mu W + \mu F \sin \theta$$

$$F (\cos \theta - \mu \sin \theta) > \mu W$$

$$F > \frac{\mu W}{\cos \theta - \mu \sin \theta}$$

$$F > \frac{\mu W}{\cos \theta (1 - \mu \tan \theta)}$$

Sendo  $\frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$ , vem:

$$F > \frac{\mu W \sec \theta}{1 - \mu \tan \theta}$$

Como  $F$  deve ser um infinitésimo maior que o valor  $\frac{\mu W \sec \theta}{1 - \mu \tan \theta}$ , consideramos que o mínimo valor de  $F$  é praticamente igual ao valor mencionado.

**c**

Uma massa  $m$  em repouso divide-se em duas partes, uma com massa  $2m/3$  e outra com massa  $m/3$ . Após a divisão, a parte com massa  $m/3$  move-se para a direita com uma velocidade de módulo  $v_1$ . Se a massa  $m$  estivesse se movendo para a esquerda com velocidade de módulo  $v$  antes da divisão, a velocidade da parte  $m/3$  depois da divisão seria:

A ( )  $\left(\frac{1}{3} v_1 - v\right)$  para a esquerda.

B ( )  $(v_1 - v)$  para a esquerda.

C ( )  $(v_1 - v)$  para a direita.

D ( )  $\left(\frac{1}{3} v_1 - v\right)$  para a direita.

E ( )  $(v_1 + v)$  para a direita.

#### Resolução

A questão não foi bem formulada.

Para sua resolução devemos supor (o enunciado foi omisso) que o corpo em questão está isolado e que a energia interna liberada nos dois casos seja a mesma.

Isso posto, temos:

Na situação (1):

1)  $Q_{\text{após}} = Q_{\text{antes}}$

$$\frac{m}{3} v_1 + \frac{2}{3} m v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = -\frac{v_1}{2}$$

2) A energia interna transformada em mecânica:

$$E_i = \frac{m}{6} v_1^2 + \frac{m}{3} \left(\frac{v_1}{2}\right)^2 = \frac{m}{6} v_1^2 + \frac{m v_1^2}{12} = \frac{m v_1^2}{4}$$

Na situação (2):

$$1) \quad Q_{\text{após}} = Q_{\text{antes}}$$

$$\frac{m}{3} V'_1 + \frac{2}{3} m V'_2 = -mV$$

$$V'_1 + 2V'_2 = -3V$$

$$V'_2 = -1,5V - 0,5V'_1$$

$$2) E_i = \frac{m}{6} (V'_1)^2 + \frac{m}{3} (V'_2)^2 - \frac{mV^2}{2}$$

Substituindo  $V'_2$ :

$$E_i = \frac{m}{6} (V'_1)^2 + \frac{m}{3} (1,5V + 0,5 V'_1)^2 - \frac{m}{2} V^2$$

Igualando a energia interna transformada em mecânica, vem:

$$\frac{mV_1^2}{4} = \frac{m}{6} (V'_1)^2 + \frac{m}{3} (1,5V + 0,5 V'_1)^2 - \frac{m}{2} V^2$$

$$3 V_1^2 = 2 (V'_1)^2 + 4 [ 2,25V^2 + 0,25(V'_1)^2 + 1,5 V V'_1 ] - 6V^2$$

$$3 V_1^2 = 3 (V'_1)^2 + 3V^2 + 6 V V'_1$$

$$V_1^2 = (V'_1)^2 + V^2 + 2 V V'_1$$

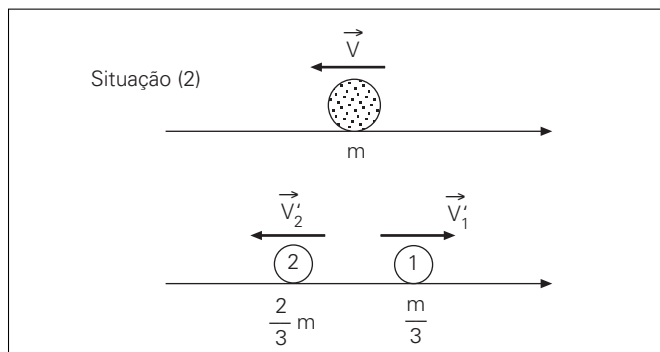
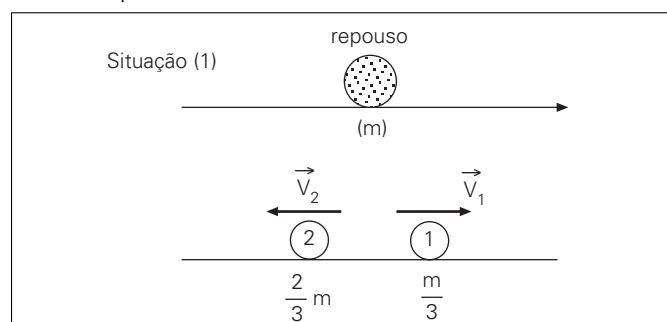
$$(V'_1)^2 + 2 V V'_1 + V^2 - V_1^2 = 0$$

$$V'_1 = \frac{-2V \pm \sqrt{4V^2 - 4V^2 + 4V_1^2}}{2}$$

$$V'_1 = \frac{-2V \pm 2V_1}{2} \rightarrow \begin{cases} V'_1 = -(V + V_1) \\ V'_1 = V_1 - V \end{cases}$$

### Nota

Se admitirmos que, em ambos os casos, temos o mesmo fenômeno apenas visto por dois observadores inerciais diferentes, podemos fazer uma resolução bastante simples.



Na situação (2) devemos somar vetorialmente as velocidades da situação (1) com a velocidade do arrastamento  $\vec{V}$

$$\vec{V}'_1 = \vec{V}_1 + \vec{V} \Rightarrow V'_1 = V_1 - V \quad (\text{Resposta})$$

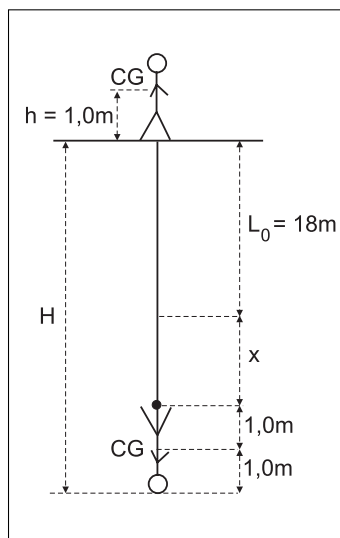
$$\vec{V}'_2 = \vec{V}_2 + \vec{V} \Rightarrow V'_2 = \ominus (V_2 + V) \rightarrow \text{sentido para a esquerda}$$

### d

Um "bungee jumper" de 2 m de altura e 100 kg de massa pula de uma ponte usando uma 'bungee cord', de 18m de comprimento quando não alongada, constante elástica de 200 N/m e massa desprezível, amarrada aos seus pés. Na sua descida, a partir da superfície da ponte, a corda atinge a extensão máxima sem que ele toque nas rochas embaixo. Das opções abaixo, a menor distância entre a superfície da ponte e as rochas é:

- A ( ) 26 m.    B ( ) 31 m.    C ( ) 36 m.  
D ( ) 41 m.    E ( ) 46 m.

### Resolução



Seja  $x$  a deformação máxima da corda.

Usando a conservação da energia mecânica com um plano de referência passando pela posição mais baixa do centro de gravidade da pessoa, vem:

$$\frac{kx^2}{2} = m g (L_0 + x + 2h)$$

$$\frac{200}{2} x^2 = 1000 (18 + x + 2,0)$$

$$x^2 = 10 (20 + x)$$

$$x^2 = 10x + 200$$

$$x^2 - 10x - 200 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 800}}{2} \quad (\text{m})$$

$$x = \frac{10 \pm 30}{2} \quad (\text{m}) \Rightarrow x_1 = -10\text{m (rejeitada)}$$

$$x_2 = 20\text{m}$$

Logo:  $H = 40\text{m}$

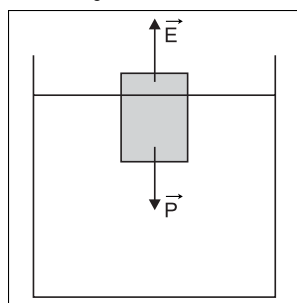
Se ele não atingiu as rochas, dos valores citados, a menor distância possível é de 41m.

**d**

Um astronauta, antes de partir para uma viagem até a Lua, observa um copo de água contendo uma pedra de gelo e verifica que 9/10 do volume da pedra de gelo está submersa na água. Como está de partida para a Lua, ele pensa em fazer a mesma experiência dentro da sua base na Lua. Dada que o valor da aceleração de gravidade na superfície da Lua é 1/6 do seu valor na Terra, qual é porcentagem do volume da pedra de gelo que estaria submersa no copo de água na superfície da Lua?

- A ( ) 7%.      B ( ) 15%.      C ( ) 74%.  
D ( ) 90%.      E ( ) 96%.

### Resolução



Na situação de equilíbrio temos:

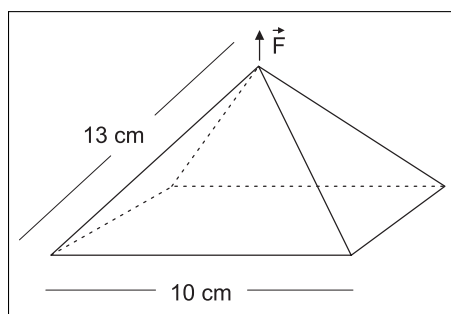
$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = \mu_g V g$$

$$\frac{V_i}{V} = \frac{\mu_g}{\mu_a}$$

A fração do sólido que fica imersa é igual à densidade do sólido em relação ao líquido e **não depende do valor da aceleração da gravidade no local da experiência.**

**b**



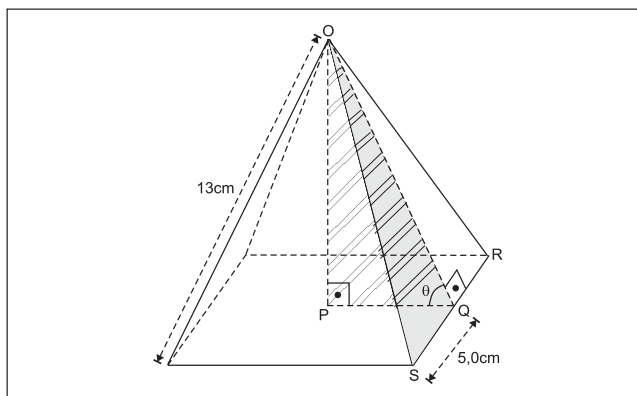
Suponha que há um vácuo de  $3,0 \times 10^4$  Pa dentro de uma campânula de 500 g na forma de uma pirâmide reta de base quadrada apoiada sobre uma mesa lisa de

granito. As dimensões da pirâmide são as mostradas na figura e a pressão atmosférica local é de  $1,0 \times 10^5$  Pa. O módulo da força  $\vec{F}$  necessária para levantar a campânula na direção perpendicular à mesa é ligeiramente maior do que:

- A ( ) 700 N.      B ( ) 705 N.      C ( ) 1680 N.  
D ( ) 1685 N.      E ( ) 7000 N.

### Resolução

Determinemos, inicialmente, alguns elementos geométricos da campânula.



**Triângulo retângulo OQS:**  $(13)^2 = (5,0)^2 + (OQ)^2$

$$OQ = 12\text{cm}$$

**Triângulo ORS:**  $A = \frac{10 \cdot 12}{2} (\text{cm}^2)$

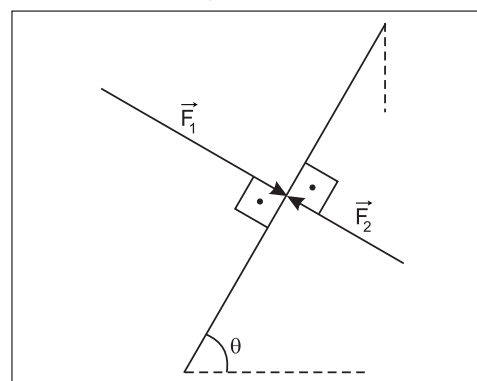
$$A = 60\text{cm}^2$$

$$\Rightarrow A = 60 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$$

**Triângulo retângulo OPQ:**  $\cos \theta = \frac{5,0}{12}$

Cada face da campânula recebe duas forças devidas ao ar: a força aplicada pelo ar externo ( $\vec{F}_1$ ) e a força aplicada pelo ar interno ( $\vec{F}_2$ ). Essas forças são perpendiculares à face considerada.

Sendo  $f_{ar}$  a intensidade da força resultante que o ar exerce em cada face da campânula, vem:



$$f_{ar} = F_1 - F_2$$

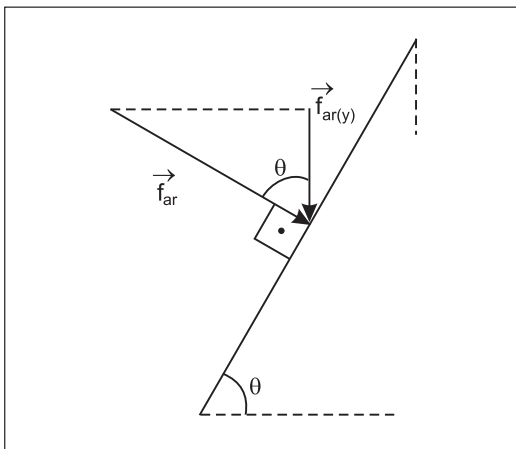
$$f_{ar} = p_1 A - p_2 A$$

$$f_{ar} = (p_1 - p_2) A$$

$$f_{ar} = (10 \cdot 10^4 - 3,0 \cdot 10^4) \cdot 60 \cdot 10^{-4} (\text{N})$$

$$\therefore f_{ar} = 420\text{N}$$

Considerando que a campânula tem quatro faces e que os componentes horizontais das forças exercidas pelo ar, em faces opostas, se equilibram, deveremos considerar apenas os componentes verticais dessas forças.



$$f_{ar(y)} = f_{ar} \cos \theta$$

$$f_{ar(y)} = 420 \cdot \frac{5,0}{12} \text{ (N)}$$

$$f_{ar(y)} = 175 \text{ N}$$

Seja  $F_{ar(v)}$  a intensidade da força vertical total que o ar exerce nas quatro paredes da campânula, temos:

$$F_{ar(v)} = 4 \times f_{ar(y)} \Rightarrow F_{ar(v)} = 4 \times 175 \text{ (N)}$$

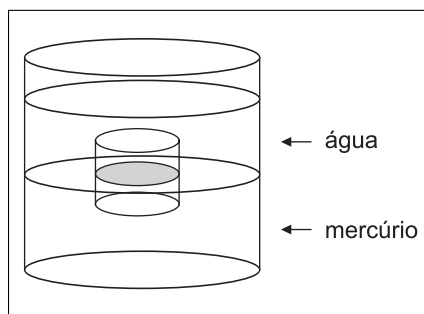
$$\therefore F_{ar(v)} = 700 \text{ N}$$

Para erguer a campânula, a intensidade da força  $\vec{F}$  deve superar a soma das intensidades de  $\vec{F}_{ar(v)}$  e do  $\vec{P}$  (peso).

$$F > F_{ar(v)} + P \Rightarrow F > F_{ar(v)} + mg$$

$$F > 700 + 0,50 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow F > 705 \text{ N}$$

**c**

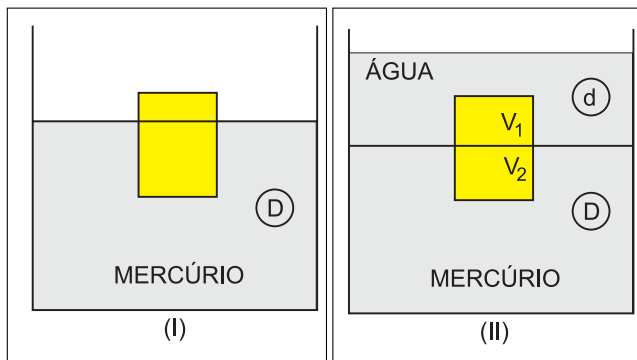


Um cilindro maciço flutua verticalmente, com estabilidade, com uma fração  $f$  do seu volume submerso em mercúrio, de massa específica  $D$ . Coloca-se água suficiente (de massa específica

$d$ ) por cima do mercúrio, para cobrir totalmente o cilindro, e observa-se que o cilindro continue em contato com o mercúrio após a adição da água. Conclui-se que o mínimo valor da fração  $f$  originalmente submersa no mercúrio é:

$$A ( ) \frac{D}{D-d} \quad B ( ) \frac{d}{D-d} \quad C ( ) \frac{d}{D} \\ D ( ) \frac{D}{d} \quad E ( ) \frac{D-d}{d}$$

### Resolução



Na situação (I) temos:

$$E = P$$

$$DV_1g = \mu Vg$$

$$\frac{\mu}{D} = \frac{V_1}{V} = f$$

Na situação (II) temos:

$$E_1 + E_2 = P$$

$$dV_1g + DV_2g = \mu(V_1 + V_2)g$$

$$d(V - V_2) + DV_2 = \mu V$$

$$dV - dV_2 + DV_2 = \mu V \Rightarrow V_2(D - d) = (\mu - d)V$$

$$V_2 = \frac{(\mu - d)V}{D - d}$$

Para que o cilindro continue em contato com o mercúrio devemos impor que:

$$V_2 \geq 0 \Rightarrow \mu \geq d$$

Dividindo a expressão acima por  $D$  vem:

$$\frac{\mu}{D} \geq \frac{d}{D}$$

$$f \geq \frac{d}{D}$$

$$f_{\min} = \frac{d}{D}$$

**b**

Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação  $1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um

bonito dia de verão de 20°C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a -40°C, o relógio:

- A ( ) adianta 52 s por dia. B ( ) adianta 26 s por dia.  
C ( ) atrasa 3 s por dia. D ( ) atrasa 26 s por dia.  
E ( ) atrasa 52 s por dia.

### Resolução

O período de oscilação de um pêndulo simples é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

onde L é o comprimento de sua haste e g é o módulo da aceleração da gravidade no local.

A 20°C o período vale T e a -40°C vale T':

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} \end{cases}$$

Donde:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{L}{L'}}$$

mas:  $L' = L(1 + \alpha \Delta \theta)$

então:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{L}{L(1 + \alpha \Delta \theta)}}$$

$$T' = T \sqrt{1 + \alpha \Delta \theta}$$

$$T' = T \sqrt{1 + 10^{-5} \cdot (-40 - (+20))}$$

$$T' = T \sqrt{1 - 6 \cdot 10^{-4}}$$

$$T' = 0,9997T$$

Dessa forma, a -40°C o relógio adianta  $3 \cdot 10^{-4}$ s a cada segundo de tempo real. Assim, num dia o relógio adiantará:

$$\Delta t = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 86\,400s$$

$$\Delta t \approx 26s$$

**d**

Uma bolha de ar de volume 20,0 mm<sup>3</sup>, aderente à parede de um tanque de água a 70 cm de profundidade, solta-se e começa a subir. Supondo que a tensão superficial da bolha é desprezível e que a pressão atmosférica é de  $1 \times 10^5$  Pa, logo que alcança a superfície seu volume é aproximadamente:

- A ( ) 19,2mm<sup>3</sup>. B ( ) 20,1mm<sup>3</sup>. C ( ) 20,4mm<sup>3</sup>.  
D ( ) 21,4mm<sup>3</sup>. E ( ) 34,1mm<sup>3</sup>.

### Resolução

A 70 cm de profundidade a pressão suportada pela bolha

é dada por:

$$p_1 = p_{\text{atm}} + \rho gh$$

$$p_1 = 1,0 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,70 \text{ (Pa)}$$

$$p_1 = 1,07 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

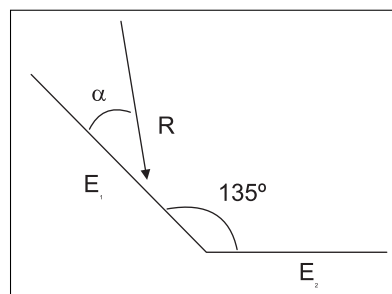
Supondo que o ar no interior da bolha se comporte como gás perfeito e admitindo que a temperatura se mantenha constante, vem:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$1,07 \cdot 10^5 \cdot 20,0 = 1,0 \cdot 10^5 \cdot V_2$$

$$V_2 = 21,4 \text{ (mm)}^3$$

**c**



Considere a figura ao lado onde E<sub>1</sub> e E<sub>2</sub> são dois espelhos planos que formam um ângulo de 135° entre si. Um raio luminoso R incide com um ângulo α em E<sub>1</sub> e outro R' (não mostrado) emerge de E<sub>2</sub>. Para  $0 < \alpha < \pi/4$ , conclui-se que:

A ( ) R' pode ser paralelo a R dependendo de α.

B ( ) R' é paralelo a R qualquer que seja α.

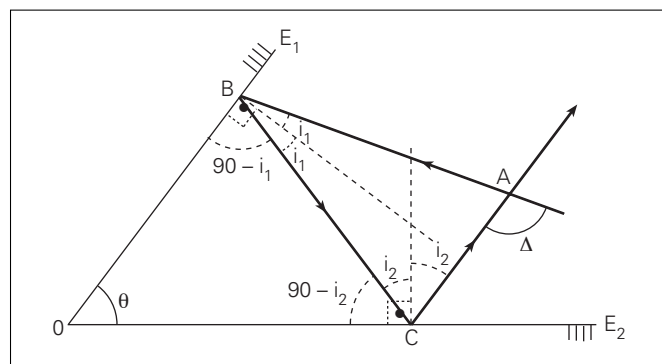
C ( ) R' nunca é paralelo a R.

D ( ) R' só será paralelo a R se o sistema estiver no vácuo.

E ( ) R' será paralelo a R qualquer que seja o ângulo entre os espelhos.

### Resolução

Demonstremos que se o ângulo entre os espelhos for θ com duas reflexões sucessivas, o raio de luz sofre um desvio Δ = 2θ.



No triângulo ABC temos:

$$\Delta = 2i_1 + 2i_2 \Rightarrow \Delta = 2(i_1 + i_2) \quad (1)$$

No triângulo OBC temos:

$$\theta + 90 - i_1 + 90 - i_2 = 180$$

$$\theta = i_1 + i_2 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) vem:

$$\Delta = 2\theta$$

Para que os raios incidente e emergente sejam paralelos devemos  $\Delta = 180^\circ$

$$\Delta = 2\theta$$

$$180^\circ = 2\theta \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

Portanto, a propriedade enunciada só ocorre quando o ângulo entre os espelhos é  $90^\circ$ .

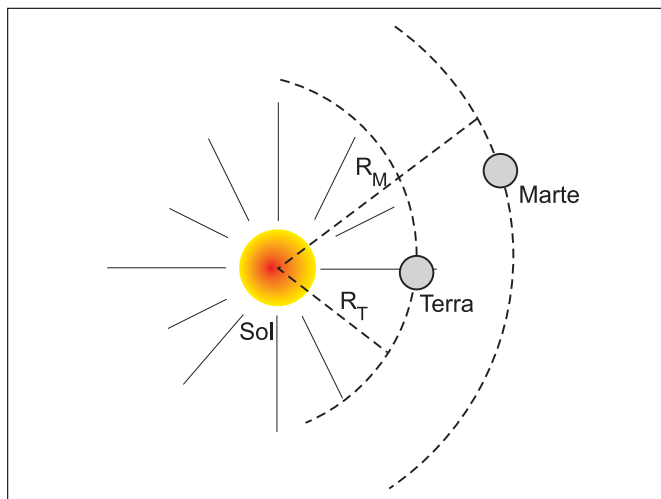
**a**

A distância de Marte ao Sol é aproximadamente 50% maior do que aquela entre a Terra e o Sol. Superfícies planas de Marte e da Terra, de mesma área e perpendiculares aos raios solares, recebem por segundo as energias de irradiação solar  $U_M$  e  $U_T$ , respectivamente.

A razão entre as energias,  $U_M/U_T$ , é aproximadamente:

A ( ) 4/9. B ( ) 2/3. C ( ) 1. D ( ) 3/2. E ( ) 9/4.

### Resolução



A intensidade de irradiação solar na superfície de um planeta pode ser expressa por:

$$U = \frac{P}{A}$$

onde  $P$  é a potência com que o Sol emana energia e  $A$  é a área da superfície esférica da onda tridimensional emitida pela estrela. Sendo  $A = 4\pi x^2$  ( $x$  é o raio da onda esférica), vem:

$$U = \frac{P}{4\pi x^2}$$

**Para Marte:**

$$U_M = \frac{P}{4\pi R_M^2}$$

**Para a Terra:**

$$U_T = \frac{P}{4\pi R_T^2}$$

$$\therefore \frac{U_M}{U_T} = \frac{P}{4\pi R_M^2} \cdot \frac{4\pi R_T^2}{P}$$

$$\frac{U_M}{U_T} = \left( \frac{R_T}{R_M} \right)^2$$

Lembrando que "a distância de Marte ao Sol é aproximadamente 50% maior do que aquela entre a Terra e o Sol, podemos escrever:  $R_M = 1,5R_T$ . Logo:

$$\frac{U_M}{U_T} = \left( \frac{R_T}{1,5R_T} \right)^2 \Rightarrow \frac{U_M}{U_T} = \left( \frac{2}{3} \right)^2$$

$$\frac{U_M}{U_T} = \frac{4}{9}$$

**a**

Devido à gravidade, um filme fino de sabão suspenso verticalmente é mais espesso embaixo do que em cima. Quando iluminado com luz branca e observado de um pequeno ângulo em relação à frontal, o filme aparece preto em cima, onde não reflete a luz. Aparecem intervalos de luz de cores diferentes na parte em que o filme é mais espesso, onde a cor da luz em cada intervalo depende da espessura local do filme de sabão. De cima para baixo, as cores aparecem na ordem:

A ( ) violeta, azul, verde, amarela, laranja, vermelha.

B ( ) amarela, laranja, vermelha, violeta, azul, verde.

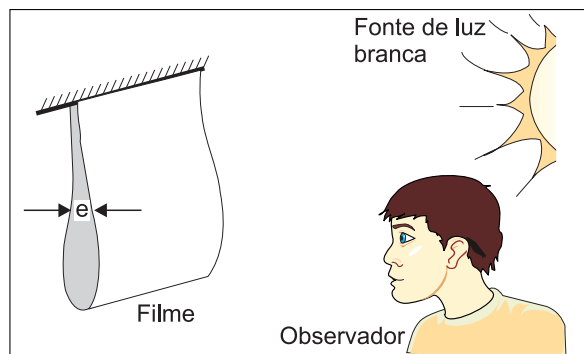
C ( ) vermelha, violeta, azul, verde, amarela, laranja.

D ( ) vermelha, laranja, amarela, verde, azul, violeta.

E ( ) violeta, vermelha, laranja, amarela, verde, azul.

### Resolução

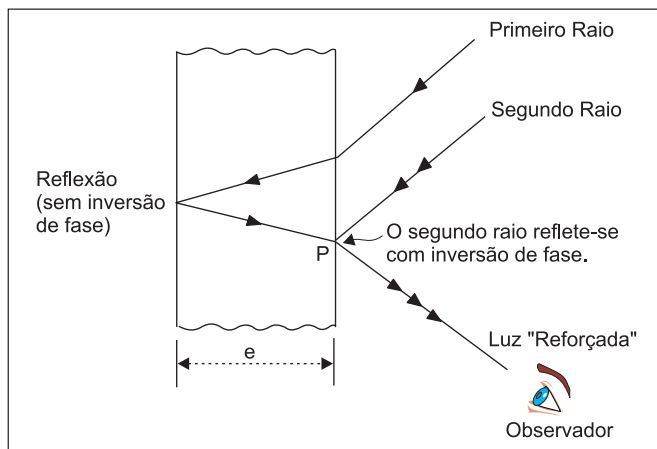
O esquema abaixo representa o filme de sabão e o observador. Notemos que a espessura  $e$  do filme cresce à medida que se aproxima de sua base.



Analisemos o percurso da luz de uma determinada cor (frequência) no interior do filme.

Um raio luminoso pode seguir o trajeto esquematizado a seguir, sofrendo uma refração na entrada do filme, reflexão na face oposta à da entrada e nova refração na saída do filme.





Um segundo raio luminoso, de mesma frequência que o primeiro, pode incidir no filme no ponto P por onde está emergindo o primeiro raio. Nesse ponto, pode ocorrer **interferência construtiva**, havendo reforço na cor correspondente à frequência dessa luz.

A defasagem total dos raios luminosos no ponto P fica dada por:

$$\Delta\varphi_p = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x + \pi$$

onde  $\Delta x$  é a diferença de percursos entre os raios ( $\Delta x \approx 2e$ , já que o observador está postado frontalmente em relação ao filme) e  $\lambda = \frac{V}{f}$  é o comprimento de onda.

$$\therefore \Delta\varphi_p = \frac{2\pi f}{V} 2e + \pi \quad (1)$$

Para que no ponto P ocorra **interferência construtiva** (reforço) entre o primeiro e o segundo raio de luz, deve-se ter:

$$\Delta\varphi_p = 2K\pi \quad (2) \quad (K = 1, 2, 3 \dots)$$

Comparando (1) e (2), vem:

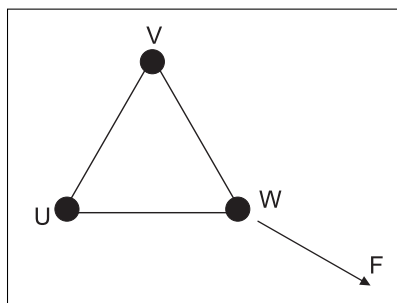
$$\frac{2\pi f}{V} 2e + \pi = 2K\pi \Rightarrow f = \frac{(2K - 1) V}{4e}$$

Analisando a última expressão, notamos que a frequência da luz que sofre interferência construtiva (reforço) é inversamente proporcional à espessura **e** do filme.

Como a parte de baixo do filme tem espessura maior, nessa região ocorre reforço nas cores de **menor frequência**.

Assim, de cima para baixo, as cores aparecem na seguinte ordem: violeta, azul, verde, amarela, laranja e vermelha.

**e**



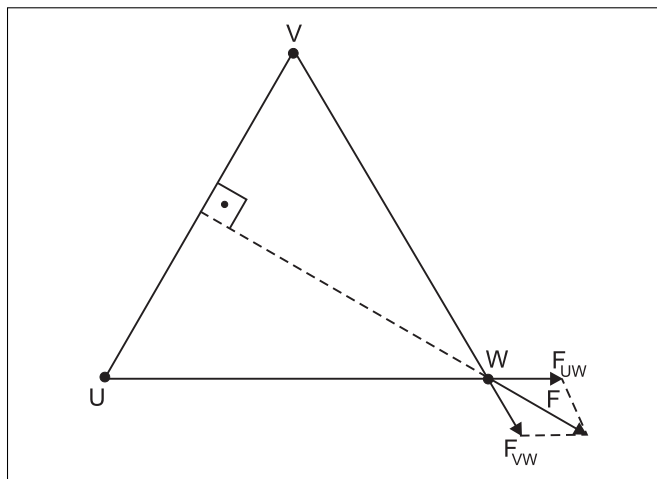
Três cargas elétricas puntiformes estão nos vértices U, V, e W de um triângulo equilátero. Suponha-se que a soma das cargas é nula e que a força sobre a carga localizada no vértice W é perpendicular à

reta UV e aponta para fora do triângulo, como mostra a figura. Conclui-se que:

- A ( ) as cargas localizadas em U e V são de sinais contrários e de valores absolutos iguais.
- B ( ) as cargas localizadas nos pontos U e V têm valores absolutos diferentes e sinais contrários.
- C ( ) as cargas localizadas nos pontos U, V e W têm o mesmo valor absoluto, com uma delas de sinal diferente das demais.
- D ( ) as cargas localizadas nos pontos U, V e W têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
- E ( ) a configuração descrita é fisicamente impossível.

### Resolução

Para que a força elétrica resultante sobre a carga localizada no vértice W seja perpendicular à reta UV e tenha o sentido indicado na figura, as forças  $F_{UW}$  e  $F_{VW}$  devem ser de repulsão. Nestas condições, as cargas elétricas situadas nos vértices U, V e W devem ter mesmo sinal, o que impossibilita a soma das cargas ser nula. Logo, a configuração descrita é impossível.



**b**

Suponha que o elétron em um átomo de hidrogênio se movimenta em torno do próton em uma órbita circular de raio R. Sendo m a massa do elétron e q o módulo da carga de ambos, elétron e próton, conclui-se que o módulo da velocidade do elétron é proporcional a:

$$A ( ) q \sqrt{\frac{R}{m}} \quad B ( ) \frac{q}{\sqrt{mR}} \quad C ( ) \frac{q}{m} \sqrt{R}$$

$$D ( ) \frac{qR}{\sqrt{m}}. \quad E ( ) \frac{q^2 R}{\sqrt{m}}.$$

### Resolução

A força eletrostática de atração é centrípeta:

$$F_e = F_{cp}$$

$$k \cdot \frac{q \cdot q}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{k \cdot q^2}{m \cdot R} \quad v = \sqrt{k} \cdot \frac{q}{\sqrt{mR}}$$

Portanto,  $v$  é proporcional a  $\frac{q}{\sqrt{mR}}$ .

### b

Duas lâmpadas incandescentes, cuja tensão nominal é de 110 V, sendo uma de 20 W e a outra de 100 W, são ligadas em série em uma fonte de 220 V. Conclui-se que:

- A ( ) As duas lâmpadas acenderão com brilho normal.  
 B ( ) A lâmpada de 20 W apresentará um brilho acima do normal e logo queimar-se-á.  
 C ( ) A lâmpada de 100 W fornecerá um brilho mais intenso do que a de 20 W.  
 D ( ) A lâmpada de 100 W apresentará um brilho acima do normal e logo queimar-se-á.  
 E ( ) Nenhuma das lâmpadas acenderá.

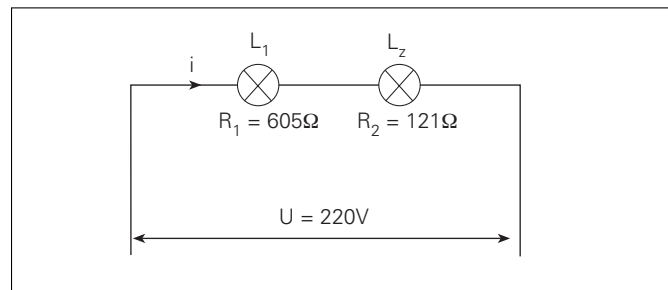
### Resolução

Vamos, inicialmente, calcular as resistências elétricas das lâmpadas, supostas constantes.

$$L_1 : P_1 = \frac{U^2}{R_1} \quad R_1 = \frac{U^2}{P_1} \quad R_1 = \frac{(110)^2}{20} (\Omega) \quad R_1 = 605 \Omega$$

$$L_2 : P_2 = \frac{U^2}{R_2} \quad R_2 = \frac{U^2}{P_2} \quad R_2 = \frac{(110)^2}{100} (\Omega) \quad R_2 = 121 \Omega$$

Ligando-se  $L_1$  e  $L_2$  em série em uma fonte de 220V, temos:



$$\text{Cálculo de } i: U = (R_1 + R_2) \cdot i \\ 220 = (605 + 121) \cdot i \quad i \approx 0,30A$$

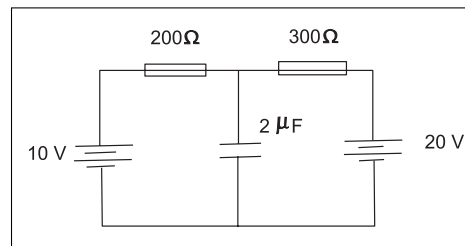
Cálculo das novas potências:

$$L_1 : P'_1 = R_1 i^2 \approx 605 \cdot (0,30)^2 \therefore P'_1 \approx 54W > P_1 = 20W$$

$$L_2 : P'_2 = R_2 i^2 \approx 121 \cdot (0,30)^2 \therefore P'_2 \approx 11W < P_2 = 100W$$

Portanto, a lâmpada de 20W apresentará um brilho acima do normal e logo queimar-se-á.

### b



Duas baterias, de f.e.m. de 10 V e 20 V respectivamente, estão ligadas a duas resistências de 200Ω e 300Ω e com um

capacitor de 2μF, como mostra a figura. Sendo  $Q_c$  a carga do capacitor e  $P_d$  a potência total dissipada depois de estabelecido o regime estacionário, conclui-se que:

$$A ( ) Q_c = 14\mu C; P_d = 0,1 W.$$

$$B ( ) Q_c = 28\mu C; P_d = 0,2 W.$$

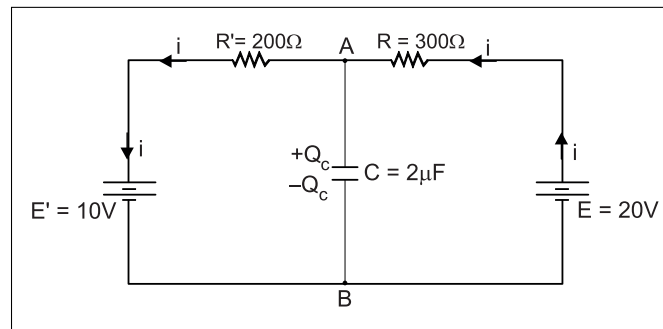
$$C ( ) Q_c = 28\mu C; P_d = 10 W.$$

$$D ( ) Q_c = 32\mu C; P_d = 0,1 W.$$

$$E ( ) Q_c = 32\mu C; P_d = 0,2 W.$$

### Resolução

Vamos calcular a intensidade da corrente  $i$ , observando que a bateria de 20V funciona como gerador e a de 10V, como receptor.



$$i = \frac{E - E'}{\Sigma R}$$

$$i = \frac{20 - 10}{200 + 300} (A)$$

$$i = 0,02A$$

Cálculo de  $U_{AB}$ :

$$U_{AB} = E - R \cdot i$$

$$U_{AB} = 20 - 300 \cdot 0,02 (V)$$

$$U_{AB} = 14V$$

Cálculo da carga elétrica do capacitor:

$$Q_c = C \cdot U_{AB}$$

$$Q_c = 2\mu F \cdot 14V \therefore Q_c = 28\mu C$$

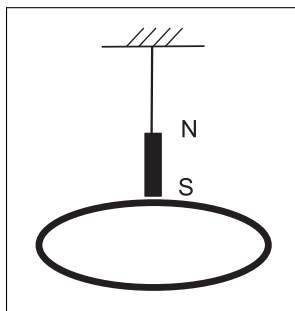
### Cálculo da potência total dissipada:

$$P_d = (R + R') \cdot i^2$$

$$P_d = (300 + 200) \cdot (0,02)^2 \text{ (W)}$$

$$P_d = 0,2W$$

**d**



Pendura-se por meio de um fio um pequeno ímã permanente cilíndrico, formando assim um pêndulo simples. Uma espira circular é colocada abaixo do pêndulo, com seu eixo de simetria coincidente com o fio do pêndulo na sua posição de equilíbrio, como mostra a figura. Faz-se passar uma pequena

corrente  $I$  através da espira mediante uma fonte externa. Sobre o efeito desta corrente nas oscilações de pequena amplitude do pêndulo, afirma-se que a corrente:

- A ( ) não produz efeito algum nas oscilações do pêndulo.
- B ( ) produz um aumento no período das oscilações.
- C ( ) aumenta a tensão no fio mas não afeta a frequência das oscilações.
- D ( ) perturba o movimento do pêndulo que, por sua vez, perturba a corrente na espira.
- E ( ) impede o pêndulo de oscilar.

#### Resolução

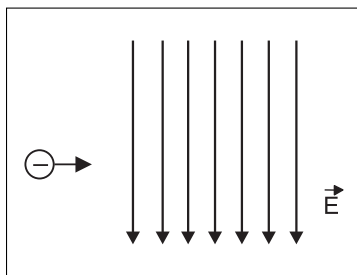
O campo magnético gerado pela corrente elétrica através da espira exerce forças magnéticas nos polos do ímã, alterando a tensão no fio e o período de oscilação do ímã. A tensão e o período podem aumentar ou diminuir, dependendo do sentido da corrente elétrica na espira. Por outro lado, o movimento do ímã produz uma variação do fluxo magnético, perturbando a intensidade da corrente na espira.

#### Observação:

Se admitirmos que o ímã tem dimensões desprezíveis a ponto de considerarmos que o campo magnético gerado pela espira seja o mesmo nos dois polos do ímã, então a força magnética resultante no ímã seria nula, e para oscilações de pequena abertura o momento resultante das forças magnéticas também seria nulo.

Nestas condições, não haveria alteração na oscilação do pêndulo (opção A).

**a**



Um elétron, movendo-se horizontalmente, penetra em uma região do espaço onde há um campo elétrico de cima para baixo, como mostra a figura. A direção do campo de indução magnética de *menor* intensidade capaz de anular o efeito do campo elétrico, de tal maneira que o elétron se mantenha na trajetória horizon-

tal, é:

tal, é:

A ( ) para dentro do plano do papel.

B ( ) na mesma direção e sentido oposto do campo elétrico.

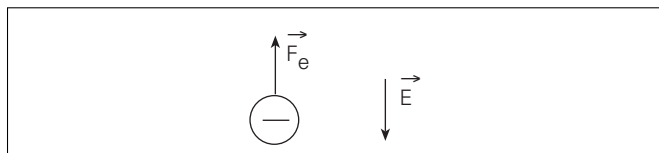
C ( ) na mesma direção e sentido do campo elétrico.

D ( ) para fora do plano do papel.

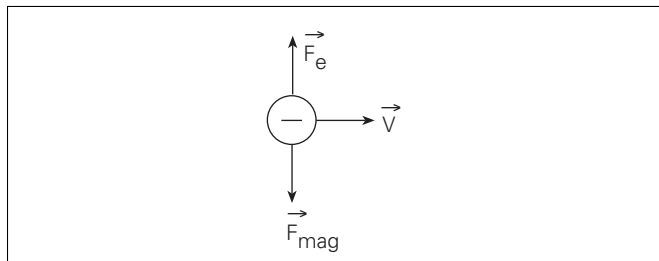
E ( ) a um ângulo de  $45^\circ$  entre a direção da velocidade do elétron e a do campo elétrico.

#### Resolução

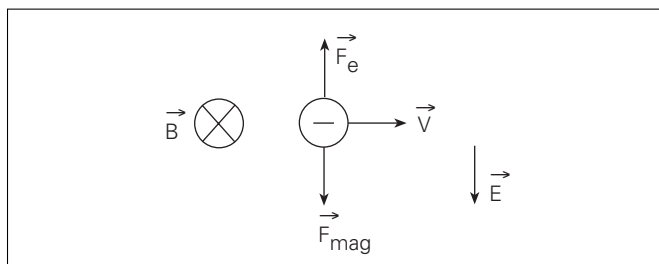
Ao penetrar na região de campo elétrico, o elétron ficará submetido a uma força elétrica  $\vec{F}_e$  esquematizada abaixo.



Para que o elétron mantenha-se em trajetória horizontal, a força magnética ( $\vec{F}_{mag}$ ) atuante deve ter a mesma direção da força elétrica, mesmo módulo, porém, sentido oposto.



Utilizando a regra da mão esquerda e observando que a partícula tem carga negativa, obtemos a direção e o sentido do campo de indução  $\vec{B}$ .



Observe que  $\vec{B}$  deve ser perpendicular a  $\vec{V}$  para que seu valor seja mínimo.

De fato:

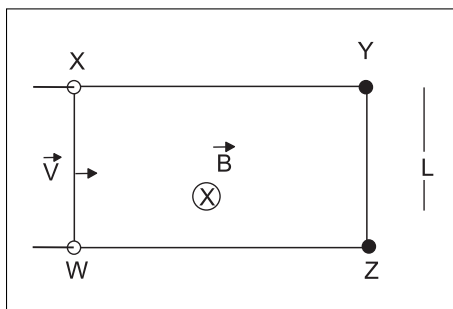
$$F_{mag} = F_e$$

$$|q| V B \sin \theta = |q| E$$

$$B = \frac{E}{V \sin \theta}$$

Para que tenhamos  $B$  mínimo,  $\sin \theta$  deve ser máximo, assim:  $\theta = 90^\circ$ .

**a**

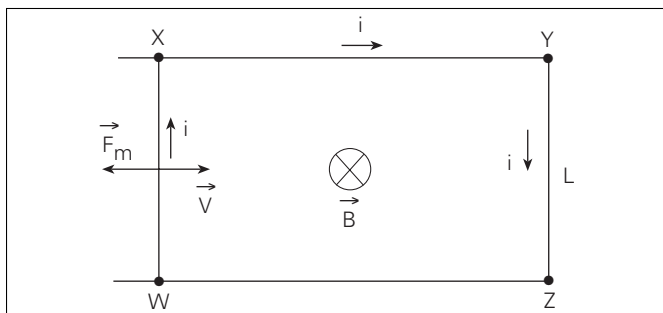


Uma haste WX de comprimento L desloca-se com velocidade constante sobre dois trilhos paralelos separados por uma distância L, na presença de um campo de indução magnética, uniforme e constante, de magnitude B, perpendicular ao plano dos trilhos, direcionado para dentro do papel, como mostra a figura. Há uma haste YZ fixada no término dos trilhos. As hastes e os trilhos são feitos de um fio condutor cuja resistência por unidade de comprimento é  $\rho$ . A corrente na espira retangular WXYZ:

- A ( ) circula no sentido horário e aumenta, tendendo a um valor limite finito.  
 B ( ) circula no sentido horário e decresce, tendendo a zero.  
 C ( ) circula no sentido anti-horário e decresce, tendendo a zero.  
 D ( ) circula no sentido anti-horário e aumenta, tendendo a um valor limite finito.  
 E ( ) circula no sentido anti-horário e aumenta sem limite.

### Resolução

Pela lei de Lenz, surge na haste WX uma força magnética  $\vec{F}_m$  que se opõe ao deslocamento de WX:



Pela regra da mão esquerda, conhecendo-se os sentidos de  $\vec{F}_m$  e  $\vec{B}$ , determinamos o sentido de i: **horário**.

A  $f_{em}$  induzida é dada por  $E = BLV$ , e sendo B, L e V constantes, resulta que E é constante. Pela lei de Pouillet calculamos a intensidade da corrente:

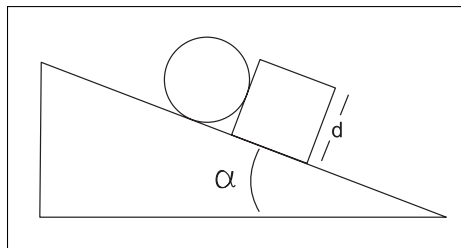
$$i = \frac{E}{R} \Rightarrow i = \frac{BLV}{R}, \text{ onde } R \text{ é a resistência elétrica do circuito.}$$

À medida que a haste WX se desloca, a resistência R do circuito diminui, tendendo para o valor  $\rho \cdot 2L$  e a intensidade da corrente elétrica aumenta e tende para um valor limite finito dado por:

$$i = \frac{BLV}{\rho 2L} = \frac{BV}{2\rho}$$

**ATENÇÃO:** As soluções das questões de números 21 a 30 seguintes, DEVEM SER JUSTIFICADAS no Caderno de Respostas.

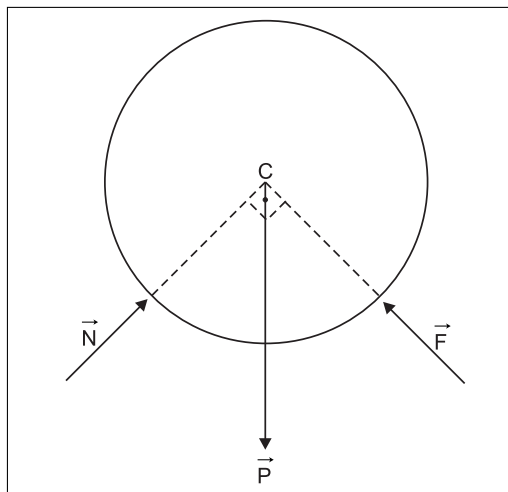
**e**



Considere um bloco cúbico de lado d e massa m em repouso sobre um plano inclinado de ângulo  $\alpha$ , que impede o movimento de um cilindro de diâmetro d e massa m idêntica à do bloco, como mostra a figura. Suponha que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano seja suficientemente grande para que o bloco não deslize pelo plano e que o coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o bloco seja desprezível. O valor máximo do ângulo  $\alpha$  do plano inclinado, para que a base do bloco permaneça em contato com o plano, é tal que:

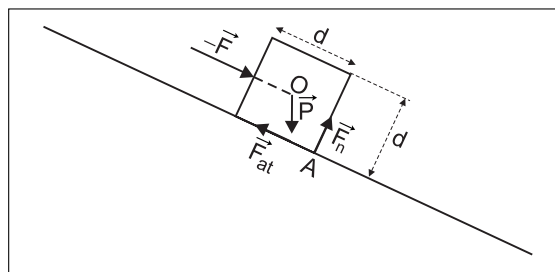
- A ( )  $\sin \alpha = 1/2$ .    B ( )  $\tan \alpha = 1$ .    C ( )  $\tan \alpha = 2$ .  
 D ( )  $\tan \alpha = 3$ .    E ( )  $\cotg \alpha = 2$ .

### Resolução



Para o equilíbrio do cilindro, a força  $\vec{F}$  que ele recebe do cubo deve equilibrar a componente tangencial de seu peso:

$$F = P \sin \alpha = m g \sin \alpha$$



O bloco estará na iminência de tombar quando a reação normal de apoio estiver concentrada no ponto A.  
O momento resultante de todas as forças em relação a qualquer pólo deve ser nulo.  
Tomando o centro do cubo como pólo, vem:

$$\begin{aligned} F_{at} \cdot \frac{d}{2} &= F_N \cdot \frac{d}{2} \\ F_{at} &= F_N \\ F_{at} &= P_t + F = 2mg \sin \alpha \\ F_N &= P_N = mg \cos \alpha \end{aligned}$$

Portanto:  $2mg \sin \alpha = mg \cos \alpha$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$	ou	$\operatorname{cotg} \alpha = 2$
--	----	----------------------------------

## d

Uma bala de massa 10 g é atirada horizontalmente contra um bloco de madeira de 100 g que está fixo, penetrando nele 10 cm até parar. Depois, o bloco é suspenso de tal forma que se possa mover livremente e uma bala idêntica à primeira é atirada contra ele. Considerando a força de atrito entre a bala e a madeira em ambos os casos como sendo a mesma, conclui-se que a segunda bala penetra no bloco a uma profundidade de aproximadamente:

A ( ) 8,0 cm.    B ( ) 8,2 cm.    C ( ) 8,8 cm.  
D ( ) 9,2 cm.    E ( ) 9,6 cm.

### Resolução

1) Quando o bloco está fixo temos:

$$\tau_F = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 0 - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$F \cdot 0,10 = \frac{0,01V_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{F = 0,05V_0^2} \quad (\text{SI})$$

2) Quando o bloco está livre, sua velocidade final tem módulo  $V_1$  dado por:

$$Q_{\text{após}} = Q_{\text{antes}}$$

$$(M + 2m)V_1 = mV_0$$

$$120V_1 = 10 \cdot V_0 \Rightarrow \boxed{V_0 = 12V_1}$$

3) Para o bloco temos:

$$F \cdot D = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$0,05V_0^2 \cdot D = \left( \frac{M + m}{2} \right) V_1^2$$

$$0,05V_0^2 \cdot D = \frac{0,11}{2} \frac{V_0^2}{144}$$

$$D = \frac{1,1}{144} \quad (\text{m})$$

Para o projétil temos:

$$-F d_1 = \Delta E_{\text{cin}}$$

$$-0,05V_0^2 d_1 = \frac{m}{2} (V_1^2 - V_0^2)$$

$$-0,05V_0^2 d_1 = \frac{0,01}{2} \left( \frac{V_0^2}{144} - V_0^2 \right)$$

$$d_1 = 0,1 \left( 1 - \frac{1}{144} \right)$$

$$d_1 = \frac{0,1}{144} \cdot 143 = \frac{14,3}{144} \quad (\text{m})$$

Em relação ao bloco, o projétil percorreu uma distância  $d'$  dada por:

$$d' = d_1 - D$$

$$d' = \frac{14,3}{144} - \frac{1,1}{144} \quad (\text{m})$$

$$d' = \frac{13,2}{144} \quad (\text{m}) \Rightarrow \boxed{d' \approx 9,2 \text{ cm}}$$

## e

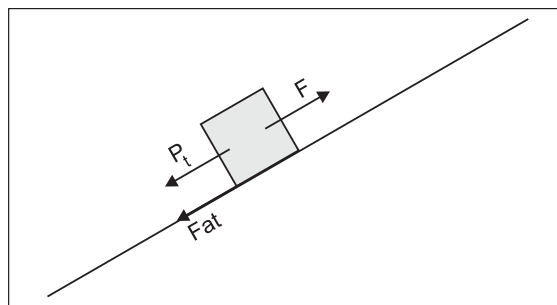
Um bloco maciço requer uma potência  $P$  para ser empurrado, com uma velocidade constante, para subir uma rampa inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal. O mesmo bloco requer uma potência  $Q$  quando empurrado com a mesma velocidade em uma região plana de mesmo coeficiente de atrito. Supondo que a única fonte de dissipação seja o atrito entre o bloco e a superfície, conclui-se que o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície é:

$$A ( ) \frac{Q}{P} \quad B ( ) \frac{Q}{P-Q} \quad C ( ) \frac{Q \sin \theta}{P-Q}$$

$$D ( ) \frac{Q}{P-Q \cos \theta} \quad E ( ) \frac{Q \sin \theta}{P-Q \cos \theta}$$

### Resolução

#### 1) Plano inclinado



Sendo a velocidade constante, vem:

$$F = P_t + F_{at}$$

$$F = m g \sin \theta + \mu m g \cos \theta$$

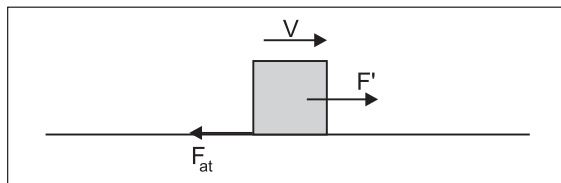
$$F = m g (\sin \theta + \mu \cos \theta)$$

A potência é dada por:

$$Pot_F = F V \cos 0^\circ$$

$$P = m g V (\sin \theta + \mu \cos \theta) \quad (1)$$

## II) Plano horizontal



Sendo a velocidade constante, vem:

$$F' = F_{at} = \mu m g$$

A potência é dada por:

$$Q = F' V \cos 0^\circ$$

$$Q = \mu m g V \quad (2)$$

Dividindo membro a membro as relações (1) e (2), vem:

$$\frac{P}{Q} = \frac{\sin \theta + \mu \cos \theta}{\mu}$$

$$\mu P = Q \sin \theta + \mu Q \cos \theta$$

$$\mu (P - Q \cos \theta) = Q \sin \theta$$

$$\mu = \frac{Q \sin \theta}{P - Q \cos \theta}$$

## e

Estima-se que, em alguns bilhões de anos, o raio médio da órbita da Lua estará 50% maior do que é atualmente. Naquela época, seu período, que hoje é de 27,3 dias, seria:

$$A ( ) 14,1 \text{ dias.} \quad B ( ) 18,2 \text{ dias.} \quad C ( ) 27,3 \text{ dias.}$$

$$D ( ) 41,0 \text{ dias.} \quad E ( ) 50,2 \text{ dias.}$$

### Resolução

De acordo com a 3ª lei de Kepler temos:

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{R_1^3}{T_1^2}$$

De acordo com os dados:  $R_1 = 1,5R$

Portanto:

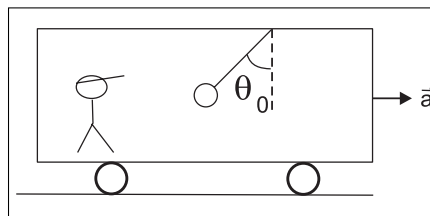
$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{(1,5R)^3}{T_1^2}$$

$$T_1^2 = 3,375 T^2$$

$$T_1 \approx 1,84 T = 1,84 \cdot 27,3 \text{ d}$$

$$T_1 \approx 50,2 \text{ d}$$

## d



No início do século, Albert Einstein propôs que forças inerciais, como aquelas que aparecem em referenciais acelerados, sejam equivalentes às forças gravitacionais. Considere um pêndulo de comprimento  $L$  suspenso no teto de um vagão de trem em movimento retilíneo com aceleração constante de módulo  $a$ , como mostra a figura. Em relação a um observador no trem, o período de pequenas oscilações do pêndulo ao redor da sua posição de equilíbrio  $\theta_0$  é:

$$A ( ) 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$B ( ) 2\pi \sqrt{\frac{L}{g+a}}$$

$$C ( ) 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 - a^2}}}$$

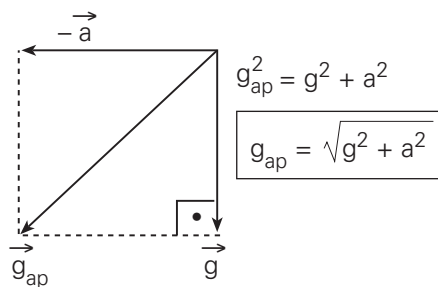
$$D ( ) 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$

$$E ( ) 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{ag}}}$$

### Resolução

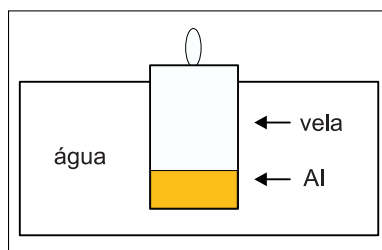
Para calcularmos o período do pêndulo devemos calcular a gravidade aparente ( $g_{ap}$ ) no interior do veículo.

Quando o veículo acelera para a direita com aceleração  $\vec{a}$  surge, em seu interior, uma gravidade artificial  $-\vec{a}$ . A gravidade aparente é a soma vetorial da gravidade terrestre  $\vec{g}$  com a gravidade artificial  $-\vec{a}$ .



O período de pequenas oscilações de um pêndulo é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{ap}}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$

**b**

Na extremidade inferior de uma vela cilíndrica de 10 cm de comprimento (massa específica  $0,7 \text{ g cm}^{-3}$ ) é fixado um cilindro maciço de alumínio (massa que específica  $2,7 \text{ g cm}^{-3}$ ),

tem o mesmo raio que a vela e comprimento de 1,5 cm. A vela é acesa e imersa na água, onde flutua de pé com estabilidade, como mostra a figura. Supondo que a vela queime a uma taxa de 3 cm por hora e que a cera fundida não escorra enquanto a vela queima, conclui-se que a vela vai apagar-se:

A ( ) imediatamente, pois não vai flutuar.

B ( ) em 30 min.

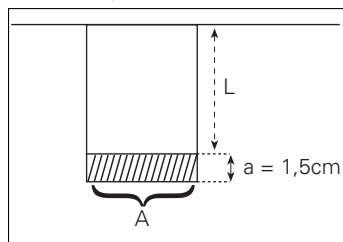
C ( ) em 50 min.

D ( ) em 1 h 50 min.

E ( ) em 3 h 20 min.

### Resolução

1) A vela apaga quando estiver totalmente imersa. Seja **L** o comprimento da vela nesta circunstância:



Na situação de equilíbrio:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = \mu_{al} V_{al} g + \mu_v V_v g$$

$$\mu_a A(a + L) = \mu_{al} A a + \mu_v A L$$

$$1,0(1,5 + L) = 2,7 \cdot 1,5 + 0,7 L$$

$$0,3L = 2,55$$

$$L = 0,85 \text{ cm}$$

2) O comprimento **h** da vela varia com o tempo segundo a relação:

$$h = h_0 - r t$$

$$\text{onde } h_0 = 10 \text{ cm e } r = \frac{3 \text{ cm}}{h}$$

$$\text{Portanto: } 8,5 = 10 - 3T$$

$$3T = 1,5$$

$$T = 0,5h = 30 \text{ min}$$

**c**

O módulo da velocidade das águas de um rio é de 10 m/s pouco antes de uma queda de água. Ao pé da queda existe um remanso onde a velocidade das águas é praticamente nula. Observa-se que a temperatura da água no remanso é  $0,1^\circ \text{C}$  maior do que a da água antes da queda. Conclui-se que a altura da queda de água é:

A ( ) 2,0 m.

B ( ) 25 m.

C ( ) 37 m.

D ( ) 42 m.

E ( ) 50 m.

### Resolução

Considerando que não houve perda de energia mecânica na queda da água, podemos afirmar que a energia mecânica (potencial + cinética) foi transformada em energia térmica, que produziu o aquecimento da água:

$$E_{\text{mecânica}} = E_{\text{térmica}}$$

$$\frac{m v^2}{2} + m g h = m c \Delta \theta$$

$$\frac{v^2}{2} + g h = c \Delta \theta$$

$$\frac{(10)^2}{2} + 10 h = 4,2 \cdot 10^3 \cdot 0,1$$

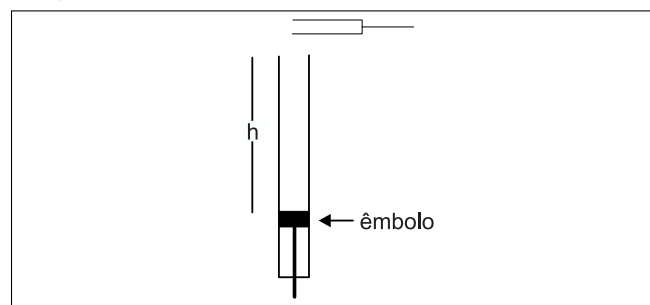
$$50 + 10 h = 420$$

$$10 h = 370$$

$$h = 37 \text{ m}$$

**c**

Um diapasão de 440 Hz soa acima de um tubo de ressonância contendo um êmbolo móvel com mostrado na figura. A uma temperatura ambiente de  $0^\circ \text{C}$ , a primeira ressonância ocorre quando o êmbolo está a uma distância **h** abaixo do topo do tubo. Dado que a velocidade do som no ar (em m/s) a uma temperatura **T** (em  $^\circ \text{C}$ ) é  $v = 331,5 + 0,607T$ , conclui-se que a  $20^\circ \text{C}$  a posição do êmbolo para a primeira ressonância, relativa a sua posição a  $0^\circ \text{C}$ , é:



A ( ) 2,8 cm acima.

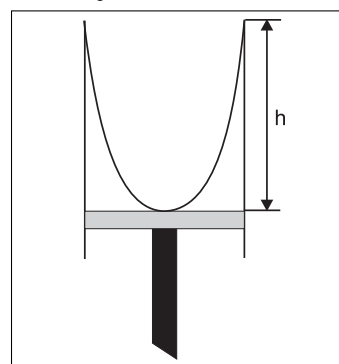
B ( ) 1,2 cm acima.

C ( ) 0,7 cm abaixo.

D ( ) 1,4 cm abaixo.

E ( ) 4,8 cm abaixo.

### Resolução



A primeira ressonância ocorre quando a altura **h** do tubo corresponder a um quarto do comprimento de onda do som emitido pelo diapasão.

$$h = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4h$$

Na temperatura de  $0^\circ \text{C}$ , temos:



$V = \lambda f$   
 $331,5 = 4h \cdot 440$   
 $h = 0,1884\text{m}$   
 $h = 18,84\text{ cm}$   
 Na temperatura de  $20^\circ\text{C}$ , temos:  
 $V' = \lambda' f$   
 $331,5 + 0,607 \times (20) = 4h' \cdot 440$   
 $343,64 = 4h' \cdot 440$   
 $h' = 0,1953\text{m}$   
 $h' = 19,53\text{ cm}$   
 Portanto:  
 $\Delta h = h' - h = 19,53 - 18,84\text{ (cm)}$

$$\Delta h = 0,69\text{cm} \approx 0,7\text{ cm}$$

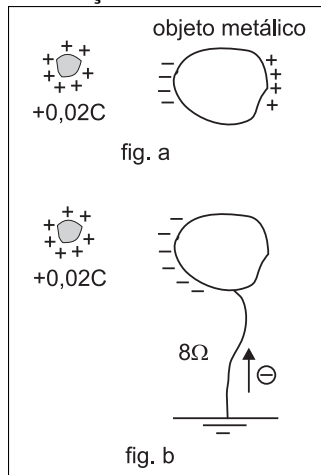
Assim, após o aquecimento do ar para  $20^\circ\text{C}$ , para se obter a primeira ressonância o êmbolo deve ser deslocado  $0,7\text{ cm}$  para baixo da sua posição inicial.

### C

Um objeto metálico é colocado próximo a uma carga de  $+0,02\text{ C}$  e aterrado com um fio de resistência  $8\Omega$ . Suponha que a corrente que passa pelo fio seja constante por um tempo de  $0,1\text{ ms}$  até o sistema entrar em equilíbrio e que a energia dissipada no processo seja de  $2\text{ J}$ . Conclui-se que, no equilíbrio, a carga no objeto metálico é:

- A ( )  $-0,02\text{ C}$ .      B ( )  $-0,01\text{ C}$ .      C ( )  $-0,005\text{ C}$ .  
 D ( )  $0\text{ C}$ .      E ( )  $+0,02\text{ C}$ .

### Resolução



Ao colocarmos o objeto metálico (suposto inicialmente neutro) próximo da carga elétrica, ocorre indução eletrostática (fig.a).

Ligando o objeto à Terra sobem elétrons, formando uma corrente elétrica de intensidade  $i$  (fig. b).

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

$$E_{el} = Ri^2\Delta t$$

$$2 = 8 \cdot i^2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}$$

$$i = 50\text{A}$$

A carga elétrica que sobe da Terra para o objeto tem módulo:

$$Q = i \cdot \Delta t$$

$$Q = 50 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}\text{ (C)}$$

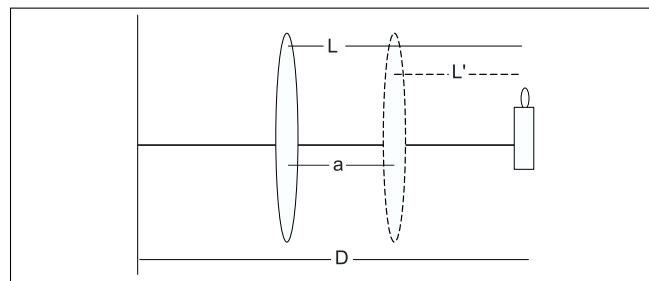
$$Q = 0,005\text{C}$$

Esta carga elétrica é negativa, pois o indutor é positivo. Deste modo, o objeto fica com excesso de carga elétrica negativa igual a  $-0,005\text{C}$ .

### d

Uma vela está a uma distância  $D$  de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente.

Observa-se que as duas distâncias  $L$  e  $L'$  entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo, distam uma da outra de uma distância  $a$ . O comprimento focal da lente é então:



$$A ( ) \frac{D-a}{2} \quad B ( ) \frac{D+a}{2} \quad C ( ) 2a$$

$$D ( ) \frac{D^2 - a^2}{4D} \quad E ( ) \frac{D^2 + a^2}{4D}$$

### Resolução

Aplicando-se a Equação de Gauss para uma das situações de imagem nítida, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{(D-L)} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{D-L+L}{L(D-L)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{D}{L(D-L)} \Rightarrow fD = L(D-L) \text{ (I)}$$

Repetindo o mesmo procedimento para a outra situação de imagem nítida, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{L'} + \frac{1}{(D-L')}$$

$$fD = L'(D-L') \text{ (II)}$$

Igualando I e II, vem:

$$L(D-L) = L'(D-L')$$

$$LD - L^2 = L'D - (L')^2$$

$$(L-L')D = L^2 - (L')^2$$

$$(L-L')D = (L-L') \cdot (L+L')$$

$$D = L + L'$$

$$\text{mas: } L = L' + a$$

então:

$$D = L' + a + L'$$

$$2L' = D - a$$

$$L' = \frac{D-a}{2} \text{ (III)}$$

Substituindo (III) em (II), temos:

$$fD = \left( \frac{D-a}{2} \right) \cdot \left( D - \frac{D-a}{2} \right)$$

$$fD = \left( \frac{D-a}{2} \right) \cdot \left( \frac{D+a}{2} \right) = \frac{D^2 - a^2}{4}$$

$$f = \frac{D^2 - a^2}{4D}$$







# Matemática

## PRINCIPAIS NOTAÇÕES

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$

$$[a, b[ = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$

$$]a, b[ = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$

$(a, b)$  – par ordenado

$A^t$  – matriz transposta da matriz  $A$

$$]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$$

$$]-\infty, b[ = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$$

$$[a, +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$$

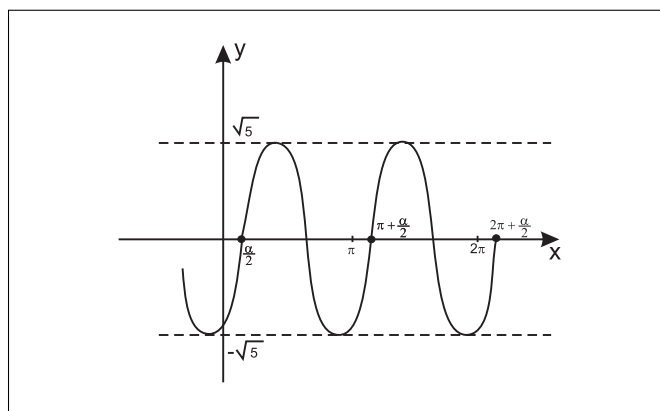
$$]a, +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$$

$I$  – matriz identidade de ordem 2

$A^{-1}$  – matriz inversa da matriz  $A$

e portanto  $f(-x) \neq f(x)$  e  $f(-x) \neq -f(x)$

3)  $f$  é periódica de período  $\frac{2\pi}{2} = \pi$



**c**

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por

$$f(x) = 2\text{sen } 2x - \cos 2x.$$

Então:

A ( )  $f$  é ímpar e periódica de período  $\pi$ .

B ( )  $f$  é par e periódica de período  $\pi/2$ .

C ( )  $f$  não é par nem ímpar e é periódica de período  $\pi$ .

D ( )  $f$  não é par e é periódica de período  $\pi/4$ .

E ( )  $f$  não é ímpar e não é periódica.

### Resolução

$$1) f(x) = 2 \text{ sen } 2x - \cos 2x =$$

$$= \sqrt{5} \left( \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ sen } 2x - \frac{1}{\sqrt{5}} \cos 2x \right)$$

Existe  $\alpha \in ]0; \frac{\pi}{2}[$  independente de  $x$  tal que

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ e } \text{sen } \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}. \text{ Assim,}$$

$$f(x) = \sqrt{5} (\cos \alpha \cdot \text{sen } 2x - \text{sen } \alpha \cdot \cos 2x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{5} \cdot \text{sen} (2x - \alpha)$$

2)  **$f$  não é par nem ímpar**, pois existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que

$$f(-x) = \sqrt{5} \cdot \text{sen}[2(-x) - \alpha] = -\sqrt{5} \cdot \text{sen} (2x + \alpha)$$

**d**

O valor de

$$\text{tg}^{10}x - 5\text{tg}^8x \sec^2x + 10\text{tg}^6x \sec^4x - 10\text{tg}^4x \sec^6x + 5\text{tg}^2x \sec^8x - \sec^{10}x, \text{ para todo } x \in [0, \frac{\pi}{2}[, \text{ é:}$$

$$A ( ) 1 \quad B ( ) \frac{-\sec^2x}{1 + \text{sen}^2x} \quad C ( ) -\sec x + \text{tg } x$$

$$D ( ) -1 \quad E ( ) \text{ zero}$$

### Resolução

Para  $x \in [0; \frac{\pi}{2}[$  temos:

$$\begin{aligned} &\text{tg}^{10}x - 5\text{tg}^8x \sec^2x + 10\text{tg}^6x \sec^4x - 10\text{tg}^4x \sec^6x + 5\text{tg}^2x \sec^8x - \sec^{10}x = (\text{tg}^2x - \sec^2x)^5 = \\ &= \left( \frac{\text{sen}^2x}{\cos^2x} - \frac{1}{\cos^2x} \right)^5 = \left( \frac{\text{sen}^2x - 1}{\cos^2x} \right)^5 = \left( \frac{-\cos^2x}{\cos^2x} \right)^5 = \\ &= (-1)^5 = -1 \end{aligned}$$

**a**

Sejam  $A$  e  $B$  matrizes reais quadradas de ordem 2 que satisfazem a seguinte propriedade: existe uma matriz  $M$  inversível tal que:

$$A = M^{-1} B M.$$

Então:

$$A ( ) \det (-A^t) = \det B$$

$$B ( ) \det A = -\det B$$

$$C ( ) \det (2A) = 2 \det B$$

D ( ) Se  $\det B \neq 0$  então  $\det(-AB) < 0$   
 E ( )  $\det(A - I) = -\det(I - B)$

### Resolução

Seja A e B matrizes quadradas de ordem 2 e M uma matriz inversível tem-se

$$A = M^{-1} \cdot B \cdot M \Rightarrow \det A = \det(M^{-1} \cdot B \cdot M) \Rightarrow$$

$$\det A = \det M^{-1} \cdot \det B \cdot \det M = \frac{1}{\det M} \cdot \det B \cdot \det M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det A = \det B.$$

Assim

$$\det(-A^t) = (-1)^2 \cdot \det(A^t) = \det A = \det B$$

**d**

Considere, no plano complexo, um polígono regular cujos vértices são as soluções da equação  $z^6 = 1$ . A área deste polígono, em unidades de área, é igual a:

A ( )  $\sqrt{3}$

B ( ) 5

C ( )  $\pi$

D ( )  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

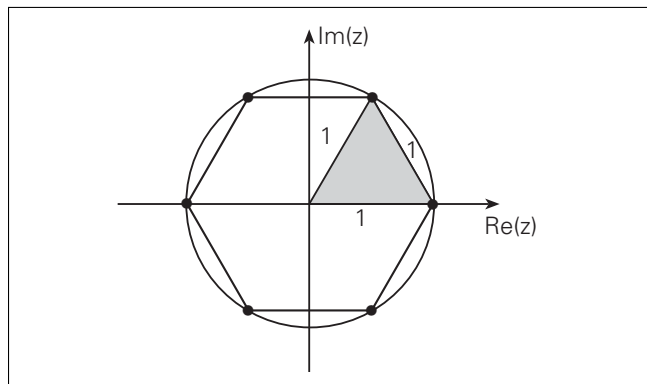
E ( )  $2\pi$

### Resolução

As soluções da equação  $z^6 = 1$  são as seis raízes sextas do número 1. Já que uma dessas raízes é igual a 1, elas pertencem a uma circunferência de raio 1, centro na origem e a dividem em 6 partes iguais determinando um hexágono regular.

A área desse polígono é dada por

$$A = 6 \cdot \frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}$$



**b**

Sejam x e y números reais tais que:

$$\begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 1 \\ 3x^2y - y^3 = 1 \end{cases}$$

Então, o número complexo  $z = x + iy$  é tal que  $z^3$  e  $|z|$  valem, respectivamente:

A ( )  $1 - i$  e  $\sqrt[6]{2}$

B ( )  $1 + i$  e  $\sqrt[6]{2}$

C ( )  $i$  e 1

D ( )  $-i$  e 1

E ( )  $1 + i$  e  $\sqrt[3]{2}$

### Resolução

Se x e y forem números reais tais que

$$x^3 - 3xy^2 = 1, 3x^2y - y^3 = 1 \text{ e } z = x + yi \text{ então:}$$

$$z^3 = x^3 + 3x^2yi + 3xy^2i^2 + y^3i^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^3 = (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^3 = 1 + i$$

Se  $z^3 = 1 + i$  então:

$$|z^3| = \sqrt{1^2 + 1^2} \Leftrightarrow |z^3| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |z| = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \Leftrightarrow |z| = \sqrt[6]{2}$$

**c**

Seja ABC um triângulo isósceles de base BC. Sobre o lado AC deste triângulo considere um ponto D tal que os segmentos AD, BD e BC são todos congruentes entre si. A medida do ângulo  $\hat{BAC}$  é igual a:

A ( )  $23^\circ$

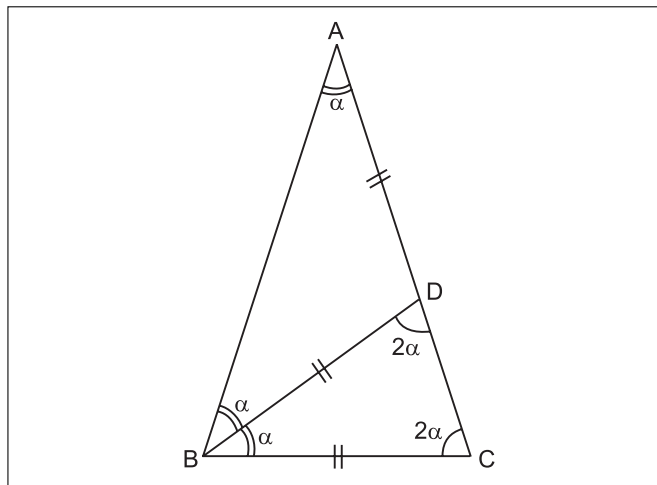
B ( )  $32^\circ$

C ( )  $36^\circ$

D ( )  $40^\circ$

E ( )  $45^\circ$

### Resolução



- 1) Seja  $\alpha$  a medida do ângulo  $\hat{BAC}$ . Como o triângulo ADB é isósceles de base AB temos:  $\hat{DAB} = \hat{DBA} = \alpha$ .
- 2)  $\hat{BDC} = 2\alpha$  pois é ângulo externo do triângulo ABD.
- 3)  $\triangle CBD$  é isósceles de base  $\overline{CD} \Rightarrow \hat{BCD} = \hat{BDC} = 2\alpha$ .
- 4)  $\triangle ABC$  é isósceles de base  $\overline{BC} \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} = 2\alpha$ .

Assim, no triângulo CBD temos:

$$2\alpha + \alpha + 2\alpha = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha = 36^\circ.$$

**e**

Seja  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  uma progressão geométrica infinita de razão  $a_1$ ,  $0 < a_1 < 1$ , e soma igual a  $3a_1$ . A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

A ( )  $\frac{8}{27}$       B ( )  $\frac{20}{27}$       C ( )  $\frac{26}{27}$   
 D ( )  $\frac{30}{27}$       E ( )  $\frac{38}{27}$

**Resolução**

Na progressão geométrica infinita  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  de razão  $q = a_1$ ,  $0 < a_1 < 1$ , e soma igual a  $3a_1$  temos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q} \Rightarrow 3 \cdot a_1 = \frac{a_1}{1 - a_1} \Leftrightarrow a_1 = \frac{2}{3}.$$

Logo, na progressão geométrica infinita

$\left( \frac{2}{3}; \frac{4}{9}; \frac{8}{27}; \dots \right)$  a soma dos três primeiros termos é:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{38}{27}.$$

**d**

O valor de  $y \in \mathbb{R}$  que satisfaz a igualdade  $\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$ , é:

A ( )  $\frac{1}{2}$       B ( )  $\frac{1}{3}$       C ( ) 3  
 D ( )  $\frac{1}{8}$       E ( ) 7

**Resolução**

Para  $y > 0$  e  $y \neq 1$ , temos:

$$\begin{aligned} \log_y 49 &= \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2 \cdot \log 7}{\log y} &= \frac{\log 7}{2 \cdot \log y} + \frac{\log 7}{\log (2y)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\log y} &= \frac{1}{2 \cdot \log y} + \frac{1}{\log (2y)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\log y} &= \frac{\log (2y) + 2 \cdot \log y}{2 \cdot \log y \cdot \log (2y)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 &= \frac{\log (2y) + 2 \cdot \log y}{2 \cdot \log (2y)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 4 \cdot \log (2y) &= \log (2y) + 2 \cdot \log y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3 \cdot \log (2y) &= 2 \cdot \log y \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \log 2 + 3 \cdot \log y = 2 \cdot \log y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log y = -3 \cdot \log 2 \Leftrightarrow \log y = \log 2^{-3} \Leftrightarrow y = 2^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{8}$$

**c**

O número de anagramas da palavra VESTIBULANDO, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:

A ( ) 12!      B ( )  $(8!)(5!)$       C ( )  $12! - (8!)(5!)$   
 D ( )  $12! - 8!$       E ( )  $12! - (7!)(5!)$

**Resolução**

1) O número de anagramas da palavra **vestibulando** é:

$$P_{12} = 12!$$

2) O número de anagramas da palavra **vestibulando** que apresentam as cinco vogais juntas é:

$$P_8 \cdot P_5 = 8! \cdot 5!$$

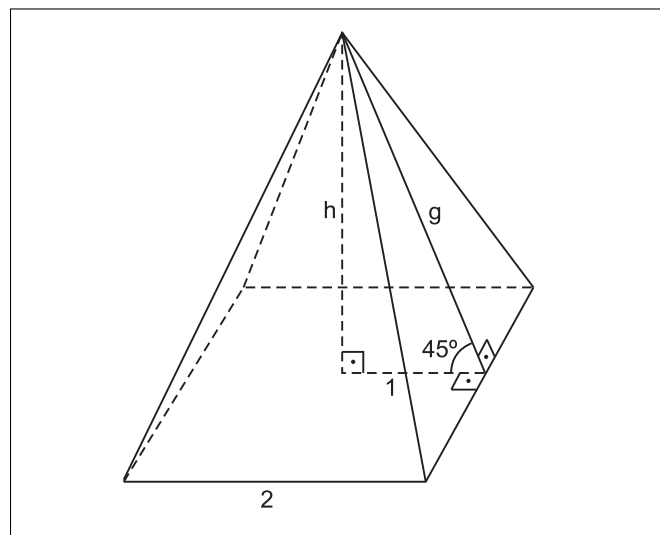
3) Logo o número de anagramas da palavra **vestibulando** que não apresentam as cinco vogais juntas é:

$$12! - 8! \cdot 5!$$

**d**

Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado 2cm. Sabe-se que as faces formam com a base ângulos de  $45^\circ$ . Então, a razão entre a área da base e a área lateral é igual a:

A ( )  $\sqrt{2}$       B ( )  $\frac{1}{3}$       C ( )  $\sqrt{6}$   
 D ( )  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E ( )  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

**Resolução**

Sendo  $h$  e  $g$ , respectivamente, as medidas em centímetros da altura e do apótema dessa pirâmide, tem-se:

$$1) \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{h}{1} \Leftrightarrow h = 1$$

$$2) \cos 45^\circ = \frac{1}{g} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{g} \Leftrightarrow g = \sqrt{2}$$

Sendo  $A_b$  e  $A_\ell$ , respectivamente, as áreas em centímetros quadrados, da base e da superfície lateral dessa pirâmide, tem-se:

$$3) A_b = 2^2 \Leftrightarrow A_b = 4$$

$$4) A_\ell = 4 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow A_\ell = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Assim: } \frac{A_b}{A_\ell} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**e**

Seja  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  a função definida por

$$f(x) = -3a^x,$$

onde  $a$  é um número real,  $0 < a < 1$ . Sobre as afirmações:

(I)  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ , para todo  $x, y \in \mathbf{R}$ .

(II)  $f$  é bijetora.

(III)  $f$  é crescente e  $f(]0, +\infty[) = ]-3, 0[$ .

Podemos concluir que:

A ( ) Todas as afirmações são falsas.

B ( ) Todas as afirmações são verdadeiras.

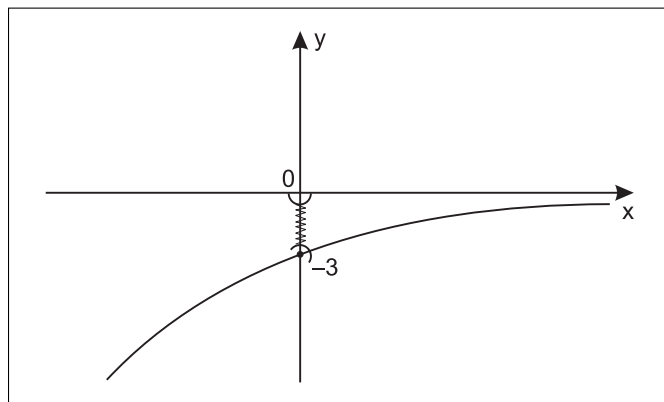
C ( ) Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

D ( ) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.

E ( ) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.

### Resolução

A função  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definida por  $f(x) = -3a^x$ , com  $0 < a < 1$ , tem gráfico:



Pode-se, então, concluir que:

I)  $f(x + y) = -3a^{x+y} = -3a^x \cdot a^y = f(x) \cdot a^y \neq f(x) \cdot f(y)$ ;

II) não é sobrejetora, pois  $\text{Im}(f) = \mathbf{R}_-^* \neq \mathbf{R} = \text{CD}(f)$ ;

III) é crescente no intervalo  $]0; +\infty[$  e o conjunto imagem dos elementos deste intervalo é  $f(]0; +\infty[) = ]-3, 0[$  como se pode ver no gráfico.

Assim, somente a afirmação III é verdadeira.

**a**

Sejam as funções  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  e  $g: A \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , tais que

$$f(x) = x^2 - 9 \text{ e } (f \circ g)(x) = x - 6,$$

em seus respectivos domínios. Então, o domínio  $A$  da função  $g$  é:

A ( )  $[-3, +\infty[$

B ( )  $\mathbf{R}$

C ( )  $[-5, +\infty[$

D ( )  $]-\infty, -1[ \cup [3, +\infty[$

E ( )  $]-\infty, \sqrt{6}[$

### Resolução

De  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid f(x) = x^2 - 9$ ,  $g: A \subset \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  e

$(f \circ g)(x) = x - 6$  obtém-se:

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = [g(x)]^2 - 9 = x - 6 \Rightarrow g(x) = \pm \sqrt{x + 3}.$$

Como  $g(x) \in \mathbf{R}$  tem-se:  $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$ .

Assim,  $D(g) = A = [-3; +\infty[$

**d**

Considere  $a, b \in \mathbf{R}$  e a equação

$$2e^{3x} + ae^{2x} + 7e^x + b = 0$$

Sabendo que as três raízes reais  $x_1, x_2, x_3$  desta equação formam, nesta ordem, uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero, então  $a - b$  vale:

A ( ) 5

B ( ) -7

C ( ) -9

D ( ) -5

E ( ) 9

### Resolução

$$2e^{3x} + a \cdot e^{2x} + 7 \cdot e^x + b = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow 2(e^x)^3 + a \cdot (e^x)^2 + 7 \cdot (e^x) + b = 0$  é uma equação do 3º grau em  $e^x$ .

As raízes da equação são  $-\alpha, 0$  e  $\alpha$ , pois formam uma progressão aritmética cuja soma é igual a zero.

Das relações de Girard decorre:

$$\begin{cases} e^{-\alpha} + e^0 + e^{\alpha} = -\frac{a}{2} \\ e^{-\alpha} \cdot e^0 + e^{-\alpha} \cdot e^{\alpha} + e^0 \cdot e^{\alpha} = \frac{7}{2} \\ e^{-\alpha} \cdot e^0 \cdot e^{\alpha} = -\frac{b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{-\alpha} + 1 + e^{\alpha} = -\frac{a}{2} \\ e^{-\alpha} + 1 + e^{\alpha} = \frac{7}{2} \\ 1 = -\frac{b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{a}{2} = \frac{7}{2} \\ -\frac{b}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a - b = (-7) - (-2) = -5$$

**c**

Seja  $a$  um número real tal que o polinômio

$$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$$

admite apenas raízes reais. Então:

$$A ( ) a \in [2, \infty[ \quad B ( ) a \in [-1, 1]$$

$$C ( ) a \in ]-\infty, -7] \quad D ( ) a \in [-2, -1[$$

$$E ( ) a \in ]1, 2[$$

### Resolução

1) Sendo 1 e -1 raízes do polinômio

$p(x) = x^6 + 2x^5 + ax^4 - ax^2 - 2x - 1$ , e aplicando o dispositivo de Briott-Rufini, tem-se:

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} 1 & 2 & a & 0 & -a & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & a+3 & a+3 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & a+1 & 2 & 1 & 0 & & \end{array}$$

$$\text{Assim, } p(x) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^4 + 2x^3 + (a+1)x^2 + x + 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(x) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot x^2 \cdot \left[ \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + (a+1) \right],$$

$\forall x \neq 0$  (zero não é raiz de  $p(x)$ )

2) Para que  $p(x)$  admita apenas raízes reais, o polinômio

$$q(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + (a+1) \text{ deverá admitir}$$

somente raízes reais.

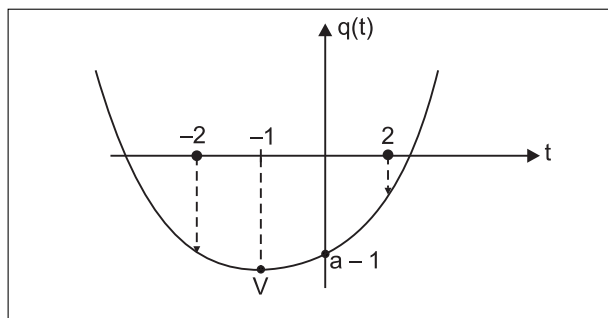
$$3) \text{ Fazendo } x + \frac{1}{x} = t, \text{ tem-se } x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2 \text{ e}$$

$$q(t) = t^2 + 2t + (a-1). \text{ Lembrando que } x + \frac{1}{x} \leq -2$$

$$\text{ou } x + \frac{1}{x} \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}^*, \text{ conclui-se que as raízes do}$$

polinômio  $q(t)$  devem ser reais e não pertencer ao intervalo  $] -2; 2[$ .

4) O gráfico da função  $q$  é do tipo



do que se conclui que  $q(-2) \leq 0$  e  $q(2) \leq 0$ .

$$5) \text{ De } q(-2) \leq 0, \text{ tem-se } (-2)^2 + 2 \cdot (-2) + a - 1 \leq 0 \Leftrightarrow a \leq 1.$$

$$\text{De } q(2) \leq 0, \text{ tem-se } 2^2 + 2 \cdot 2 + a - 1 \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -7.$$

Assim,  $a \leq -7$  e  $a \in ]-\infty; -7]$ .

**a**

Seja  $p(x)$  um polinômio de grau 4 com coeficientes reais. Na divisão de  $p(x)$  por  $x-2$  obtém-se um quociente  $q(x)$  e resto igual a 26. Na divisão de  $p(x)$  por  $x^2 + x - 1$  obtém-se um quociente  $h(x)$  e resto  $8x - 5$ . Sabe-se que  $q(0) = 13$  e  $q(1) = 26$ . Então,  $h(2) + h(3)$  é igual a:

$$A ( ) 16$$

$$B ( ) \text{ zero}$$

$$C ( ) -47$$

$$D ( ) -28$$

$$E ( ) 1$$

### Resolução

Do enunciado, tem-se:

$$1) p(x) = (x-2) \cdot q(x) + 26$$

$$2) p(2) = (2-2) \cdot q(2) + 26 \Leftrightarrow p(2) = 26$$

$$3) p(0) = (0-2) \cdot q(0) + 26 \Leftrightarrow p(0) = -2 \cdot 13 + 26 \Leftrightarrow p(0) = 0$$

$$4) p(1) = (1-2) \cdot q(1) + 26 \Leftrightarrow p(1) = -1 \cdot 26 + 26 \Leftrightarrow p(1) = 0$$

$$5) p(x) = (x^2 + x - 1) \cdot h(x) + 8x - 5$$

Como  $p(x)$  é um polinômio de grau 4 com coeficientes reais, resulta que  $h(x)$  é um polinômio de grau 2 com coeficientes reais, ou seja:  $h(x) = ax^2 + bx + c$ , com  $a \in \mathbb{R}^*$ ,  $b \in \mathbb{R}$  e  $c \in \mathbb{R}$ .

Assim:

$$p(x) = (x^2 + x - 1) \cdot (ax^2 + bx + c) + 8x - 5 \quad (I)$$

Fazendo-se sucessivamente,  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $x = 2$  na igualdade (I), tem-se:

$$1^a) p(0) = (-1) \cdot c + 8 \cdot 0 - 5 \Leftrightarrow 0 = -c - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{c = -5} \quad (II)$$

$$2^a) p(1) = (1 + 1 - 1) \cdot (a + b + c) + 8 - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 = a + b + c + 3 \Leftrightarrow \boxed{a + b + c = -3} \quad (III)$$

$$3^a) p(2) = (4 + 2 - 1) \cdot (4a + 2b + c) + 16 - 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 26 = 5 \cdot (4a + 2b + c) + 11 \Leftrightarrow \boxed{4a + 2b + c = 3} \quad (IV)$$

De (II), (III) e (IV), temos

$$a = 2, b = 0 \text{ e } c = -5$$

e portanto:

$$h(x) = 2x^2 - 5 \Rightarrow h(2) = 3 \text{ e } h(3) = 13 \Rightarrow h(2) + h(3) = 16$$

**b**

Sejam  $a, b \in \mathbb{R}$ . Considere os sistemas lineares em  $x, y$  e  $z$ :

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - 3y + z = 1 \\ -2y + z = a \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 2x - by + 3z = 0 \end{cases}$$

Se ambos admitem infinitas soluções reais, então:

$$A ( ) \frac{a}{b} = 11 \quad B ( ) \frac{b}{a} = 22 \quad C ( ) ab = \frac{1}{4}$$

$$D ( ) ab = 22 \quad E ( ) ab = 0$$

### Resolução

$$1) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - 3y + z = 1 \\ -2y + z = a \end{cases}$$

Para que o sistema admita infinitas soluções, devemos ter:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & a \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 2x - by + 3z = 0 \end{cases}$$

Para que o sistema admita infinitas soluções, devemos ter:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -b & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow b = 11$$

Logo, de (1) e (2) temos:  $\frac{b}{a} = 22$

**c**

Sejam as matrizes reais de ordem 2,

$$A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$$

Então, a soma dos elementos da diagonal principal de  $(AB)^{-1}$  é igual a:

A ( )  $a + 1$

B ( )  $4(a + 1)$

C ( )  $\frac{1}{4}(5 + 2a + a^2)$

D ( )  $\frac{1}{4}(1 + 2a + a^2)$

E ( )  $\frac{1}{2}(5 + 2a + a^2)$

### Resolução

Se  $A = \begin{bmatrix} 2+a & a \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a & 2+a \end{bmatrix}$ , então:

1)  $A \cdot B = \begin{bmatrix} a^2 + a + 2 & a^2 + 3a + 2 \\ a + 1 & a + 3 \end{bmatrix}$  e  $\det(A \cdot B) = 4$ .

2) Seja  $(A \cdot B)^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$

$$x = \frac{A_{11}}{\det(AB)} = \frac{(-1)^2 \cdot (a + 3)}{4} \quad \text{e}$$

$$w = \frac{A_{22}}{\det(AB)} = \frac{(-1)^4 \cdot (a^2 + a + 2)}{4}$$

3) Logo, a soma dos elementos da diagonal principal de  $(A \cdot B)^{-1}$  é:

$$x + w = \frac{a + 3}{4} + \frac{a^2 + a + 2}{4} = \frac{1}{4}(5 + 2a + a^2)$$

**a**

A inequação

$$4x \log_5(x + 3) \geq (x^2 + 3) \log_{\frac{1}{5}}(x + 3)$$

é satisfeita para todo  $x \in S$ . Então:

A ( )  $S = ] - 3, - 2] \cup [- 1, + \infty[$

B ( )  $S = ] - \infty, - 3[ \cup [- 1, + \infty[$

C ( )  $S = ] - 3, - 1]$

D ( )  $S = ] - 2, + \infty[$

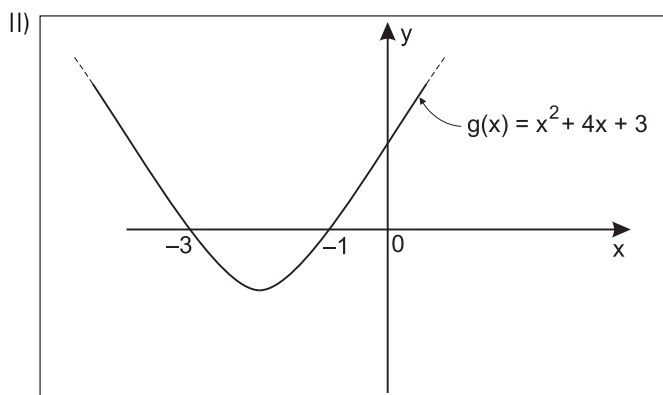
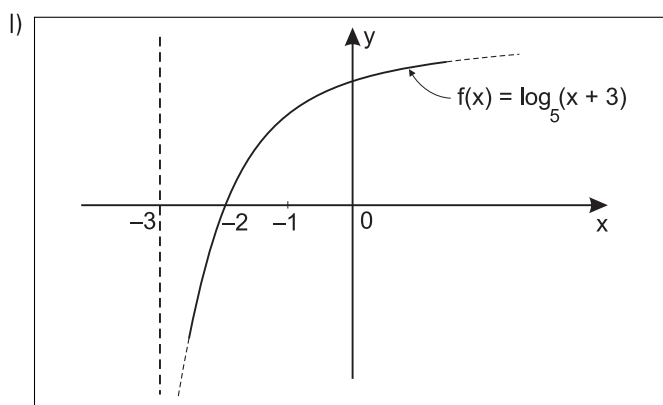
E ( )  $S = ] - \infty, - 3[ \cup ] - 3, + \infty[$

### Resolução

Para  $x > - 3$ , temos:

$$\begin{aligned} 4x \log_5(x + 3) &\geq (x^2 + 3) \cdot \log_{1/5}(x + 3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4x \log_5(x + 3) \geq -(x^2 + 3) \cdot \log_5(x + 3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4x \cdot \log_5(x + 3) + (x^2 + 3) \cdot \log_5(x + 3) \geq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \log_5(x + 3) \cdot [x^2 + 4x + 3] \geq 0. \end{aligned}$$

Fazendo-se  $f(x) = \log_5(x + 3)$  e  $g(x) = x^2 + 4x + 3$ , resulta:



$$\text{Como } f(x) \cdot g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq 0 \text{ e } g(x) \leq 0 \\ \text{ou} \\ f(x) \geq 0 \text{ e } g(x) \geq 0 \end{cases}$$

conclui-se que:

$$- 3 < x \leq - 2 \quad \text{ou} \quad x \geq - 1$$

Assim:  $S = ] - 3, - 2] \cup [- 1, + \infty[$



**b**

A soma das raízes da equação

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} x - \sqrt{3} \operatorname{sen} 2x + \cos 2x = 0,$$

que pertencem ao intervalo  $[0, 2\pi]$ , é:

$$A ( ) \frac{17\pi}{4} \quad B ( ) \frac{16\pi}{3} \quad C ( ) \frac{15\pi}{4}$$

$$D ( ) \frac{14\pi}{3} \quad E ( ) \frac{13\pi}{4}$$

**Resolução**

$$\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x - \sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} (2x) + \cos (2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot \left( \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} - 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos x \right) + \cos (2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot \left( \frac{\operatorname{sen} x - 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x}{\cos x} \right) + \cos (2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} x}{\cos x} \cdot (1 - 2 \cdot \cos^2 x) + \cos (2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x [-\cos (2x)] + \cos (2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos (2x) \cdot (1 - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos (2x) = 0 \text{ ou } \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Então:

$$1^{\text{a}}) \cos (2x) = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$$

Para  $0 \leq x \leq 2\pi$ , temos:

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ ou } x = \frac{3\pi}{4} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{4} \text{ ou } x = \frac{7\pi}{4}$$

$$2^{\text{a}}) \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + n \cdot \pi$$

$$\text{Para } 0 \leq x \leq 2\pi, \text{ temos } x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6}$$

A soma das raízes da equação é:

$$S = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} = \frac{16\pi}{3}$$

**b**

Considere as afirmações sobre polígonos convexos:

- I) Existe apenas um polígono cujo número de diagonais coincide com o número de lados.
- II) Não existe polígono cujo número de diagonais seja o quádruplo do número de lados.

- III) Se a razão entre o número de diagonais e o de lados de um polígono é um número natural, então o número de lados do polígono é ímpar.

Então:

A ( ) Todas as afirmações são verdadeiras.

B ( ) Apenas (I) e (III) são verdadeiras.

C ( ) Apenas (I) é verdadeira.

D ( ) Apenas (III) é verdadeira.

E ( ) Apenas (II) e (III) são verdadeiras.

**Resolução**

Seja **d** o número de diagonais e **n** o número de lados do polígono, temos:

I) Verdadeira

$$d = n \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = n \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow n = 0 \text{ ou } n = 5$$

Como  $n \geq 3$ , temos  $n = 5$  e, portanto, o único polígono é o pentágono.

II) Falsa

$$d = 4n \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 4n \Leftrightarrow n^2 - 11n = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 0 \text{ ou } n = 11$$

Como  $n \geq 3$ , temos  $n = 11$  e, portanto, existe um polígono que satisfaz a condição  $d = 4n$ . É o undecágono.

III) Verdadeira

Seja  $k \in \mathbb{N}$ , a razão entre o número de diagonais e o número de lados.

Assim,

$$\frac{d}{n} = k \Leftrightarrow d = n \cdot k \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = n \cdot k$$

Como  $n \geq 3$ , temos:

$$\frac{n - 3}{2} = k \Leftrightarrow n - 3 = 2k \Leftrightarrow n = 2k + 3$$

e, portanto,  $n$  é ímpar.

**e**

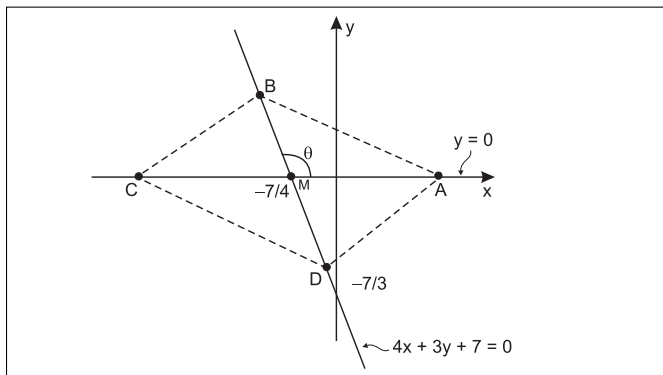
As retas  $y = 0$  e  $4x + 3y + 7 = 0$  são retas suportes das diagonais de um paralelogramo. Sabendo que estas diagonais medem 4cm e 6cm, então, a área deste paralelogramo, em  $\text{cm}^2$ , vale:

$$A ( ) \frac{36}{5} \quad B ( ) \frac{27}{4} \quad C ( ) \frac{44}{3}$$

$$D ( ) \frac{48}{3} \quad E ( ) \frac{48}{5}$$

**Resolução**

A partir do enunciado, podemos ter a seguinte figura.



A reta  $4x + 3y + 7 = 0$  tem coeficiente angular  $m = -\frac{4}{3} \Rightarrow \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = -\frac{4}{3}$  e, portanto,  $\operatorname{sen} \theta = \frac{4}{5}$ .

A área do triângulo AMB é igual a  $\frac{AM \cdot MB \cdot \operatorname{sen} \theta}{2}$

$$\text{e portanto } \frac{3 \cdot 2 \cdot \frac{4}{5}}{2} = \frac{12}{5}$$

Como o paralelogramo é constituído de 4 triângulos de mesma área, temos:

$$A_{\text{paralelogramo}} = 4 \cdot \left( \frac{12}{5} \right) = \frac{48}{5}$$

**b**

Um poliedro convexo de 16 arestas é formado por faces triangulares e quadrangulares. Seccionando-o por um plano convenientemente escolhido, dele se destaca um novo poliedro convexo, que possui apenas faces quadrangulares. Este novo poliedro possui um vértice a menos que o original e uma face a mais que o número de faces quadrangulares do original. Sendo  $m$  e  $n$ , respectivamente, o número de faces e o número de vértices do poliedro original, então:

A ( )  $m = 9, n = 7$

B ( )  $m = n = 9$

C ( )  $m = 8, n = 10$

D ( )  $m = 10, n = 8$

E ( )  $m = 7, n = 9$

### Resolução

1) Sejam **a** e **b**, respectivamente, o número de faces triangulares e quadrangulares do poliedro original. Assim, como o poliedro possui 16 arestas, temos:

$$\frac{3a + 4b}{2} = 16 \Leftrightarrow 3a + 4b = 32$$

2) Como o poliedro original possui **m** faces e **n** vértices, temos:

$$\begin{cases} m = a + b \\ n - 16 + m = 2 \end{cases} \Rightarrow n + a + b = 18$$

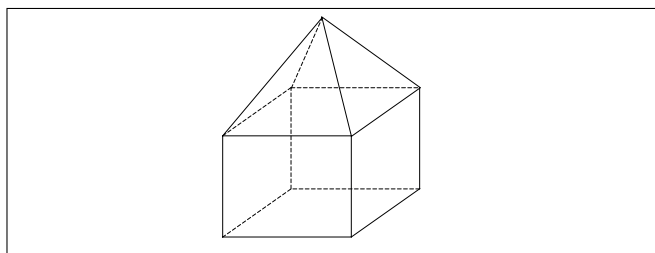
3) O novo poliedro possui  $(n - 1)$  vértices e  $(b + 1)$  faces quadrangulares. Assim, o número de arestas do novo poliedro é  $\frac{4 \cdot (b + 1)}{2} = 2b + 2$  e, portanto,

$$n - 1 - (2b + 2) + b + 1 = 2 \Leftrightarrow n = b + 4$$

4) De (1), (2) e (3), temos:

$$\begin{cases} 3a + 4b = 32 \\ m = a + b \\ n + a + b = 18 \\ n = b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ m = 9 \\ n = 9 \end{cases}$$

Um poliedro convexo que satisfaz as condições do problema é o da figura seguinte.



**c**

Considere um cone circular reto cuja geratriz mede  $\sqrt{5}$  cm e o diâmetro da base mede 2 cm. Traçam-se  $n$  planos paralelos à base do cone, que o seccionam determinando  $n + 1$  cones, incluindo o original, de modo que a razão entre os volumes do cone maior e do cone menor é 2. Os volumes destes cones formam uma progressão aritmética crescente cuja soma é igual a  $2\pi$ . Então, o volume, em  $\text{cm}^3$ , do tronco de cone determinado por dois planos consecutivos é igual a:

A ( )  $\frac{\pi}{33}$

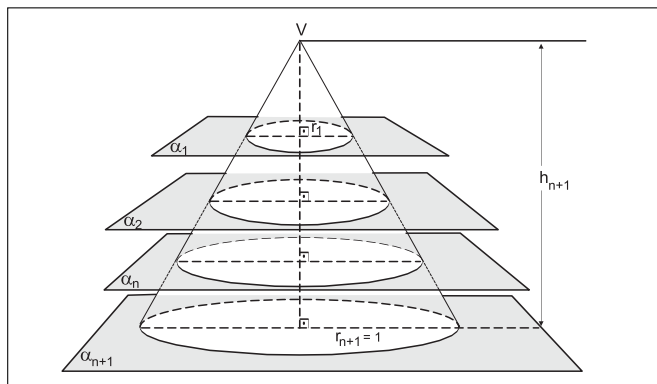
B ( )  $\frac{2\pi}{33}$

C ( )  $\frac{\pi}{9}$

D ( )  $\frac{2\pi}{15}$

E ( )  $\pi$

### Resolução



Sendo  $g_i$ ,  $h_i$  e  $r_i$ , respectivamente, as medidas em centímetros, da geratriz, altura e raio da base do  $i$ -ésimo cone; e  $V_i$  o volume desse cone, com  $i$  natural e  $1 \leq i \leq n+1$ , de acordo com o enunciado, temos:

$$1) 2r_{n+1} = 2 \Leftrightarrow r_{n+1} = 1$$

$$2) g_{n+1}^2 = h_{n+1}^2 + r_{n+1}^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}\right)^2 = h_{n+1}^2 + 1^2 \Leftrightarrow h_{n+1} = 2$$

$$3) V_{n+1} = \frac{\pi}{3} \cdot r_{n+1}^2 \cdot h_{n+1} \Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{\pi}{3} \cdot 1^2 \cdot 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = \frac{2\pi}{3}$$

$$4) \frac{V_{n+1}}{V_1} = 2 \Leftrightarrow \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 2 \Leftrightarrow V_1 = \frac{\pi}{3}$$

Os volumes  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n+1}$  formam uma progressão aritmética crescente, cuja soma é igual a  $2\pi$  e cuja razão  $V_t$  corresponde ao volume do tronco de cone, em centímetros cúbicos, determinado por dois planos paralelos consecutivos.

Assim:

$$5) \frac{(V_1 + V_{n+1}) \cdot (n+1)}{2} = 2\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot (n+1)}{2} = 2\pi \Leftrightarrow \pi(n+1) = 4\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = 3$$

$$6) V_{n+1} = V_1 + n \cdot V_t$$

$$\text{Logo: } \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 3 \cdot V_t \Leftrightarrow 3V_t = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow V_t = \frac{\pi}{9}$$

**e**

Considere a hipérbole H e a parábola T, cujas equações são, respectivamente,

$$5(x+3)^2 - 4(y-2)^2 = -20 \text{ e } (y-3)^2 = 4(x-1).$$

Então, o lugar geométrico dos pontos P, cuja soma dos quadrados das distâncias de P a cada um dos focos da hipérbole H é igual ao triplo do quadrado da distância de P ao vértice da parábola T, é:

$$A ( ) \text{ A elipse de equação } \frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{3} = 1.$$

$$B ( ) \text{ A hipérbole de equação } \frac{(y+1)^2}{5} - \frac{(x-3)^2}{4} = 1.$$

$$C ( ) \text{ O par de retas dadas por } y = \pm (3x-1).$$

$$D ( ) \text{ A parábola de equação } y^2 = 4x + 4.$$

$$E ( ) \text{ A circunferência centrada em } (9, 5) \text{ e raio } \sqrt{120}.$$

### Resolução

1) A hipérbole H, de equação

$$5 \cdot (x+3)^2 - 4 \cdot (y-2)^2 = -20 \Leftrightarrow \frac{(y-2)^2}{5} - \frac{(x+3)^2}{4} = 1,$$

tem centro C (-3; 2) e focos na reta de equação  $x = -3$ . Sendo  $f^2 = a^2 + b^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow f = 3$ , resulta focos  $F_1 (-3; 5)$  e  $F_2 (-3; -1)$ .

2) A parábola T, de equação  $(y-3)^2 = 4 \cdot (x-1)$ , tem vértice V (1; 3).

3) O lugar geométrico descrito no enunciado é tal que  $PF_1^2 + PF_2^2 = 3 \cdot PV^2$ .

Portanto:

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 + (x+3)^2 + (y+1)^2 = 3 \cdot [(x-1)^2 + (y-3)^2] \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 18x - 10y - 14 = 0,$$

que é a equação de uma circunferência de centro C (9; 5) e raio  $r = \sqrt{120}$ .

**d**

Considere o paralelogramo ABCD onde A = (0, 0), B = (-1, 2) e C = (-3, -4). Os ângulos internos distintos e o vértice D deste paralelogramo são, respectivamente:

$$A ( ) \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \text{ e } D = (-2, -5)$$

$$B ( ) \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \text{ e } D = (-1, -5)$$

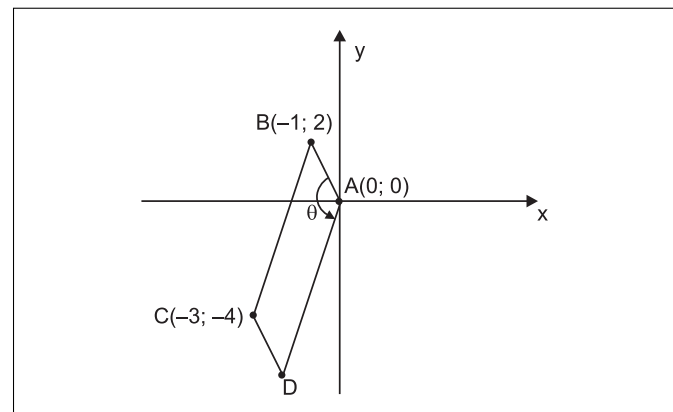
$$C ( ) \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \text{ e } D = (-2, -6)$$

$$D ( ) \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \text{ e } D = (-2, -6)$$

$$E ( ) \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \text{ e } D = (-2, -5)$$

### Resolução

Considerando-se o paralelogramo ABCD com vértices consecutivos A(0; 0), B(-1; 2) e C(-3; -4), temos:



$$1) x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 0 + (-3) = (-1) + x_D \Rightarrow x_D = -2$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 0 + (-4) = 2 + y_D \Rightarrow y_D = -6$$

Portanto,  $D(-2; -6)$ .

$$2) \left. \begin{aligned} m_{\overline{AB}} &= \frac{2-0}{-1-0} = -2 \\ m_{\overline{AD}} &= \frac{-6-0}{-2-0} = 3 \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{m_{\overline{AD}} - m_{\overline{AB}}}{1 + m_{\overline{AD}} \cdot m_{\overline{AB}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{3 - (-2)}{1 + 3 \cdot (-2)} = -1 \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4}$$

Como os ângulos internos distintos de um paralelogramo são suplementares, e um deles é  $3\pi/4$ , o outro deve ser obrigatoriamente  $\pi/4$ .

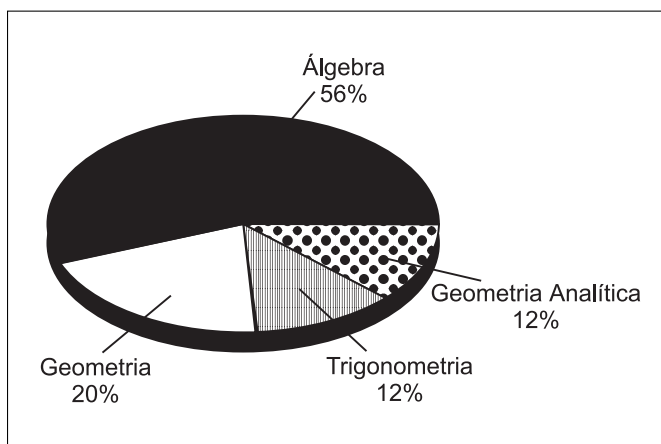
## COMENTÁRIO

Com quatorze questões de Álgebra, cinco de Geometria, três de Trigonometria e três de Geometria Analítica, os examinadores propuseram uma prova de

Matemática com alto grau de dificuldade, exigindo, acima de tudo, muita paciência e determinação por parte dos candidatos.

Conforme a tradição, neste vestibular as questões propostas foram em sua maioria difíceis, com enunciados longos e rebuscados, exigindo dos vestibulandos um profundo conhecimento teórico dos temas abordados.

É muito provável que mesmo os candidatos mais bem preparados não tenham tido tempo suficiente para resolver, com acerto, todas as vinte e cinco questões da prova e, certamente, deixaram o local do exame bastante extenuados.







# Português

**b**

Indique a opção cuja forma **não** será utilizada para completar a frase abaixo:

Vemo- \_\_\_\_\_ raramente por aqui. \_\_\_\_\_ poucas vezes em que a vimos, sequer chegou \_\_\_\_\_ tempo de participar das cerimônias \_\_\_\_\_ que fora convidada \_\_\_\_\_ cerca de quatro meses.

- A ( ) Artigo definido feminino no plural.  
B ( ) Contração de preposição com artigo feminino.  
C ( ) Preposição.  
D ( ) Verbo "haver" na terceira pessoa do singular.  
E ( ) Pronome oblíquo átono.

## Resolução

O pronome oblíquo átono (alt. **e**) **nos** preenche a primeira lacuna; **as**, artigo feminino plural (alt. **a**), completa a segunda lacuna; a terceira e a quarta lacunas são preenchidas pelas preposições (alt. **c**) **a** e **para**; a forma impessoal do verbo **haver**, **há** (alt. **d**), é o que falta na última lacuna.

**Nas questões 02, 03 e 04 assinale a opção que preenche correta e respectivamente as lacunas.**

**e**

Quando os dirigentes \_\_\_\_\_ às funcionárias que se \_\_\_\_\_ das cervejinhas e que \_\_\_\_\_ seus passatempos e diversões \_\_\_\_\_, muitas delas não se \_\_\_\_\_; pegaram seus pertences e retiraram-se.

- A ( ) proporam – abstessem – revessem – preferidas – contiveram  
B ( ) propuseram – abstivessem – revissem – preferidos – conteram  
C ( ) proporam – abstenham – revejam – preferidas – conteram  
D ( ) proporem – abstenhem – revejam – preferidos – contêm  
E ( ) propuseram – abstivessem – revissem – preferidos – contiveram

## Resolução

As formas verbais que preenchem as lacunas são derivadas do perfeito (futuro do subjuntivo: **propuseram**, não **proparam** nem **proporem**; imperfeito do subjuntivo: **abstivessem** e **revissem**, não **abstessem** nem **revessem**) ou o próprio perfeito do indicativo (**contiveram**, não **conteram**). Quanto ao adjetivo (particípio passado) **preferidos**, é normal sua concordância, no masculino, com o conjunto "passatempos e diversões".

**c**

Embora \_\_\_\_\_ muitos candidatos, \_\_\_\_\_ que \_\_\_\_\_ poucas aprovações, visto que apenas 1 % deles \_\_\_\_\_ adequadamente.

- A ( ) haja – prevêm-se – deva haver – preparam-se  
B ( ) sejam – prevê-se – hajam – prepararam-se  
C ( ) haja – prevê-se – ocorrerão – se preparou  
D ( ) concorram – prevêm-se – haja – se preparou  
E ( ) se tratem – prevê-se – ocorram – se preparou

## Resolução

Os pontos deste teste que poderiam causar embaraço aos candidatos são:

- 1) a segunda lacuna, onde não cabe o plural, pois o sujeito é a oração substantiva seguinte, introduzida por **que**, e  
2) a última lacuna, onde o verbo deve estar no singular, pois o núcleo do sujeito é "um" ("1 %").

**a**

- I. \_\_\_\_\_ os amigos, jamais \_\_\_\_\_ sua atenção e confiança.  
II. \_\_\_\_\_ dos políticos que dizem que os recursos públicos não \_\_\_\_\_ do povo.

**I**

- A ( ) Destratando – se granjeiam  
B ( ) Distratando – se granjeiam  
C ( ) Distratando – granjeamos  
D ( ) Destratando – grangeamos  
E ( ) Distratando – se granjeia

**II**

- Divirjamos – provêm  
Divirjamos – provêm  
Diverjamos – provêem  
Divirjamos – provêem  
Diverjamos – provêm

## Resolução

A dificuldade maior deste teste, para os candidatos, está em optar entre as alternativas **a** e **d**. Nesta última, o único erro é **provêem**, que corresponde ao verbo **prover**, não ao verbo **provir**, exigido pelo contexto.

**e**

Assinale a opção cujo emprego da linguagem mostra intenção de imparcialidade do locutor em relação ao assunto de que trata.

- A ( ) A Avenida Paulista foi brutalmente tomada de assalto pelo movimento. Aos ruidosos trabalhadores rurais juntaram-se os marginalizados desempregados da cidade. Todos, revoltadíssimos, vociferavam palavrões contra as vergonhosas medidas do governo.  
B ( ) O Corinthians, "derrotado" antes mesmo da peleja em Montevidéu, enfrentando um adversário terrível

vel, obteve a mais notável vitória dos clubes nacionais fora de nossas fronteiras. Clube algum elevou tão alto o prestígio do futebol do Brasil.

- C ( ) Finalmente, o famigerado projeto de Lei de Imprensa seguirá para apreciação em plenário. Seu texto, porém, nebuloso por não fixar limites para as indenizações por calúnia, injúria e difamação, significará tão somente uma espada de Dâmoques sobre nossos injustiçados e perseguidos jornalistas.
- D ( ) O protesto "Abra o olho, Brasil", que atraiu ínfima atenção para uma causa honestíssima — a gigantesca dívida social, foi um mero e fracassado truque: aproveitar a legítima insatisfação da maioria para vitaminar o radical PT e, por tabela, criar um ambiente para a ambicionada sucessão presidencial.
- E ( ) Há, na sociedade moderna, uma espécie de corredor comercial — editor, distribuidor, livreiros etc. — pelo qual deve passar a obra literária, antes que se cumpra sua natureza social, de criar um espaço de interação estética entre dois sujeitos: o autor e o leitor.

### Resolução

A única alternativa cujo texto não contém elementos implícita ou explicitamente valorativos, decorrentes de opinião do autor, é a **e**. As demais apresentam fortes índices de parcialidade, sobretudo em adjetivos ("ruídos", "revoltadíssimos", "vergonhosas", "terrível", "notável", "nebuloso", "injustiçados", "perseguidos", "honestíssima", "ínfima", "gigantesca" etc.).

### As questões de 06 a 09 referem-se ao texto abaixo:

"A **tevé**, **apesar de nos trazer uma imagem concreta**, não fornece uma reprodução fiel da realidade. Uma reportagem de **tevé**, com transmissão direta, é o resultado de vários pontos de vista: 1) do realizador, que controla e seleciona as imagens num monitor; 2) do produtor, que poderá efetuar cortes arbitrários; 3) do 'cameraman', que seleciona os ângulos de filmagem; finalmente de todos aqueles capazes de intervir no processo da transmissão. Por outro lado, **alternando sempre os 'closes'** (apenas o rosto de um personagem no vídeo, por exemplo) **com cenas reduzidas** (a vista geral de uma multidão), a televisão não dá ao espectador a liberdade de escolher o essencial ou acidental, ou seja, aquilo que ele deseja ver em grandes ou pequenos planos. Dessa forma, o veículo impõe ao receptor a sua maneira especialíssima de ver o real."

(Muniz Sodré, *A comunicação do grotesco*)

### b

As orações "**apesar de nos trazer uma imagem concreta**" e "**alternando sempre os 'closes' com cenas**

**reduzidas**", em destaque no texto, traduzem respectivamente a idéia de:

- A ( ) restrição e adição.  
B ( ) concessão e causa.  
C ( ) condição e tempo.  
D ( ) adversidade e concessão.  
E ( ) oposição e consequência.

### Resolução

A primeira das orações em questão, que indica que o emissor concede (admite) um ponto contrário àquilo que afirma, é introduzida pela **locução conjuntiva concessiva** "apesar de". A segunda das orações em questão é reduzida de gerúndio e seu sentido causal fica evidente se a desenvolvermos: "porque alterna sempre os 'closes' com cenas reduzidas".

### a ou b

Assinale a opção cuja classificação e/ou função apresentada(s) está(ão) **incorreta(s)**.

- A ( ) "de **tevé**" (L. 2), "de filmagem" (L. 4/5) e "com cenas reduzidas" (L. 7) = locução adjetiva.  
B ( ) "do realizador" (L. 3) e "aquilo que deseja ver em grandes ou pequenos planos" (L. 8/9) = aposto.  
C ( ) "fornece" (L. 1) e "seleciona" (L. 3) = transitivo direto; "alternando" (L. 6) = transitivo direto e indireto.  
D ( ) "no processo de transmissão" (L. 5) e "com cenas reduzidas" (L. 7) = objeto indireto.  
E ( ) "num monitor" (L. 3) = expressão adverbial; "o essencial" (L. 8) = substantivo.

### Resolução

Na alternativa **a**, o erro está em considerar "com cenas reduzidas" como locução adjetiva, pois se trata de expressão substantiva (seu núcleo é o substantivo "cenas", precedido da preposição "com", regida pelo verbo "alternar", e seguido do adjetivo "reduzidas"). A alternativa **b**, no entanto, também contém erro, pois "do realizador" não é propriamente aposto de "pontos de vista". O aposto de fato, que está elíptico, seria o pronome demonstrativo "o". Sugere-se que o ITA admita as duas respostas ou cancele este teste.

### d

Dadas as asserções:

- I. Um programa de **tevé**, resultado da intervenção de todos aqueles que participam da sua produção e transmissão, possibilita percepção parcial da realidade transmitida.
- II. Em sendo as características da **tevé** extensivas aos demais meios de comunicação, os jornais impressos constituem verdadeiras janelas filtradoras que se interpõem entre a realidade e o leitor.
- III. Quanto aos jogos da Copa América, embora transmitidos diretamente da Bolívia, os telespectadores brasileiros não os viram em toda a sua integridade e fidelidade.



inferimos, de acordo com o texto, que:

- A ( ) Todas estão incorretas.
- B ( ) Todas estão corretas.
- C ( ) Apenas as I e II estão corretas.
- D ( ) Apenas as I e III estão corretas.
- E ( ) Apenas as II e III estão corretas.

### Resolução

A asserção I corresponde, bem proximadamente, ao que o texto afirma; a III é uma conclusão que decorre do texto. A II é errada por consistir numa extrapolação excessiva do que se diz no texto.

### c

De acordo com o texto, respectivamente à produção e à recepção de um programa de tevê ocorrem:

- A ( ) seleção e livre arbítrio.
- B ( ) intervenção e integridade.
- C ( ) arbitrariedade e parcialidade.
- D ( ) tendenciosidade e lazer com discernimento.
- E ( ) imposição e tendenciosidade.

### Resolução

A alternativa **c** é a mais próxima do texto, mas peca por imprecisão, pois “parcialidade” não descreve adequadamente o que ocorre com o receptor da programação de tevê. “Parcialidade”, de fato, se aplica melhor a emissores do que a receptor.

### d

#### Declarações a Manuel

*“Teu verso límpido, liberto  
de todo sentimento falso;  
teu verso em que Amor, soluçante,  
se retesa e contempla a morte  
com a mesma forte lucidez  
de quem soube enfrentar a vida;  
teu verso em que deslizam sombras  
que de fantasmas se tornaram  
nossos amigos sorridentes;”*

(Carlos Drummond de Andrade)

Qual dos aspectos abaixo **não** é comentado por Drummond em seu poema – homenagem a Manuel Bandeira?

- A ( ) A preocupação com a morte.
- B ( ) A presença de familiares.
- C ( ) O lirismo.
- D ( ) O conformismo.
- E ( ) O purismo no sentimento.

### Resolução

Não há dúvida quanto à alternativa correta, apesar da inépcia da redação da alternativa **e**, em que “purismo” é totalmente inadequado (o examinador deveria recorrer ao dicionário). A palavra certa seria “pureza”, muito diferente de “purismo”. Drummond jamais teve a intenção

de acusar Bandeira de “purista” ao mencionar o caráter genuíno (mais do que “puro”) dos sentimentos presentes em sua poesia.

### b

*“Na macumba do Encantado  
Nego véio de santo fez mandinga  
No palacete de Botafogo  
Sangue de branca virou água  
Foram vê estava morta.”*

Qual das afirmações a seguir, referentes ao texto acima, está **incorreta**?

- A ( ) Ausência de preconceitos contra os chamados elementos “apoéticos”.
- B ( ) Enumeração caótica, ou seja, acúmulo de palavras sem ligação evidente entre elas.
- C ( ) Infração das normas de pontuação e eliminação de nexos sintáticos.
- D ( ) Busca de uma expressão mais coloquial, próxima do modo de falar brasileiro.
- E ( ) Incorporação do cotidiano, do prosaico, do grosseiro, do vulgar.

### Resolução

Não há qualquer forma de “enumeração caótica” no texto transcrito, que é perfeitamente coeso e coerente, com relações claras e lógicas entre as palavras.

### c

Assinale a opção cujas frases estão correta e adequadamente pontuadas.

- I. Quase tudo como as medalhas tem duas faces a idéia de amizade: opõe-se à de ódio; a de curiosidade, à de indiferença.
- II. Quase tudo como as medalhas, tem duas faces a idéia de amizade; opõe-se à de ódio; a de curiosidade à de indiferença.
- III. Quase tudo, como as medalhas, tem duas faces: a idéia de amizade opõe-se à de ódio; a de curiosidade, à de indiferença.
- IV. Além de vidas humanas, o bem supremo está em jogo no conflito Israel/palestinos: outro valor inestimável, a democracia.
- V. Além de vidas humanas, o bem supremo está em jogo: no conflito Israel/palestinos, outro valor inestimável — a democracia.
- VI. Além de vidas humanas, o bem supremo, está em jogo no conflito Israel/palestinos outro valor inestimável: a democracia.

- A ( ) I e IV.
- B ( ) II e V.
- C ( ) III e VI.
- D ( ) I e VI.
- E ( ) III e IV.

### Resolução

Em III, as duas primeiras vírgulas separam adjunto adverbial deslocado no período; os dois pontos são usados para introduzir termo de valor explicativo; o ponto-e-vir-

gula, para marcar melhor a comparação; a última vírgula indica a elipse do verbo “opõe-se”.

Em VI, as vírgulas separam apostro explicativo (“o bem supremo”), enquanto os dois-pontos são usados para introduzir termo de valor explicativo (“a democracia”).

**Nas questões 13 e 14, assinale a opção que apresenta a melhor redação, considerando coerência, propriedade e correção.**

**e**

- A ( ) Quando morto, vítima de conflitantes versões periciais e personagem fundamental de um dos períodos mais escabrosos da vida republicana, o homem que não abriu jamais o bico para acusar quem quer que seja foi de uma lealdade mafiosa — abria ou fechava o “propinoduto” que ligava interesses privados ao governo de seu amigo.
- B ( ) De uma lealdade mafiosa, o homem que abria ou fechava o “propinoduto” que ligava interesses privados ao governo de seu amigo, foi personagem fundamental de um dos períodos mais escabrosos da vida republicana e vítima de conflitantes versões periciais quando morto: não abriu jamais o bico para acusar quem quer que seja.
- C ( ) O homem que foi de uma lealdade mafiosa, sendo que jamais abriu o bico para acusar quem quer que seja, foi personagem fundamental de um dos períodos mais escabrosos da vida republicana: vítima, quando morto, de conflitantes versões periciais abria ou fechava o “propinoduto” que ligava interesses privados ao governo de seu amigo.
- D ( ) Vítima de um dos períodos mais escabrosos da vida republicana, o homem que foi de uma lealdade mafiosa e que não abriu jamais o bico para acusar quem quer que seja foi, quando morto, personagem fundamental de conflitantes versões periciais — abria e fechava o “propinoduto” que ligava interesses privados ao governo de seu amigo.
- E ( ) Personagem fundamental de um dos períodos mais escabrosos da vida republicana e vítima, quando morto, de conflitantes versões periciais, o homem que abria ou fechava o “propinoduto” que ligava interesses privados ao governo de seu amigo foi de uma lealdade mafiosa: não abriu jamais o bico para acusar quem quer que seja.

#### Resolução

A alternativa **e** é a única com redação coerente e correta. As demais têm problemas de pontuação e de coesão.

**c**

- A ( ) Linchar os tablóides, a mídia em especial (pela

qual não tenho, aliás, a mínima simpatia) é, no fundo, na impossibilidade de furar os olhos de quem adora olhar por ele, tentar tapar o buraco da fechadura.

- B ( ) Linchar a mídia e os tablóides — pelos os quais aliás não tenho a mínima simpatia — é, na impossibilidade de tapar o buraco da fechadura, furar em especial os olhos de quem adora tentar olhar por ele no fundo.
- C ( ) No fundo, linchar a mídia, em especial os tablóides (pelos quais, aliás, não tenho a mínima simpatia), é tentar tapar o buraco da fechadura, na impossibilidade de furar os olhos de quem adora olhar por ele.
- D ( ) No fundo, tapar o buraco da fechadura na impossibilidade de furar os olhos de quem adora olhar por eles, é tentar linchar a mídia e os tablóides pelos quais, aliás, não tenho a mínima simpatia.
- E ( ) Na impossibilidade de tapar o buraco da fechadura, em especial tentar furar os olhos de quem adora olhar por ele, é linchar a mídia no fundo e os tablóides, pelos quais aliás não tenho a menor simpatia.

#### Resolução

A única alternativa que faz sentido e que está corretamente redigida é a **c**.

**b**

Assinale a opção que apresenta a melhor redação, considerando as informações a seguir:

**Prímula é uma espécie de planta ornamental. Ela é originária da Ásia e suas flores exalam agradável perfume. Pode ser cultivada em vasos e nos jardins. A prímula possui grande variedade de cores.**

- A ( ) Uma espécie de planta ornamental originária da Ásia, a prímula, de grande variedade de cores cujo cultivo pode ser em vasos e jardins, possui flores que exalam agradável perfume.
- B ( ) Originária da Ásia e de grande variedade de cores, a prímula, cujas flores exalam agradável perfume, é uma espécie de planta ornamental que pode ser cultivada em vasos e jardins.
- C ( ) Podendo ser cultivada em vasos e jardins, a prímula — uma espécie de planta ornamental originária da Ásia que possui flores de grande variedade de cores — exala agradável perfume.
- D ( ) Originária da Ásia e uma espécie de planta ornamental, a prímula, em que o cultivo pode ser em vasos e nos jardins e que possui flores de grande variedade de cores, exala agradável perfume.
- E ( ) De grande variedade de cores as flores da prímula, originária da Ásia e podendo ser cultivada em vasos e em jardins, são uma espécie de planta ornamental que exala agradável perfume.

#### Resolução

A única redação aceitável, que organiza adequadamente os dados apresentados, é a da alternativa **b**.

**Para que os enunciados apresentados nas questões de 16 a 19 se reduzam a uma só frase, algumas adaptações e correções devem ser feitas.**

**Assinale a opção que melhor os reestrutura — gramatical e estilisticamente, respeitando as sugestões dadas nos parênteses e as relações de sentido denotadas pelos próprios enunciados.**

**e**

- I. A família de Justino não pode contar mais com as inúmeras opções. (Oração concessiva)
- II. Sua família já habituar-se com essas opções. (Oração adjetiva no passado)
- III. Justino ser assaltado cinco vezes. (Oração subordinada temporal)
- IV. Ocorrido o quinto assalto, Justino não teve dúvidas. (A oração grifada é a principal)
- V. Decisão de Justino: fechar a loja e mudar do Brás.

- A ( ) Embora a família de Justino não pôde contar mais com as inúmeras opções com que já se habituara, ele não teve dúvidas de fechar a loja e mudar do Brás após ser assaltado pela quinta vez.
- B ( ) Ao ser assaltado pela quinta vez, Justino, apesar da sua família não contar mais com as inúmeras opções às quais já tinha se habituado, não teve dúvidas: fechou a loja e mudou do Brás.
- C ( ) Apesar de que sua família não pudesse contar mais com as inúmeras e habituais opções, Justino, quando foi assaltado cinco vezes, não teve dúvidas após a última: fechou a loja e mudou do Brás.
- D ( ) Ocorrido o quinto assalto, Justino, que foi assaltado quatro vezes antes, não teve dúvidas em fechar a loja e mudar-se do Brás, mesmo que sua família não contasse mais com as inúmeras opções em que tinha se habituado.
- E ( ) Embora sua família não pudesse contar mais com as inúmeras opções a que estava habituado, Justino, assim que foi assaltado pela quinta vez, não teve dúvidas: fechou a loja e mudou-se do Brás.

#### Resolução

Além da alternativa correta, **e**, só a **b** corresponde aos dados apresentados na formulação do teste, mas nela há erro gramatical: “já tinha se habituado” (por “já se tinha habituado”).

**c**

- I. A riqueza é uma árvore fatal. (Oração principal)
- II. Muitos gananciosos adormecem na sua sombra. (Oração adjetiva)
- III. Eles também morrem na sua sombra. (Oração subordinada coordenada à anterior)
- A ( ) A riqueza é uma árvore fatal onde muitos gananciosos adormecem e morrem na sua sombra.
- B ( ) Muitos gananciosos adormecem e morrem na

sombra da riqueza; ela é uma árvore fatal.

- C ( ) A riqueza é uma árvore fatal a cuja sombra muitos gananciosos adormecem e morrem.
- D ( ) A riqueza, sob cuja sombra muitos gananciosos adormecem e na qual morrem, é uma árvore fatal.
- E ( ) A riqueza é uma árvore fatal em que muitos gananciosos adormecem na sua sombra e nela morrem.

#### Resolução

Obedecendo-se à proposta, tem-se:

- “A riqueza é uma árvore fatal”: oração principal;
- “a cuja sombra muitos gananciosos adormecem”: oração subordinada adjetiva restritiva;
- “e morrem”: oração subordinada adjetiva restritiva coordenada à anterior pela conjunção **e**. Observe-se que na última oração subentende-se o adjunto adverbial de lugar “a cuja sombra”, já expresso na oração anterior.

**c**

- I. A raposa lembra os despeitados. (Oração principal)
- II. Atributo dos despeitados: fingem-se superiores a tudo.
- III. A raposa desdenha das uvas. (Oração adjetiva)
- IV. Causa do desdenho: não poder alcançar as uvas.

- A ( ) Porque não pode alcançar as uvas de que ela desdenha, a raposa, fingindo-se superior a tudo, lembra os despeitados.
- B ( ) A raposa, desdenhando das uvas que não se podem alcançar, lembra os despeitados que se fingem superiores a tudo.
- C ( ) A raposa, que desdenha as uvas porque não pode alcançá-las, lembra os despeitados, que se fingem superiores a tudo.
- D ( ) Como não pode alcançar as uvas, a raposa que se finge superior a tudo e as desdenha, lembra os despeitados.
- E ( ) Fingindo-se superior a tudo, a raposa que desdenha das uvas porque não as pode alcançar, lembra os despeitados.

#### Resolução

Reestruturando o período, tem-se:

- oração principal: “A raposa lembra os despeitados”;
- oração subordinada adjetiva explicativa: “que desdenha as uvas” — caracterizadora de “raposa”;
- oração subordinada adverbial causal: “porque não pode alcançá-las”;
- oração subordinada adjetiva explicativa: “que se fingem superiores a tudo” — caracterizadora de “despeitados”.

**e**

Os princípios da coesão e da coerência **não** foram violados em:

- A ( ) Técnicos do DIEESE e da FIPE viram na pequena deflação de agosto um sinal de que a economia estaria tendendo para um arrefecimento da recessão. Ela de fato indica diminuição do poder de

compra e aumento de demanda.

- B ( ) A quaisquer ilações tendenciosas acerca das medidas que possibilitaram a privatização de muitas empresas estatais deve-se no entanto procurar conhecer as verdadeiras e fundamentadas razões que, por isso, as determinaram.
- C ( ) Sempre que possível os impostos devem ter caráter pessoal; devem porquanto ser graduados segundo sua capacidade econômica.
- D ( ) Foi realmente surpreendente a desclassificação de crime hediondo no caso do índio Pataxó, pois o judiciário é conivente com o genocídio dos indígenas desde 1500.
- E ( ) A proximidade pedestre, a praça, os parques são instrumentos essenciais do insubstituível papel civilizador da urbanidade. As grandes cidades brasileiras porém, pautadas pelo paradigma americano, fazem todas as concessões absurdas ao imperativo do automóvel.

### Resolução

Manteve-se a coerência entre os períodos, pois o uso da conjunção **porém** estabelece a relação correta de oposição entre “o papel civilizador da urbanidade” e “as concessões absurdas ao imperativo do automóvel” feitas pelas “cidades brasileiras”.

**b**

Assinale a opção cuja característica, pertencente ao realismo – naturalismo, **não** aparece no excerto.

*“O tísico do número 7 há dias esperava o seu momento de morrer, estendido na cama, os olhos cravados no ar, a boca muito aberta, porque já lhe ia faltando o fôlego.*

*Não tossia; apenas, de quando em quando, o esforço convulsivo para atravessar os pulmões desfeitos sacudia-lhe todo o corpo e arrancava-lhe da garganta uma ronqueira lúgubre, que lembrava o arrular omni-noso dos pombos.”*

Das características abaixo, pertencentes ao realismo – naturalismo, apenas uma **não** aparece no excerto acima. Assinale-a.

- A ( ) Animalização do homem.
- B ( ) Visão determinista e mecanicista do homem.
- C ( ) Patologismo.
- D ( ) Veracidade.
- E ( ) Retrato da realidade cotidiana.

### Resolução

O determinismo corresponde a uma visão segundo a qual os fenômenos de uma série (as relações sociais, por exemplo) são rigorosamente condicionados, determinados por fenômenos de outra série (os fatos econômicos, por exemplo). No texto transcrito, não se notam sinais do determinismo mecanicista que empolgou os autores naturalistas. As outras características apontadas nas

alternativas são todas facilmente localizáveis no texto.

**d**

Relacione as colunas e, a seguir, assinale a opção correspondente.

- |                |               |                 |
|----------------|---------------|-----------------|
| (1) Aliteração | (4) Metonímia | (7) Hipérbole   |
| (2) Anacoluto  | (5) Hipérbato | (8) Prosopopéia |
| (3) Sinestesia | (6) Metáfora  |                 |

- I. Esses políticos de hoje a gente não deve confiar na maioria deles.
- II. Ao longe, avistava-se o grito ruidoso dos retirantes.
- III. “E fria, fluente, frouxa claridade / flutua como as brumas de um letargo...”

- A ( ) I-5, II-4, III-2.      D ( ) I-2, II-3, III-1.
- B ( ) I-7, II-6, III-5.      E ( ) I-5, II-2, III-4.
- C ( ) I-7, II-8, III-3.

### Resolução

**Anacoluto** corresponde a quebra da construção sintática, notável em I, onde o termo “Esses políticos de hoje” fica, sintaticamente, fora da estrutura da oração “a gente não deve confiar na maioria deles”.

A **sinestesia** (mistura de sensações de sentidos diversos), em II, está em “avistava-se o grito”, onde há combinação do visual com o auditivo.

A **aliteração** de III está na repetição da consoante f.

**a**

Leia com atenção as duas estrofes abaixo e compare-as quanto ao conteúdo e à forma.

**I**

“Mas que na forma se disfarce o emprego  
Do esforço; e a trama viva se construa  
De tal modo que a ninguém fique nua  
Rica mas sóbria, como um templo grego.”

**II**

“Do Sonho as mais azuis diafaneidades  
que fuljam, que na Estrofe se levantem  
e as emoções, todas as castidades  
Da alma do Verso, pelos versos cantem.”

Comparando as duas estrofes, conclui-se que:

- A ( ) I é parnasiana e II, simbolista.
- B ( ) I é simbolista e II, romântica.
- C ( ) I é árcade e II, parnasiana.
- D ( ) I e II são parnasianas.
- E ( ) I e II são simbolistas.

### Resolução

O texto I faz parte de um famoso soneto de Olavo Bilac, o mais notável dos parnasianos brasileiros. O texto II é uma estrofe de “Antífona”, espécie de manifesto poético que abre o primeiro livro de poesia simbolista do

**a**

Assinale a opção que preenche correta e adequadamente os espaços do excerto abaixo.

“É com o ( ) que se inicia ( ) da arte: a literatura passa a ser divulgada pela imprensa; escolhem-se temas e conteúdos acessíveis a todos; substitui(em)-se ( ) pelos mitos nacionais; valoriza-se a cultura popular; e a literatura é utilizada como arma de ação política e social mediante romances ( ) e poesia ( ).”

- (1) Modernismo
- (2) Realismo
- (3) Romantismo
- (4) a idealização
- (5) a revolução
- (6) a democratização
- (7) os símbolos cristãos
- (8) a mitologia clássica
- (9) o escapismo
- (10) indianista(s)
- (11) regionalista(s)
- (12) de teses sociais e de costumes
- (13) saudosista(s)
- (14) reformista(s)
- (15) revolucionári(o)(a)

A ( ) 3 – 6 – 8 – 12 – 15.      B ( ) 2 – 5 – 7 – 10 – 14.  
C ( ) 3 – 5 – 7 – 11 – 9.      D ( ) 1 – 6 – 4 – 11 – 13.  
E ( ) 1 – 4 – 8 – 13 – 10.

### Resolução

O único elemento, dos que constam da alternativa **a**, que poderia causar alguma estranheza aos candidatos está na referência aos romances “de teses sociais e de costumes”. Os estudantes mais bitolados pelos manuais costumam associar, automaticamente, “romance de tese” e Realismo – Naturalismo.

**d**

Assinale a opção em cujo excerto o narrador-personagem Paulo Honório revela seu total despreço pelas pessoas que o serviram durante anos.

- A ( ) “Chegara naquele estado, com a família morrendo de fome, comendo raízes. Caíra no fim do pátio, debaixo de um juazeiro, depois tomara conta da casa deserta. Ele, a mulher e os filhos pareciam ratos — e a lembrança dos sofrimentos passados esmorecera.”
- B ( ) “Meninota, com as pregas da súbita velhice, caretavam, torcendo as carinhas decrépitas de ex-voto. Os vaqueiros másculos, como titãs alquebrados em petição de miséria. Pequenos fazendeiros, no arremesso igualitário, baralhavam-se nesse anônimo aniquilamento.”
- C ( ) “Adelgaçados na magreira cômica, cresciam, como se o vento os levantasse. E os braços afinados desciam-lhes nos joelhos, de mãos abanando.

Não tinham sexo, nem idade, nem condição nenhuma. Eram os retirantes. Nada mais.”

D ( ) “Havia bichos domésticos, como o Padilha, bicho do mato, como Casimiro Lopes, e muitos bichos para o serviço do campo, bois mansos.”

E ( ) “Vai dormir, dianho! Parece que tá espritado! Soca um quarto de rapadura no bucho e ainda fala de fome!

[.....]

A rede de Cordulina que tentava um balanço, para enganar o menino — pobrezinho! o peito estava seco como uma sola velha! — gemia, estalando mais, nos rasgões.

E o intestino vazio se enroscava como uma cobra faminta, e em roncos surdos resfolegava: um, um, um...”

### Resolução

Os nomes das personagens Padilha e Casimiro Lopes são suficientes para que se identifiquem o romance, *São Bernardo*, de que Paulo Honório é o narrador.

**c**

Leia atentamente os excertos abaixo e relacione-os aos seus autores.

- I. ( ) “Choravam da Bahia as ninfas belas,  
Que nadando a Moema acompanhavam;  
E vendo que sem dor navegam delas,  
À branca praia com furor tornavam.  
Nem pode o claro herói sem penas vê-los,  
Com tantas provas, que de amor lhe davam.”
- II. ( ) “Quem é? — ninguém sabe: seu nome é ignoto,  
Sua tribo não diz: — de um povo remoto  
Descende por certo — dum povo gentil;  
Assim lá na Grécia ao escravo insulano  
Tornavam distinto do vil muçulmano  
As linhas corretas do nobre perfil.”
- III. ( ) “Por entre lírios e lilases desce  
A tarde esquiva: amargurada prece  
Põe-se a lua a rezar  
A catedral ebúrnea do meu sonho  
Aparece na paz do céu tristonho  
Toda branca de luar.”

- (1) Basílio da Gama
- (2) Santa Rita Durão
- (3) Gregório de Matos
- (4) Castro Alves
- (5) Cruz e Sousa
- (6) Gonçalves Dias
- (7) Álvares de Azevedo
- (8) Alphonsus de Guimaraens

A ( ) I-3, II-4, III-7.      D ( ) I-3, II-4, III-5.  
B ( ) I-1, II-6, III-5.      E ( ) I-1, II-2, III-8.  
C ( ) I-2, II-6, III-8.

### Resolução

O nome de Moema, no texto I, permite a identificação do

poema “Caramuru”, de Santa Rita Durão. O estilo, o ritmo marcado e o conteúdo indianista sugerem a autoria de Gonçalves Dias para o texto II. O texto III é fragmento de um dos mais famosos poemas da Alphonsus de Guimaraens, presente em muitas antologias: “A Catedral”.

### INSTRUÇÕES PARA A REDAÇÃO

Redija uma dissertação, posicionando-se **contrária ou favoravelmente à “Gratuidade generalizada do Ensino Superior”**. Apresentam-se abaixo algumas informações e opiniões retiradas da “Folha de São Paulo”, as quais poderão servir de subsídio para o desenvolvimento da proposta.

1. “Entre os alunos vinculados a essas instituições (federais) 55% deles pertencem às chamadas classes A e B e nada menos que 55% dos matriculados cursaram o segundo grau em escolas privadas.” (ANDIFES — Associação Nacional dos Docentes das Instituições Federais de Ensino Superior)
2. “É inviável instituir o ensino pago nos padrões recomendados pelo BIRD, que recomenda que as universidades arrecadem, com mensalidades, 30% de seu orçamento. No contexto brasileiro atual isso equivaleria a R\$1,79 bilhão ao ano. Isentando as famílias com renda até dez salários mínimos, cada aluno custaria algo próximo a 22% da renda de sua família para arrecadar o montante recomendado pelo BIRD.” (Nilson Amaral, Vice-Reitor da Universidade Federal de Goiás)
3. “A formação universitária ainda é um importante fator de ascensão social. Nada mais justo então que os que dela se beneficiem arquem com a totalidade (ou parte) dos custos. Cobrar dos alunos mais abastados é muito mais legítimo que continuar taxando a população como um todo, que, no final de contas, não necessariamente irá se beneficiar desse desembolso.” (Editorial, de 27/08)
4. “Nós já pagamos imposto para bancar isso. Tem de ser igual para todos. Não é porque a pessoa pode pagar que ela tem de pagar. Além disso, já existe uma discriminação natural em relação às pessoas de menor poder aquisitivo. A cobrança pode gerar um problema social.” (Aluno de Medicina, escola pública)
5. “Se 40% dos alunos de graduação da USP pagassem uma mensalidade de R\$ 400,00, os recursos seriam da ordem de R\$ 54 milhões por ano, quantia que representa mais da metade da verba para custeio e investimento (o que exclui salários).” (Repórter)
6. “Li revoltada o editorial “Distorção universitária”. Será que a Folha realmente analisou o universo dos jovens que freqüentam a universidade? A classe B, hoje, está mais achatada, ela está sufocada. Quem passou anos vendo o imposto de renda comer, e bem, seu salário quer pelo menos ter o direito de ver seus filhos freqüentarem uma universidade não paga. Por que a Folha não faz uma campanha para a melhoria do ensino público de primeiro e segundo graus?” (Painel do leitor)

7. “As entidades de professores e estudantes têm uma posição de princípio: a educação pública é direito de todos; a cobrança de qualquer taxa limitaria esse direito. Essa ideologia predomina porque aqueles que estão ou estiveram em universidades públicas compõem o grupo dos “formadores de opinião”, ou seja, têm acesso a meios de comunicação e poder de mobilização.” (Repórter)

**IMPORTANTE: Dê um título ao seu texto.**

**O texto final deve ser feito a tinta.**

### COMENTÁRIO DE REDAÇÃO

Mantendo-se fiel à preferência por temas atuais, o ITA propôs discussão das mais pertinentes: a “Gratuidade generalizada do Ensino Superior”. Fornecendo alguns subsídios (informações e opiniões) extraídos da *Folha de S. Paulo*, a banca exigiu do candidato um posicionamento — contrário ou favorável — em relação à questão proposta.

Caberia ao candidato selecionar, dentre os fragmentos fornecidos, as informações que dessem sustentação ao ponto de vista a ser defendido.

Caso o candidato se posicionasse favoravelmente à gratuidade do Ensino Superior público, o vestibulando poderia fazer uso dos fragmentos 2, 4 e 6. Embora a identificação e seleção ficasse a critério pessoal, seria apropriado explorar as informações que indicavam, por exemplo, a inviabilidade de se instituir o ensino pago de acordo com sugestão do BIRD (Banco Interamericano de Desenvolvimento), que recomenda a arrecadação, em mensalidades, de 30% do orçamento da universidade, o que representaria 22% da renda familiar de cada aluno. Outro argumento adequado: os altos impostos pagos pelo contribuinte já seriam suficientes para permitir-lhe freqüentar a universidade sem ônus adicionais.

Optando por defender o pagamento do Ensino Superior público, o candidato poderia valer-se da pesquisa realizada pela ANDIFES, que constatou que 55% dos alunos de instituições federais representam as classes mais abastadas, estando, portanto, aptos a arcar com os custos de seus estudos (fragmentos 1 e 3). Neste caso, caberia ressaltar que seria justo cobrar apenas daqueles que comprovadamente pudessem pagar: o valor de R\$ 54 milhões virtualmente arrecadado, caso 40% dos universitários da USP pagassem uma mensalidade de R\$ 400,00, seria um dado a favor desse argumento. Caberia, ainda, denunciar a elitização que tenha acometido a universidade pública, teoricamente acessível apenas àqueles que conseguiram passar ao largo do deteriorado ensino básico da rede pública.

Em suma, qualquer que fosse seu posicionamento, o vestibulando não poderia furtar-se ao dever de deixar claros os seus pontos de vista, tendo o cuidado de dar-lhes o devido embasamento.

**As questões 26 e 27 referem-se ao *cartoon* abaixo:**

# Inglês



Extracted from: <http://www.unitedmedia.com/comics/peanuts/cast/html/linus.html>

As questões 26 e 27 referem-se ao "cartoon" cujo vocabulário se segue:

- blanket = cobertor
- to carry around = arrastar
- That's not true! = Não é verdade!
- will power = força de vontade
- to give up = largar
- right today = hoje mesmo
- all right = tudo bem
- Good grief! = Meu Deus

**d**

Morfologicamente, a palavra "will", no segundo quadrinho, deve ser classificada como:

- A ( ) Verbo.                      B ( ) Substantivo.  
C ( ) Advérbio.                  D ( ) Adjetivo.

**Resolução**

will power = força **de vontade**

**b**

Dadas as asserções:

- I. A preguiça de Linus irrita Lucy.  
II. Lucy põe à prova a força de vontade de Linus.  
III. Lucy considera o hábito de Linus inadequado à sua idade.

está(ão) correta(s):

- A ( ) Apenas as I e II.  
B ( ) Apenas as II e III.  
C ( ) Apenas a III.  
D ( ) Todas.  
E ( ) Nenhuma.

**Resolução**

Apenas as asserções II e III estão corretas.

**Leia abaixo o comentário publicado pela revista NEWSWEEK e responda às questões 28 e 29.**

"He had lots of German in him. Some Irish. But no Jew. I think that if he ( ...I...) a little Jew he (...II...) it out".

(Singer Courtney Love, on the suicide of her rock-star husband, Kurt Cobain.)

**a**

As lacunas (I) e (II) do comentário acima devem ser preenchidas, respectivamente, por:

- | ( I )          | (II)             |
|----------------|------------------|
| A ( ) had had  | would have stuck |
| B ( ) has had  | would stick      |
| C ( ) have had | had had stuck    |
| D ( ) had had  | had stuck        |
| E ( ) had      | would stuck      |

**Resolução**

- "If clause": Past Perfect (had had) + Conditional Perfect (would have stuck)

**c**

Pelo comentário acima pode-se deduzir que:

- A ( ) Courtney prefere alemães e irlandeses a judeus.  
B ( ) Courtney (*sic*) acha que, se seu marido fosse judeu, provavelmente teria conduzido sua vida profissional de forma mais construtiva.  
C ( ) Courtney considera os judeus mais perseverantes que os alemães e os irlandeses.  
D ( ) Courtney apreciava o lado alemão e irlandês de seu marido.  
E ( ) Courtney desprezava a ascendência de seu marido.

**Resolução**

"Ele tinha muito de alemão. Um pouco de irlandês. Mas nada de judeu. Creio que se ele tivesse tido algo de judeu ele teria suportado até o fim."

**b**

A frase "***I never came across such a set in all my life***" foi extraída de "Three Men in a Boat" escrito por Jerome K. Jerome em 1889.

No seu entender:

- A ( ) A frase não apresenta restrição gramatical.  
B ( ) "I have never come across..." teria sido uma melhor opção gramatical.  
C ( ) "I have never came across..." teria sido uma melhor opção gramatical.

D ( ) "I never come across..." teria sido uma melhor opção gramatical.

E ( ) "I am never coming across..." teria sido uma melhor opção gramatical.

#### Resolução

- Uso do **Present Perfect** com o advérbio **never** antes do verbo principal (to come).

### d

Assinale a opção cuja frase esteja gramaticalmente correta:

A ( ) There is fewer people at the party than Mary expected.

B ( ) There is less people at the party than Mary expected.

C ( ) There are less people at the party than Mary expected.

D ( ) There are fewer people at the party than Mary expected.

E ( ) There was less people at the party than Mary expected.

#### Resolução

- FEWER (= menos) → antes de substantivo plural (**people** = pessoas)
- THERE ARE = há (forma plural)

**As duas notícias a seguir foram extraídas da revista TIME. Leia-as e responda, respectivamente, às questões 32 e 33.**

#### Notícia 1.

Anxious and depressed?

This won't cheer you. Adults troubled by anxiety or depression may be twice as likely as their calm, happy peers to develop hypertension later in life.

### c

Com base na notícia acima, pode-se afirmar que:

A ( ) Calma e felicidade já não são mais consideradas garantia contra a hipertensão.

B ( ) A hipertensão acomete duas vezes mais os adultos que os jovens.

C ( ) A chance de uma pessoa calma se tornar hipertensa é duas vezes menor que a de uma pessoa ansiosa.

D ( ) A relação hipertensão / ansiedade é duas vezes menor que se supunha ser.

E ( ) A hipertensão aparece na idade adulta, como consequência de ansiedade e depressão.

#### Resolução

- to cheer = animar
- troubled = incomodados
- twice as likely = provavelmente duas vezes mais
- peers = pares, companheiros, colegas, iguais
- to develop = desenvolver
- later = mais tarde

#### Notícia 2.

Raise another glass to alcohol. One or two drinks a day seem to cut by a third the risk of developing clogged arteries in the legs — a painful, sometimes dangerous condition that tends to afflict the elderly. Alcohol probably helps legs the same way it helps the heart — by raising the good cholesterol.

### e

Dadas as asserções:

I. Infere-se, pela leitura do texto, que há mais de um tipo de colesterol.

II. O autor inicia o texto propondo um brinde à bebida alcoólica.

III. O consumo de álcool previne entupimento das artérias.

IV. O consumo diário do álcool pode levar a uma condição de dor e até mesmo de perigo que aflige muitos idosos.

V. O autor propõe um brinde com bebida alcoólica.

estão corretas:

A ( ) Apenas as I, III e IV.

B ( ) Apenas as II, III e IV.

C ( ) Apenas as I e V.

D ( ) Apenas as III, IV e V.

E ( ) Apenas as I e II.

#### Resolução

- to raise = erguer
- to seem = parecer
- by a third = em um terço
- clogged arteries = artérias entupidas
- legs = pernas
- painful = dolorida
- dangerous = perigosa
- the elderly = os idosos
- heart = coração

**As questões 34, 35 e 36 referem-se ao texto abaixo:**

#### SLIPPERY WHEN WET

The cause of the magnitude 7.2 Kobe, Japan, earthquake in January 1995 is unknown. Zhao(...) developed a tomographic model of tire velocity structure of the crust beneath the epicenter and extended aftershock zone. Earthquakes provoke several different kinds of shock waves. The images show that the hypocenter of the earthquake was in a distinctive zone, characterized by low P-wave and S-wave velocities and a high Poisson's ratio, suggestive of the presence of fluids that may have helped facilitate the earthquake.

SCIENCE - December 13, 1996.

As questões 34, 35 e 36 referem-se ao texto cujo vocabulário se segue:

- slippery = escorregadio
- wet = molhado
- earthquake = terremoto
- unknown = desconhecido
- crust = crosta



- beneath = embaixo de
- several = diversos, vários
- waves = ondas
- ratio = proporção
- low = baixo

**a**

O texto que você acabou de ler está composto por quatro períodos. Determine qual deles não se encontra diretamente ligado à idéia central:

- A ( ) O primeiro.      B ( ) O segundo.  
C ( ) O terceiro.      D ( ) O quarto.

**d**

Releia o texto após a exclusão do período que lhe havia sido inserido e analise as seguintes asserções:

- O título resume e antecipa o conteúdo do texto.
- O modelo desenvolvido por Zhao tornou possível a descoberta da causa de terremotos de alta magnitude.
- A relação entre baixas velocidades das ondas P e S e alta razão de Poisson sugere a presença de fluidos em determinada área.
- Zhao concluiu que foi a presença de fluidos na zona do hipocentro que desencadeou a ocorrência do terremoto.

Das asserções acima está(ão) correta(s):

- A ( ) Apenas as I e II.      B ( ) Apenas as III e IV.  
C ( ) Apenas as II, III e IV.      D ( ) Apenas a III.  
E ( ) Apenas a IV.

**a**

Morfologicamente, as palavras KOBÉ e JAPÃO, na primeira linha do texto, devem ser classificadas como:

- A ( ) Adjetivo.      B ( ) Substantivo.  
C ( ) Advérbio.      D ( ) Vocativo.

#### Resolução

Kobe e Japão funcionam como adjetivos de **earthquake**.

**As questões 37 e 38 referem-se ao texto abaixo:**

In an early article, McKay suggested that the occurrence of PAHs (polyaromatic hydrocarbons) and textural and mineralogical features in the Martian meteorite ALH84001 were consistent with the presence of past life on Mars. A series of technical comments and responses address whether abiotic processes could have instead produced these features.

SCIENCE - December 20, 1996.

**e**

Dadas as asserções:

- Em tempos remotos, houve alguma forma de vida primitiva em Marte.
- Processos abióticos podem ter conferido a textura e a composição química verificadas no ALH84001.
- A composição química e a textura do meteorito mar-

ciano não são provas incontestes da existência de vida em Marte em tempos remotos.

está(ão) correta(s):

- A ( ) Apenas a I.      B ( ) Apenas a II.  
C ( ) Apenas a III.      D ( ) Apenas as I e II.  
E ( ) Apenas as II e III.

**d**

Assinale a conjunção que poderia ligar as idéias contidas nos dois períodos do texto acima:

- A ( ) Whereas.      B ( ) Moreover.  
C ( ) Thus.      D ( ) However.  
E ( ) Hence.

#### Resolução

However = entretanto, no entanto.

**As questões 39, 40 e 41 referem-se ao texto abaixo, escrito por Jonathan Coopersmith — historiador de tecnologia da Universidade do Texas.**

#### DISPOSE OF NUCLEAR WASTE IN SPACE

Fifty years into the atomic age, there is still no way to dispose of thousands of tons of high-level nuclear waste. Thirty-eight years into the space age, there is still no inexpensive, **reliable** means to launch payloads to orbit. Four years after the breakup of the Soviet Union, tens of thousands of highly skilled engineers and scientists are discovering that the end of the Cold War has also ended their careers.

Are these three regrettable, but isolated problems or are they an opportunity to provide a better future while opening up the promise of space? It is time to reconsider disposing of high-level nuclear waste in space, instead of underground.

[.....]  
Nuclear waste has been the province of geologist and mining engineers for years, and their focus is under the Earth's surface. But the aerospace community, focused on satellite and **manned flight**, did not like the image of space as a garbage dump. Both communities now have reason to reconsider space disposal of nuclear wastes.

Space disposal will permanently remove the burden and responsibility of high-level radioactive waste from future generations. And it will provide a justification for massive investment in much-needed space technologies. Now that the U.S — Soviet rivalry that fed much of the space race is gone, space exploration and development increasingly have to be justified on their own merits. The immediate and clear benefits of shipping nuclear wastes to space may make space disposal more politically attractive than a manned mission to Mars.[.....].

SPACE NEWS - May, 1995.

As questões 39, 40 e 41 referem-se ao texto cujo vocabulário se segue:

- nuclear waste = lixo nuclear
- There's still no way = Ainda não há meio

- to dispose = desfazer-se, levar-se, acabar com
- thousands of = milhares de
- tons = toneladas
- high-level = alto nível
- inexpensive = barato
- reliable = seguro, confiável
- means = meios
- to launch = lançar
- payloads = cargas
- breakup = dissolução
- skilled = aptos, habilidosos, qualificados
- careers = carreiras
- regrettable = lamentáveis
- instead of = em vez de
- underground = subsolo
- province = área, terreno
- mining engineers = engenheiros de minas
- surface = superfície
- manned flight = vôo tripulado
- garbage dump = depósito de lixo
- both = ambos
- reason = razão
- burden = tarefa, encargo
- rivalry = rivalidade
- to feed, fed, fed = alimentar
- space race = corrida espacial
- increasingly = gradativamente
- own = próprios
- benefits = benefícios
- to ship = enviar, despachar, mandar

**c**

A palavra **reliable**, na linha 2 do texto, poderia ser traduzida por:

- A ( ) Prático.                      B ( ) Barato.  
C ( ) Seguro.                      D ( ) Definitivo.  
E ( ) Possível.

**e**

Como você traduziria a palavra **"manned"** nos sintagmas **"manned flight"** e **"manned mission"**?

- A ( ) Controlado/a.                      B ( ) Programado/a.  
C ( ) Engenhoso/a.                      D ( ) Sofisticado/a.  
E ( ) Tripulado/a.

**c**

A principal preocupação do autor no artigo é com:

- A ( ) A obtenção de maiores recursos para a atividade espacial.  
B ( ) O alto índice de radioatividade que será legado às gerações futuras.  
C ( ) A utilização da tecnologia espacial na solução de um problema premente, concreto.  
D ( ) Fazer com que a comunidade aeroespacial compartilhe com os geólogos e engenheiros de minas a responsabilidade pelo lixo atômico.  
E ( ) O perigo representado pelo lixo atômico.

**Leia abaixo a sinopse de um artigo publicado pela U.S. NEWS de 4 de agosto de 1997 e responda às questões de 42 a 45.**

### **In Sports & Leisure: The hair-loss Industry**

Most of us laugh at those goofy late-night informercials that promise to fix hair loss forever - with paint. But the U.S. hair-loss industry **pulls in** \$ 1.5 billion a year in **revenues**, and *U.S. News* was impressed enough by **its** influence to run an eight-page article about it last week. The article explained that despite the dubious success rate of most baldness treatments, the "treadmill of treatment and spending — and more treatment and more spending — is likely to be the only path for balding men and women who want their hair back" — at least until scientists **come up with** a medical cure for baldness. And we guarantee that the hair-loss industry does not want **that** to happen.

Extracted from: <http://www.offtherack.com/hype/heaven2.html>

As questões 42 a 45 referem-se ao texto cujo vocabulário se segue:

- leisure = lazer
- hair-loss = perda de cabelo
- most of us = a maioria de nós
- to laugh at = rir de
- goofy = tolos
- to fix = consertar, arrumar
- forever = para sempre
- paint = tinta
- to pull in = arrecadar
- revenues = rendimentos
- enough = suficiente
- despite = apesar de
- rate = índice, taxa
- baldness = calvície
- treatment = tratamento
- spending = gasto, despesa
- to be likely to = ser provável
- path = caminho
- at least = pelo menos
- to come up with = encontrar
- to guarantee = garantir

**d**

Os pronomes "its" e "that", em destaque no texto, referem-se, respectivamente, a:

- A ( ) hair loss; hair loss industry.  
B ( ) U.S. News; dubious success of some treatments.  
C ( ) revenues; a medical cure for baldness.  
D ( ) American hair loss industry; a medical cure for baldness.  
E ( ) influence; dubious success of some treatments.

**Resolução**

**Its** refere-se à indústria americana voltada à perda de cabelo;

**That** refere-se à cura da calvície.

**e**

Assinale a alternativa cuja informação **não** pode ser encontrada na primeira frase do texto:

- A ( ) Comerciais de produtos contra queda de cabelo são geralmente tolos.
- B ( ) Tais comerciais têm caráter informativo.
- C ( ) Os comerciais são transmitidos, provavelmente, após as 22 horas.
- D ( ) Os comerciais provocam risos no telespectador.
- E ( ) A solução para a calvície está em um fixador que elimina definitivamente a queda de cabelo.

**c**

Dadas as asserções:

- I. Muitos dos tratamentos americanos contra a calvície, embora dispendiosos, são bem sucedidos.
- II. Os tratamentos descritos na sinopse são dolorosos.
- III. Os produtos contra a queda de cabelo mencionados no texto são elaborados à base de tinta.

está(ão) correta(s):

- A ( ) Apenas a I.
- B ( ) Apenas a II.
- C ( ) Apenas a III.
- D ( ) Todas.
- E ( ) Nenhuma.

**b**

**Pulls in, revenues e come up with**, podem ser traduzidos, respectivamente, por:

- A ( ) economiza    propaganda    possam controlar.
- B ( ) arrecada    rendimento    encontrem.
- C ( ) economiza    revenda    pensem.
- D ( ) gasta    venda    possam controlar.
- E ( ) arrecada    revenda    encontrem.

**As questões 46 e 47 referem-se ao texto abaixo:**

#### **ENGINEERING: Chemical Engineer**

Pharmaceutical companies will spend \$ 12.9 billion in 1998 seeking the next wonder drug – almost twice what they spent in 1990. Overall, private research-and-development budgets ( I ) \$ 99.3 billion last year, up 21.7 percent in five years. Much of that investment pays chemical engineers, who put the right shade of rose in lipstick, the mouthwatering taste in fat-free cheese, the air-synthetic rubber - in Air Jordans. The Bureau of Labor Statistics (...II...) that demand in R&D by 5 percent a year until 2005. At Pfizer Inc., chemical engineers make up to 20 percent of the manufacturing work force in the country.

Adapted from: <http://www.usnews.com>  
(U.S.News 10/28/96. Hot jobs in education, engineering, finance, franchising)

**b**

Os verbos que melhor preenchem as lacunas ( I ), ( II ) e ( III ) são, respectivamente:

- A ( ) have hit    - estimate    - would grow.
- B ( ) hit    - estimates    - will grow.
- C ( ) hit    - estimate    - will grow.
- D ( ) hits    - estimate    - grows.
- E ( ) hits    - estimates    - grows.

#### **Resolução**

- O passado de **hit** (atingir) é **hit**
- A 3ª pessoa do presente de **estimate** é **estimates**
- O futuro de **grow** (crescer) é **will grow**

**a**

Dadas as asserções:

- I. No início desta década a indústria farmacêutica investia cerca de seis bilhões e meio de dólares em pesquisa e desenvolvimento.
- II. Os engenheiros químicos aos quais o texto se refere desenvolvem produtos como batons e tortas dietéticas de queijo.
- III. A demanda por profissionais para a área de pesquisa e desenvolvimento deve crescer em média cinco por cento até o ano 2005.

está(ão) correta(s)

- A ( ) Apenas a I.
- B ( ) Apenas a II.
- C ( ) Apenas a III.
- D ( ) Apenas as I e II.
- E ( ) Apenas as II e III.

**As questões 48, 49 e 50 referem-se aos textos abaixo, extraídos da reportagem "Technology you can use at home," da revista TIME de 17 de julho de 1995.**

#### **Chaining channels**

The latest version of Sony's tiny portable television, FDL-22 Watchman Color TV with Strapenna, is ergonomically designed for easy holding and viewing. A 5.6-cm liquid-crystal-display screen — the smallest to date — emits an impressively sharp picture. The signal is pulled in by a strap/antenna worn around the neck; it makes use of the water content of the human body to help with the reception.

#### **Super food for skinnies**

Scientists discovered 20 years ago that butter could be rendered more benign to the heart if, in a bit of molecular manipulation, the food's fatty acids were rearranged. The resulting **concoction**, which tastes like butter but doesn't **clog** arteries, is nearly ready for commercial use. Playing around with several recipes, Dr. Edward Mascioli and a team at the Harvard Medical School have baked modified butter into guilt-free muffins and cookies that they hope will lower snackers' blood-cholesterol levels. The stuff is being tested with a group of consumers eating regular **goodies** for five weeks followed by five weeks more on the virtuous kind. Medical Foods, a Canadian firm, plans to bring a line of such treats to market after that experimental phase is over.

### Play tripper

Renault's commuter car of the future is called Ludo (Latin for I play), **though** customers aren't likely to go joyriding in anything similar for several years. But as far as the prototype is concerned, the designers have achieved a playful combination of practicality and efficiency in a city car. One of three designs being studied by Renault, the Ludo has twin sliding doors, giving as many as five passengers easy access, and fold-down seats that allow plenty of space for stowing paraphernalia. It features a peppy 1.15-liter engine fueled by clean-burning petroleum gas (a mixture of butane and propane). Top speed: about 150 km/h.

As questões 48 a 50 referem-se aos textos cujo vocabulário se segue:

- the latest = a mais recente
- tiny = minúscula
- to design = projetar
- easy = fácil
- holding = manuseio
- screen = tela
- to date = até o momento
- sharp = preciso
- to wear, wore, worn = usar
- neck = pescoço
- content = conteúdo
- human body = corpo humano
- strap = fio, alça, correia
- skinnies = magricelas
- butter = manteiga
- to render = tornar-se
- a bit of = um pouco de
- fatty acids = ácidos graxos
- concoction = invenção
- to taste = ter o gosto de
- to clog = entupir
- nearly = quase
- ready = pronto
- recipes = receitas
- several = diversas
- team = equipe
- to bake = assar
- guilt-free = sem culpa
- cookies = biscoitos
- to lower = diminuir, reduzir
- levels = níveis
- stuff = coisa
- goodies = doces
- such = tais
- treats = guloseimas
- to be over = terminar, acabar
- though = embora
- to joyride = passear (de carro)
- as far as... is concerned = no que se refere a
- to achieve = alcançar

- playful = divertido
- twin sliding doors = duas portas corrediças
- fold-down seats = bancos que abaixam
- to allow = permitir
- plenty of space = muito espaço
- to stow = acondicionar
- to feature = apresentar
- engine = motor
- to fuel = mover a
- clean-burning petroleum gas = gasolina antipolvente
- top speed = velocidade máxima

### d

Dadas as asserções:

- I. A recepção de sinal da TV SONY FDL-22 é feita através de uma tira colocada ao redor do pescoço do usuário.
- II. O Ludo, da Renault, destina-se a ser um meio de transporte eficiente nos centros urbanos.
- III. As palavras **invention**, **block** e **food** no texto "*Superfood for skinnies*" podem ser consideradas sinônimos de **concoction**, **clog** e **goodies**, respectivamente.

Está(ão) correta(s):

- A ( ) Apenas a I.                      B ( ) Apenas a II.  
C ( ) Apenas a III.                    D ( ) Todas.  
E ( ) Nenhuma.

### Resolução

- invention = concoction
- block = clog
- food = goodies

### a

Dadas as asserções:

- I. A tela de cristal líquido da TV Sony possui uma imagem extremamente nítida e é a menor já desenvolvida até a data de publicação do artigo.
- II. Um conectivo que poderia substituir **though** no texto "*Play tripper*" é **thus**.
- III. A descoberta feita pelos cientistas da Escola de Medicina de Harvard levou o Dr. Mascioli e sua equipe a desenvolver receitas de biscoitos e de bolinhos especiais para pessoas com alta taxa de colesterol no sangue.

Está (ão) correta(s):

- A ( ) Apenas a I.                      B ( ) Apenas a III.  
C ( ) Apenas as I e II.                D ( ) Apenas as I e III.  
E ( ) Todas.

### d

Dadas as asserções:

- I. O Ludo é um carro de duas portas.
- II. O protótipo do Ludo faz parte de um estudo maior que envolve outros três projetos da Renault.
- III. Uma outra forma de se concluir o texto "*Super Food for Skinnies*" poderia ser "... after the end of that experimental phase."

Está (ão) corretas:

A ( ) Apenas a I.

C ( ) Apenas as II e III.

B ( ) Apenas a III.

D ( ) Apenas as I e III.

E ( ) Todas.

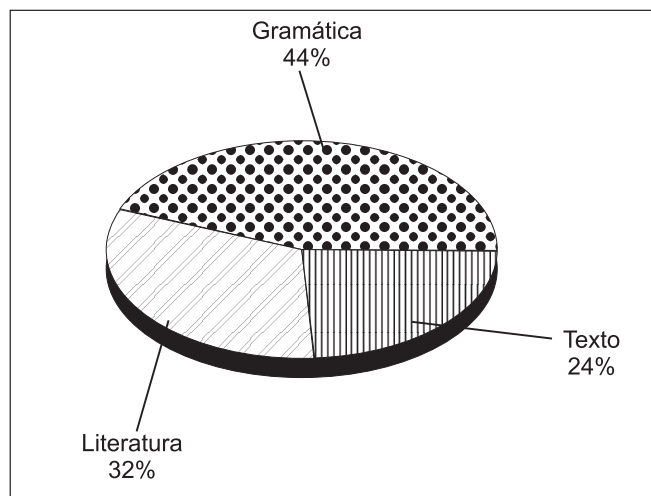
### Resolução

- to be over = (terminar, acabar) = after the end

## COMENTÁRIOS E GRÁFICOS

### PORTUGUÊS

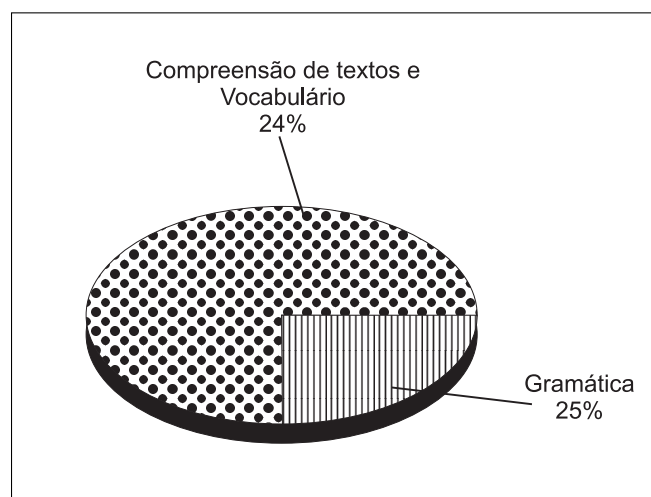
A prova deste ano ajusta-se, como era de esperar, à fórmula já tradicional do ITA, exigindo dos candidatos mais conhecimento gramatical do que capacidade de interpretação de textos ou de apreciação literária. O tema proposto para a redação é de grande atualidade e foi consistentemente apoiado por uma seleção de textos publicados na imprensa. De lamentar, apenas, o erro cometido pela Banca Examinadora na questão 7, além de alguma inépcia, que apontamos em nossas resoluções.



### INGLÊS

Prova excelente, com boa distribuição de questões de gramática, vocabulário e compreensão de textos. Os textos foram muito bem escolhidos, atuais, e abrangem uma grande diversidade de temas com diferentes graus de dificuldade.

A prova é elaborada de forma moderna contando com recursos como "tiras" cômicas e anúncios publicitários.







# Química

## DADOS EVENTUALMENTE NECESSÁRIOS

Constante de Avogadro =  $6,02 \times 10^{23} \text{ (mol)}^{-1}$   
 Constante de Faraday =  $9,65 \times 10^4 \text{ coulomb/mol}$   
 Volume molar de gás ideal =  $22,4 \text{ litros (CNTP)}$   
 Carga elementar =  $1,609 \times 10^{-19} \text{ coulomb}$   
 CNTP significa condições normais de temperatura e pressão:  $0^\circ\text{C}$  e  $760 \text{ mmHg}$   
 (s) ou (c) = sólido cristalino; (l) = líquido; (g) = gás; (aq) = aquoso  
 Constante dos gases  $R = 8,21 \times 10^{-2} \text{ atm litro K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$   
 $8,31 \text{ joule K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$   
 $62,4 \text{ mmHg litro K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

ELEMENTO QUÍMICO	NÚMERO ATÔMICO	MASSA MOLAR (g/mol)	ELEMENTO QUÍMICO	NÚMERO ATÔMICO	MASSA MOLAR (g/mol)
H	1	1,01	S	16	32,06
He	2	4,00	Cl	17	35,45
Li	3	6,94	K	19	39,10
Be	4	9,01	Ca	20	40,08
C	6	12,01	Fe	26	55,85
N	7	14,01	Cu	29	63,54
O	8	16,00	Br	35	79,91
F	9	19,00	Ag	47	107,87
Na	11	22,99	Au	79	196,97
Mg	12	24,31	Hg	80	200,59
Al	13	26,98			

## TESTES

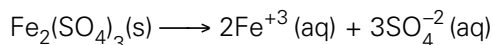
**b**

Qual o valor da massa de sulfato de ferro (III) anidro que deve ser colocada em um balão volumétrico de 500 mL de capacidade para obter uma solução aquosa 20 milimol/L em íons férricos após completar o volume do balão com água destilada?

A ( ) 1,5g      B ( ) 2,0g      C ( ) 3,0g  
 D ( ) 4,0g      E ( ) 8,0g

### Resolução

O sulfato de ferro III anidro dissocia-se segundo a equação:



Deseja-se obter solução 20 milimol/L de íons férricos

$20 \cdot 10^{-3} \text{ mol de Fe}^{+3} \xrightarrow{x} 1\text{L}$   
 $\xrightarrow{\quad\quad\quad} 0,500\text{L}$

$x = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol de íons Fe}^{+3}$

Essa é a quantidade em mols de íons  $\text{Fe}^{+3}$  necessária

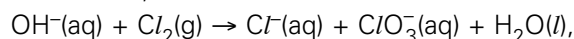
$1 \text{ mol Fe}_2(\text{SO}_4)_3 \xrightarrow{\text{produz}} 2 \text{ mols de íons Fe}^{+3}$

$\downarrow$   
 $399,88\text{g} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 2 \text{ mols de íons Fe}^{+3}$   
 $\downarrow$   
 $y \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol de íons Fe}^{+3}$   
 $y = 2,0\text{g de Fe}_2(\text{SO}_4)_3$



**c**

Fazendo-se borbulhar gás cloro através de 1,0 litro de uma solução de hidróxido de sódio, verificou-se ao final do experimento que todo hidróxido de sódio foi consumido, e que na solução resultante foram formados 2,5 mol de cloreto de sódio. Considerando que o volume da solução não foi alterado durante todo o processo, e que na temperatura em questão tenha ocorrido apenas a reação correspondente à seguinte equação química, não balanceada,

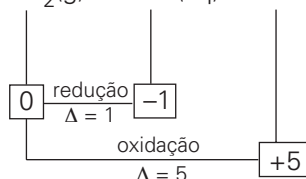
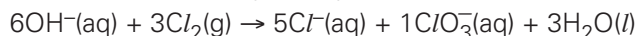


qual deve ser a concentração inicial do hidróxido de sódio?

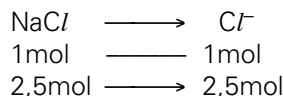
- A ( ) 6,0 mol/L                      B ( ) 5,0 mol/L  
C ( ) 3,0 mol/L                      D ( ) 2,5 mol/L  
E ( ) 2,0 mol/L

**Resolução**

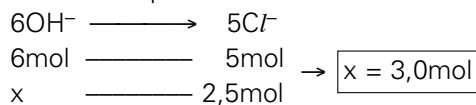
Balanceamento da equação pelo método oxidorredução



Cálculo da quantidade de  $\text{Cl}^-$



Cálculo da quantidade de  $\text{OH}^-$



Cálculo da concentração em mol/L de  $\text{OH}^-$

$$[\text{OH}^-] = \frac{3,0\text{mol}}{1,0\text{L}} = 3,0\text{mol/L}$$

$$[\text{NaOH}] = [\text{OH}^-] = 3,0\text{mol/L}$$

**e**

Uma determinada solução contém apenas concentrações apreciáveis das seguintes espécies iônicas: 0,10 mol/L de  $\text{H}^+(\text{aq})$ , 0,15 mol/L de  $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$ , 0,20 mol/L de  $\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$ , 0,20 mol/L de  $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$  e  $x$  mol/L de  $\text{Cl}^-(\text{aq})$ .

Pode-se afirmar que o valor de  $x$  é igual a:

- A ( ) 0,15 mol/L                      B ( ) 0,20 mol/L  
C ( ) 0,30 mol/L                      D ( ) 0,40 mol/L  
E ( ) 0,60 mol/L

**Resolução**

A soma das concentrações, em  $\frac{\text{mol}}{\text{L}}$ , de cargas positivas e negativas é igual a zero, portanto, teremos:

$$[0,10(+1) + 0,15(+2) + 0,20(+3) + 0,20(-2) + x(-1)] \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0 \Rightarrow$$



$$\boxed{x = 0,60 \frac{\text{mol}}{\text{L}}}$$

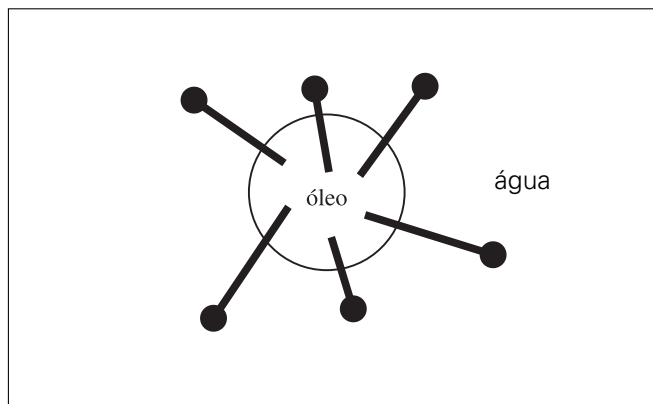
**b**

Em um recipiente contendo dois litros de água acrescentam-se uma colher de sopa de óleo de soja e 5 (cinco) gotas de um detergente de uso caseiro. É **CORRETO** afirmar que, após a agitação da mistura:

- A ( ) Deve resultar um sistema monofásico.  
B ( ) Pode se formar uma dispersão coloidal.  
C ( ) Obtém-se uma solução supersaturada.  
D ( ) A adição do detergente catalisa a hidrólise do óleo de soja.  
E ( ) O detergente reage com o óleo formando espécies de menor massa molecular.

**Resolução**

No recipiente contendo água (polar), ao acrescentar uma colher de óleo de soja (apolar), o sistema observado será heterogêneo. Após a adição de 5 gotas de detergente e posterior agitação, ocorre a formação de micelas na água, caracterizando dispersão coloidal. O detergente é um agente emulsificante, isto é, estabiliza uma emulsão. Representação esquemática da molécula do detergente:

**a**

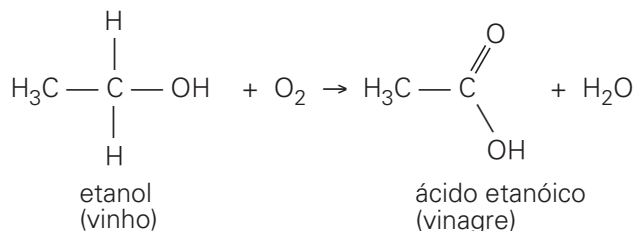
Assinale a opção **ERRADA** dentre as relacionadas a seguir:

- A ( ) A transformação do vinho em vinagre é devida a uma fermentação **anaeróbica**.  
B ( ) A transformação do suco de uva em vinho é devida a uma fermentação **anaeróbica**.  
C ( ) A transformação de glicose em álcool e gás carbônico pode ser obtida com extrato das células de levedura **dilaceradas**.  
D ( ) Grãos de cereais em fase de germinação são ricos em enzimas capazes de despolimerizar o amido **transformando-o** em glicose.

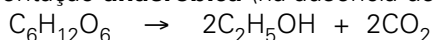
E ( ) A reação química responsável pelo crescimento da massa de pão, enquanto ela descansa antes de ir ao forno, é essencialmente **a mesma** que ocorre na transformação do suco de uva em vinho.

### Resolução

A transformação do vinho em vinagre é devida a uma fermentação **aeróbica** (na presença de oxigênio)



Já a transformação do suco de uva em vinho é devida a uma fermentação **anaeróbica** (na ausência de oxigênio)



**a**

Para determinar o valor da Constante de Faraday empregou-se uma célula eletrolítica construída pela imersão de duas chapas de prata em uma solução aquosa de nitrato de prata. O conjunto é ligado a uma fonte de corrente contínua em série com um amperímetro. Durante certo intervalo de tempo "t" verificou-se que pelo circuito passou uma corrente elétrica constante de valor "i". Neste período de tempo "t" foi depositado no catodo uma massa "m" de prata, cuja massa molar é representada por "M". Admite-se que a única reação eletroquímica que ocorre no catodo é a redução dos cátions de prata a prata metálica. Denominando o número de Avogadro de "N<sub>A</sub>" e a área do catodo imersa na solução de "S", a Constante de Faraday (F) calculada a partir deste experimento é igual a:

A ( )  $F = (i \cdot t \cdot M)/(m)$

B ( )  $F = (i \cdot t \cdot N_A)$

C ( )  $F = (i \cdot t \cdot m)/(M \cdot S)$

D ( )  $F = (i \cdot t)/(S \cdot N_A)$

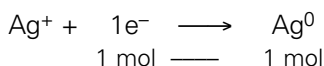
E ( )  $F = (i \cdot m)/(M)$

### Resolução

A constante de Faraday corresponde à carga de **1 mol de elétrons**.

Para uma massa **m** de prata depositada, a carga que atravessou o circuito pode ser expressa pelo produto  $i \cdot t$  ( $Q = i \cdot t$ ).

A reação que ocorre no cátodo é:



Para uma carga de 1 mol de elétrons (constante de Faraday: F), a massa de prata depositada é igual à massa molar.

Podemos concluir que:

$$m \text{ ————— } i \cdot t$$

$$M \text{ ————— } F$$

$$F = \frac{i \cdot t \cdot M}{m}$$

**e**

A concentração de  $\text{H}^+(\text{aq})$  em água de chuva é maior em qual das regiões abaixo discriminadas?

A ( ) Deserto do Saara

B ( ) Floresta Amazônica

C ( ) Oceano Atlântico no Hemisfério Sul

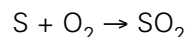
D ( ) Região onde só se usa etanol como combustível

E ( ) Região onde se usa muito carvão fóssil como combustível

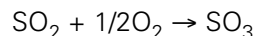
### Resolução

A água da chuva irá apresentar alta concentração de íons  $\text{H}^+$  quando no ar existir grande quantidade de óxidos ácidos.

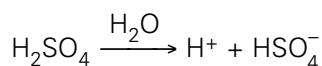
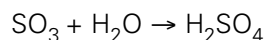
O grande responsável pela chuva ácida é o anidrido sulfuroso ( $\text{SO}_2$ ), que é lançado na atmosfera quando da queima de combustíveis fósseis que contêm como impureza o elemento enxofre,



O anidrido sulfuroso pode se oxidar a  $\text{SO}_3$  devido à presença do oxigênio do ar



Quando chove, o  $\text{SO}_3$  reage com água, produzindo ácido sulfúrico que se ioniza liberando íons  $\text{H}^+$



**e**

Quais das substâncias abaixo costumam ser os principais componentes dos fermentos químicos encontrados em supermercados?

A ( ) Ácido tartárico e carbonato de bário.

B ( ) Ácido acético e carbonato de cálcio.

C ( ) Ácido acético e bicarbonato de bário.

D ( ) Ácido fórmico e bicarbonato de sódio.

E ( ) Ácido tartárico e bicarbonato de sódio.

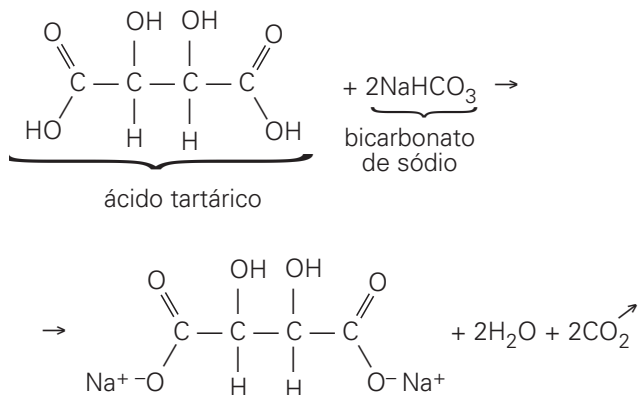
### Resolução

Os sais carbonato de bário e carbonato de cálcio são insolúveis, portanto, reagem lentamente com os ácidos tartárico e acético, respectivamente.

O ácido acético daria às massas um sabor azedo, daí sua não-aplicação.

Por apresentarem alta toxicidade os sais de bário e o ácido fórmico não podem ser usados como componentes de um fermento químico.

Bicarbonato de sódio é um sal solúvel, reage rapidamente com ácido tartárico, que apresenta baixa toxidez e por isso é muito empregado na fabricação de bebidas artificiais, balas e fermentos químicos.



**e**

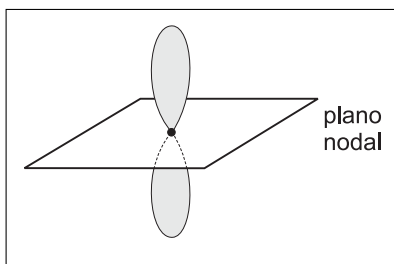
Entre as afirmações abaixo, assinale a opção **ERRADA**:

- A ( ) Os íons  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ,  $\text{Be}^{3+}$ , no estado gasoso, são exemplos de “hidrogenóides”.
- B ( ) No átomo de hidrogênio, os orbitais 3s, 3p e 3d têm a mesma energia.
- C ( ) No átomo de carbono, os orbitais 3s, 3p e 3d têm valores de energias diferentes.
- D ( ) A densidade de probabilidade de encontrar um elétron num átomo de hidrogênio no orbital 2p é nula num plano que passa pelo núcleo.
- E ( ) As frequências das radiações emitidas pelo íon  $\text{He}^+$  são iguais às emitidas pelo átomo de hidrogênio.

#### Resolução

As frequências das radiações emitidas pelo íon  $\text{He}^+$  são diferentes das emitidas pelo átomo de hidrogênio, pois as suas cargas nucleares (números atômicos) são diferentes.

A probabilidade de se encontrar um elétron no orbital 2p é nula em um plano que passa pelo núcleo, chamado plano nodal.



Íons hidrogenóides apresentam somente um elétron tal como o átomo de hidrogênio.

H	$\text{He}^+$	$\text{Li}^{2+}$	$\text{Be}^{3+}$
$e = 1$	$e = 1$	$e = 1$	$e = 1$

**a**

Neste ano comemora-se o centenário da descoberta do elétron. Qual dos pesquisadores abaixo foi o principal responsável pela determinação de sua carga elétrica?

- A ( ) R. A. Millikan
- B ( ) E. R. Rutherford
- C ( ) M. Faraday

D ( ) J.J. Thomson

E ( ) C. Coulomb

#### Resolução

O cientista responsável pela determinação da carga elétrica do elétron ( $1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ) foi R.A. Millikan. A experiência utilizada é chamada de **método da gota de óleo**. Millikan verificou que a carga de gotículas de óleo era sempre múltipla de  $1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$  e supõe-se que essa seja a carga de um elétron individual.

**a**

Para qual das opções abaixo, o acréscimo de 1 mL de uma solução aquosa com 1 mol/L de HCl, produzirá a **maior** variação relativa do pH?

- A ( ) 100 mL de  $\text{H}_2\text{O}$  pura.
- B ( ) 100 mL de uma solução aquosa 1 mol/L em HCl.
- C ( ) 100 mL de uma solução aquosa 1 mol/L em NaOH.
- D ( ) 100 mL de uma solução aquosa 1 mol/L em  $\text{CH}_3\text{COOH}$ .
- E ( ) 100 mL de uma solução aquosa contendo 1 mol/L de  $\text{CH}_3\text{COOH}$  e 1 mol/L de  $\text{CH}_3\text{COONa}$ .

#### Resolução

A) O pH da água pura é igual a 7.

Adicionando-se 1 mL de HCl 1 mol/L a 100 mL de água pura, teremos:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$1 \cdot 1 = M_2 \cdot 101$$

$$M_2 \approx 10^{-2} \text{ mol/L de HCl}$$

O novo pH da solução será 2, havendo variação de 5 unidades.

B) Adicionando-se 1 mL de HCl 1 mol/L a 100 mL de HCl 1 mol/L não haverá variação de pH, pois não haverá variação na concentração do ácido.

C) Adicionando-se 1 mL de HCl 1 mol/L a 100 mL de NaOH 1 mol/L cujo pH é igual a 14, o pH do meio praticamente irá se manter constante.

Irá ocorrer a neutralização total do ácido (0,001 mol do ácido será neutralizado por 0,001 mol da base) e restarão 0,099 mol de base em 101 mL de solução. A concentração da base do meio resultante será aproximadamente 1 mol/L.

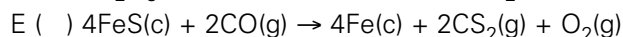
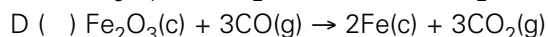
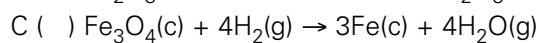
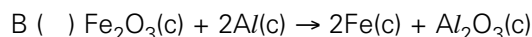
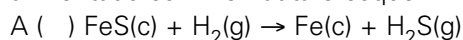
D) Uma solução de  $\text{CH}_3\text{COOH}$  (ácido fraco) apresenta pH menor que 7. Ao adicionar 1 mL de HCl à solução, a variação de pH será menor de 5 unidades.

E) A solução constituída por  $\text{H}_3\text{CCOOH}$  e  $\text{H}_3\text{CCOONa}$  é tampão ( $\text{pH} < 7$ ) e sofre pequena alteração de pH quando a ela é adicionada esta quantidade de ácido forte (1 mL de HCl 1 mol/L).

**d**

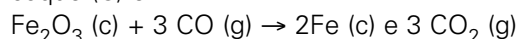
Qual das opções a seguir contém a equação que representa a produção de ferro num alto forno convencional

alimentado com hematita e coque?

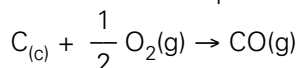


### Resolução

A equação que representa a produção de ferro num alto-forno convencional alimentado com hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) e coque (C) é:



O CO é formado pela reação entre coque e oxigênio:



### e

Um átomo de hidrogênio com o elétron inicialmente no estado fundamental é excitado para um estado com número quântico principal (n) igual a 3. Em correlação a este fato qual das opções abaixo é a **CORRETA**?

A ( ) Este estado excitado é o primeiro estado excitado permitido para o átomo de hidrogênio.

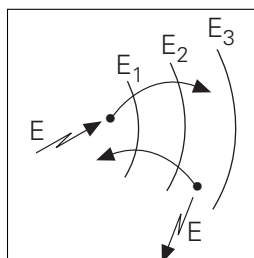
B ( ) A distância média do elétron ao núcleo será menor no estado excitado do que no estado fundamental.

C ( ) Será necessário fornecer mais energia para ionizar o átomo a partir deste estado excitado do que para ionizá-lo a partir do estado fundamental.

D ( ) A energia necessária para excitar um elétron do estado com  $n=3$  para um estado com  $n=5$  é a mesma para excitá-lo do estado com  $n=1$  para um estado com  $n=3$ .

E ( ) O comprimento de onda da radiação emitida quando este elétron retornar para o estado fundamental será igual ao comprimento de onda da radiação absorvida para ele ir do estado fundamental para o mesmo estado excitado.

### Resolução



Ao promover um elétron do nível 1 para o nível 3, é necessário fornecer energia.

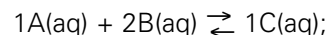
Quando o elétron volta ao nível 1, a mesma quantidade de energia é liberada.

Como a energia é a mesma, o comprimento de onda é o mesmo, admitindo-se apenas uma radiação emitida.

### b

Qual das opções a seguir contém a afirmação **CORRETA**

a respeito de uma reação química representada pela equação:



$$K_c(25^\circ\text{C}) = 1,0; \Delta H(25^\circ\text{C}) > \text{ZERO}$$

A ( ) O valor de  $K_c$  independe da temperatura.

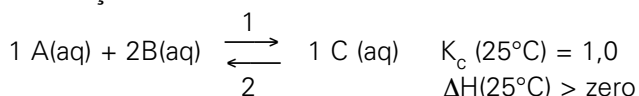
B ( ) Mantendo-se a temperatura constante ( $25^\circ\text{C}$ )  $K_c$  terá valor igual a 1,0 independentemente da concentração de A e/ou de B.

C ( ) Como o valor da constante de equilíbrio não é muito grande, a velocidade da reação nos dois sentidos não pode ser muito grande.

D ( ) Mantendo-se a temperatura constante ( $25^\circ\text{C}$ ) a adição de água ao sistema reagente não desloca o ponto de equilíbrio da reação.

E ( ) Mantendo-se a temperatura constante ( $25^\circ\text{C}$ ) o ponto de equilíbrio da reação não é deslocado pela duplicação da concentração de B.

### Resolução



$$K_c = \frac{[\text{C}]^1}{[\text{A}]^1 \cdot [\text{B}]^2} = 1,0$$

Toda constante de equilíbrio depende exclusivamente da temperatura, independentemente das concentrações de reagentes e produtos.

A adição de água ao sistema reagente ocasiona a diluição dos mesmos, com o conseqüente deslocamento do equilíbrio no sentido 2.

Duplicando-se a concentração de B o equilíbrio será deslocado no sentido 1.

### c

Qual das opções a seguir é a **CORRETA**?

A ( ) Uma solução contendo simultaneamente 0,1 mol/L de D-ácido láctico e 0,1 mol/L de L-ácido láctico é capaz de desviar o plano de polarização da luz.

B ( ) A presença de carbonos assimétricos na estrutura de um composto é uma condição **suficiente** para que apresente estereoisômeros ópticos.

C ( ) Na síntese do ácido láctico, a partir de todos reagentes opticamente inativos, são obtidas quantidades iguais dos isômeros D e L.

D ( ) Para haver atividade óptica é necessário que a molécula ou íon contenha carbono na sua estrutura.

E ( ) O poder rotatório de uma solução de D-ácido láctico independe do comprimento de onda da luz que a atravessa.

### Resolução

Moléculas quirais são moléculas que têm imagem especular não-superponível. Muitas, mas nem todas, moléculas quirais contêm carbono assimétrico. Por exemplo, o 1,2-diclorociclopropano contém dois carbonos assimétricos, mas é uma molécula aquiral.

O valor da rotação depende da concentração da solução; da temperatura; do comprimento de onda; do comprimento do tubo do polarímetro; e do solvente.

São feitas as seguintes afirmações a respeito das contribuições do pesquisador francês A. L. Lavoisier (1743-1794) para o desenvolvimento da ciência:

- Qual das opções abaixo contém a(s) afirmação(ões) **CORRETA(S)**?

A ( ) I, II, III, IV e V.  
B ( ) Apenas I, II, e IV.  
C ( ) Apenas II e III.  
D ( ) Apenas IV e V.  
E ( ) Apenas V.

As principais contribuições do pesquisador francês A. L. Lavoisier foram:

- I. Desenvolvimento de um dos primeiros tipos de calorímetros (calorímetro de Lavoisier – Laplace).
- II. Participação na comissão responsável pela criação do sistema métrico de medidas (após a Revolução Francesa).
- III. Proposta de que todos os ácidos deveriam conter pelo menos um átomo de oxigênio.
- IV. Escolha do nome oxigênio para o componente do ar atmosférico indispensável para a respiração humana.
- V. Comprovação experimental da conservação de massa em transformações químicas realizadas em sistemas fechados (Lei de Lavoisier).

Na figura a seguir, o balão **A** contém 1 litro de solução aquosa 0,2 mol/L em KBr, enquanto o balão **B** contém 1 litro de solução aquosa 0,1 mol/L de  $\text{FeBr}_3$ . Os dois balões são mantidos na temperatura de  $25^\circ\text{C}$ . Após a introdução das soluções aquosas de KBr e de  $\text{FeBr}_3$  as torneiras  $T_A$  e  $T_B$  são fechadas, sendo aberta a seguir a torneira  $T_C$ .

- I. A pressão osmótica das duas soluções será a mesma.
- II. A pressão de vapor da água será igual nos dois balões.
- III. O nível do líquido no balão **A** será maior do que o inicial.
- IV. A concentração da solução aquosa de  $\text{FeBr}_3$  no balão **B** será maior do que a inicial.
- V. A molaridade do  $\text{KBr}$  na solução do balão **A** será igual à molaridade do  $\text{FeBr}_3$  no balão **B**.

Qual das opções abaixo contém apenas as afirmações **CORRETAS**?:

A ( ) I e II.  
C ( ) I, IV e V.  
E ( ) II, III, IV e V.

B ( ) I, III e IV.  
D ( ) II e III.

O efeito coligativo depende do produto  $M \cdot i$  (número de partículas em concentração mol/L)

KBr  $i = 2$ ;  $M = 0,2 \text{ mol/L}$   
 $M_i = 0,4 \text{ mol/L}$   
 FeBr<sub>3</sub>  $i = 4$ ;  $M = 0,1 \text{ mol/L}$   
 $M \cdot i = 0,4 \text{ mol/L}$

Como o número de partículas em mol/L é o mesmo, teremos:

- I. A pressão osmótica das duas soluções será a mesma.  
II. A pressão de vapor da água será igual nos dois balões.

Considere os valores das seguintes variações de entalpia ( $\Delta H$ ) para as reações químicas representadas pelas equações I e II, onde (graf) significa grafite.

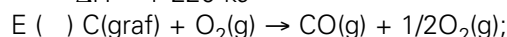
- I.  $\text{C}(\text{graf}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}); \Delta H(298 \text{ K}; 1 \text{ atm}) = -393 \text{ kJ}$   
 II.  $\text{CO}(\text{g}) + 1/2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}); \Delta H(298 \text{ K}; 1 \text{ atm}) = -283 \text{ kJ}$

Com base nestas informações e considerando que todos  $\Delta H$  se referem à temperatura e pressão citadas acima, assinale a opção **CORRETA**:

- A ( )  $\text{C}(\text{graf}) + 1/2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}(\text{g});$   
 $\Delta H = + 110 \text{ kJ}$   
 B ( )  $2\text{C}(\text{graf}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}(\text{g});$   
 $\Delta H = - 110 \text{ kJ}$   
 C ( )  $2\text{C}(\text{graf}) + 1/2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{C}(\text{graf}) + \text{CO}(\text{g});$   
 $\Delta H = + 110 \text{ kJ}$   
 D ( )  $2\text{C}(\text{graf}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g});$



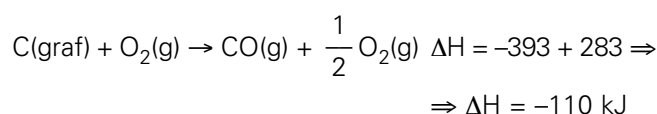
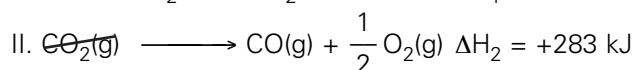
$$\Delta H = + 220 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = - 110 \text{ kJ}$$

### Resolução

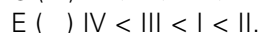
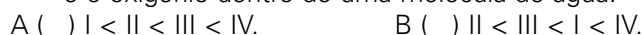
Aplicando-se a lei de Hess, mantém-se a equação I e inverte-se a equação II:



**e**

Assinale a opção que contém a **ORDEM CRESCENTE CORRETA** do valor das seguintes grandezas:

- I. Comprimento de onda do extremo violeta do arco-íris.
- II. Comprimento de onda do extremo vermelho do arco-íris.
- III. Comprimento da cadeia de carbonos na molécula de acetona no estado gasoso.
- IV. Comprimento da ligação química entre o hidrogênio e o oxigênio dentro de uma molécula de água.



### Resolução

O comprimento de onda do extremo violeta do arco-íris é **menor** do que o comprimento de onda do extremo vermelho do arco-íris, pois a radiação violeta é mais energética que a radiação vermelha.

Concluimos que:  $\text{I} < \text{II}$

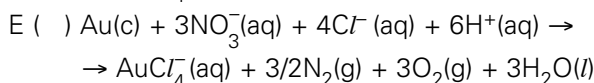
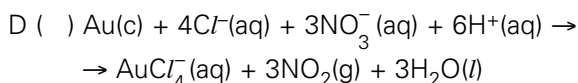
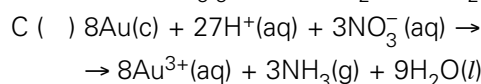
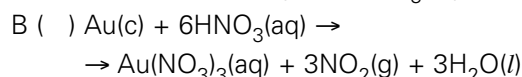
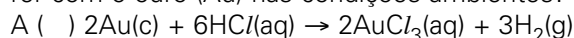
O comprimento da cadeia de carbonos na molécula da acetona (3 átomos de C) é **maior** do que o comprimento da ligação química entre o hidrogênio e o oxigênio dentro de uma molécula de água.

Concluimos que:  $\text{IV} < \text{III}$

Os comprimentos das ligações químicas na água e na acetona são da ordem de alguns Angströms, enquanto o comprimento de onda da luz visível está na faixa de 4000Å a 7000Å. Portanto, a ordem crescente correta será:  $\text{IV} < \text{III} < \text{I} < \text{II}$

**d**

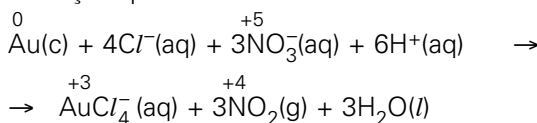
Qual das opções a seguir contém a equação química **CORRETA** que representa uma reação que poderá ocorrer com o ouro (Au) nas condições ambientes?



### Resolução

O ouro é um metal nobre que é atacado por água régia (mistura de ácido clorídrico e ácido nítrico).

A reação que ocorre é:

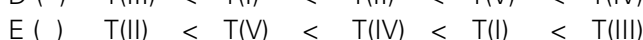
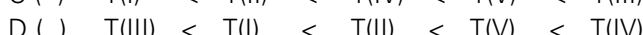
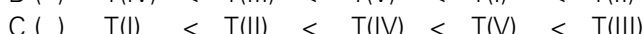
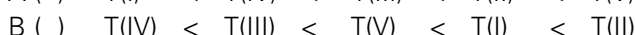
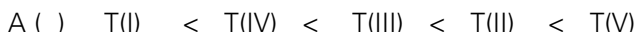


**a**

Considere as temperaturas de ebulição (T) das seguintes substâncias na pressão ambiente:

- I. cloridreto, T(I)
- II. ácido sulfúrico, T(II)
- III. água, T(III)
- IV. propanona, T(IV)
- V. chumbo, T(V)

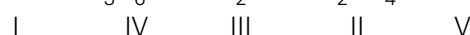
Assinale a opção que contém a **ORDEM CRESCENTE CORRETA** das temperaturas de ebulição das substâncias citadas anteriormente.



### Resolução

Considerando todas as substâncias a uma mesma temperatura, o chumbo (Pb), por apresentar ligações metálicas, é o que possui maior ponto de ebulição. As demais substâncias apresentam ligações covalentes. Tendo em mente que quanto maior a massa molar de uma substância, maior o seu ponto de ebulição, e comparando-se as massas molares dessas substâncias:  $\text{HCl} = 36,46\text{g/mol}$ ;  $\text{C}_3\text{H}_6\text{O} = 58,09\text{g/mol}$ ;  $\text{H}_2\text{O} = 18,02\text{g/mol}$ ;  $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98,08\text{g/mol}$ , percebe-se que o ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ), em virtude de apresentar a maior massa molar e estabelecer fortes pontes de hidrogênio, apresenta maior ponto de ebulição. A água ( $\text{H}_2\text{O}$ ) deveria revelar o menor ponto de ebulição, mas devido à existência de pontes de hidrogênio apresenta ponto de ebulição atipicamente elevado. As demais substâncias são polares de massas molares diferentes, assim o cloridreto (HCl) é a substância que se caracteriza pelo menor ponto de ebulição.

Portanto:  $\text{HCl} < \text{C}_3\text{H}_6\text{O} < \text{H}_2\text{O} < \text{H}_2\text{SO}_4 < \text{Pb}$



**e**

Nas condições ambientes, misturam-se 100 mL de n-hexano ( $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ) com 100 mL de n-heptano ( $\text{C}_7\text{H}_{16}$ ). Considere as seguintes afirmações em relação ao que irá ocorrer:

- I. Formação de uma mistura bifásica.

- II. Produção de um polímero com fórmula mínima  $C_{13}H_{30}$ .
- III. Formação de uma mistura homogênea de vários hidrocarbonetos com cadeias menores.
- IV. Produção de um polímero com fórmula mínima  $C_{13}H_{28}$  e liberação de  $H_2$  gasoso.
- V. Produção de efeito térmico comparável àquele produzido na formação de 100 mL de  $C_6H_{14}$  a partir de  $H_2(g)$  e C (grafite).

Qual das opções abaixo contém apenas a(s) afirmação(ões) **CORRETA(S)**?

- A ( ) I. B ( ) I, IV e V.  
 C ( ) II. D ( ) III e V.  
 E ( ) Nenhuma das afirmações está correta.

### Resolução

- I) Formação de mistura monofásica. Os hidrocarbonetos são apolares e miscíveis.
- II) Nas condições ambientes não ocorre reação de polimerização.
- III) Formação de mistura homogênea de n-hexano e n-heptano.
- IV) Nas condições ambientes não ocorre reação de polimerização.
- V) O efeito térmico na mistura dos dois hidrocarbonetos é bem diferente daquele produzido na formação de  $C_6H_{14}$  a partir de  $H_2$  e C.

**d**

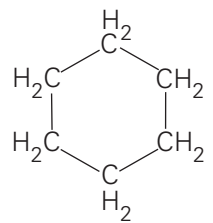
Considere as afirmações abaixo:

- I. Ciclohexano não admite isômeros.
- II. Penta-cloro-benzeno admite cinco isômeros.
- III. O polímero polipropileno admite vários isômeros.
- IV. Di-fluór-eteno admite três formas isoméricas, das quais duas são polares e uma é apolar.

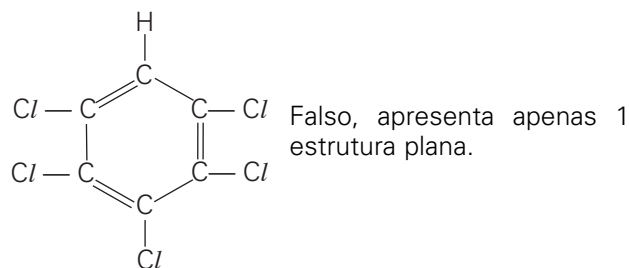
Qual das opções a seguir contém apenas a(s) afirmação(ões) **CORRETA(S)**?

- A ( ) I e II. B ( ) I e III.  
 C ( ) II e III. D ( ) III e IV.  
 E ( ) IV.

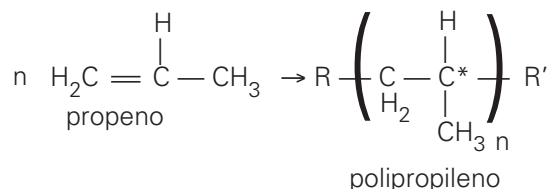
### Resolução

- I)  Falso, admite isômeros conformacionais na forma barco e cadeira.

II)

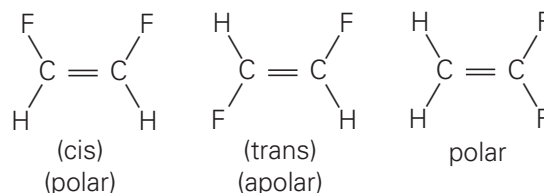


III)



Verdadeiro, apresenta carbono assimétrico ( $C^*$ ), portanto, admite isômeros espaciais.

IV) Verdadeiro



**c**

Para a temperatura ambiente, considere as massas específicas dos seguintes materiais:

- I. mercúrio,  $\rho(\text{Hg})$   
 II. ferro,  $\rho(\text{Fe})$   
 III. ácido sulfúrico,  $\rho(\text{ácido})$   
 IV. água,  $\rho(\text{água})$   
 V. óleo de oliva,  $\rho(\text{óleo})$

A opção que contém a sequência **CORRETA** das massas específicas das substâncias citadas é:

- A ( )  $\rho(\text{Hg}) > \rho(\text{Fe}) > \rho(\text{água}) > \rho(\text{ácido}) > \rho(\text{óleo})$   
 B ( )  $\rho(\text{Fe}) > \rho(\text{Hg}) > \rho(\text{água}) > \rho(\text{ácido}) > \rho(\text{óleo})$   
 C ( )  $\rho(\text{Hg}) > \rho(\text{Fe}) > \rho(\text{ácido}) > \rho(\text{água}) > \rho(\text{óleo})$   
 D ( )  $\rho(\text{Fe}) > \rho(\text{Hg}) > \rho(\text{ácido}) > \rho(\text{óleo}) > \rho(\text{água})$   
 E ( )  $\rho(\text{Hg}) > \rho(\text{ácido}) > \rho(\text{Fe}) > \rho(\text{água}) > \rho(\text{óleo})$

### Resolução

A massa específica (densidade) do mercúrio ( $\approx 13,6 \text{ g/cm}^3$ ) é maior do que a do ferro ( $\approx 7,8 \text{ g/cm}^3$ ). Esses dois metais afundam quando colocados em água ou em ácido sulfúrico.

A massa específica do ácido sulfúrico ( $\approx 1,9 \text{ g/cm}^3$ ) é maior do que a da água ( $1,0 \text{ g/cm}^3$ ), por apresentar pontes de hidrogênio mais intensas do que a água. O ácido sulfúrico é um líquido viscoso.

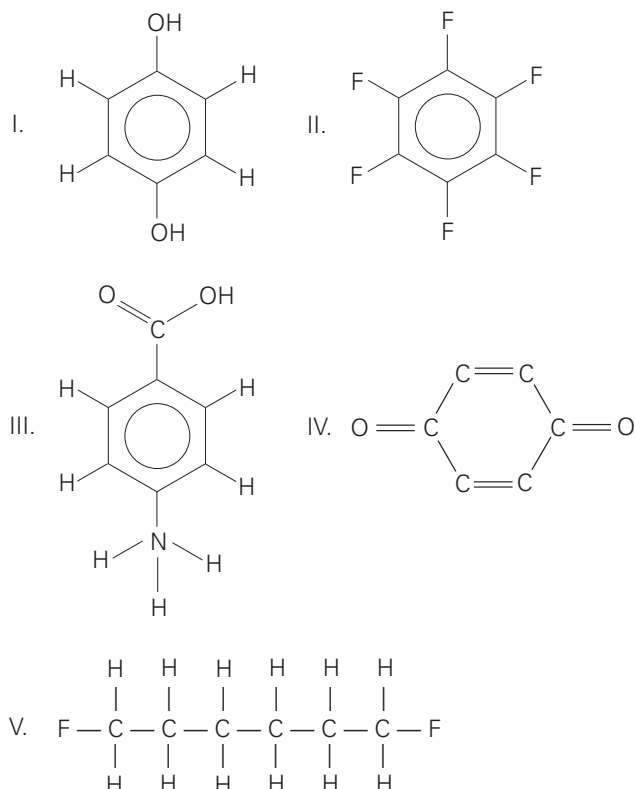
Em uma mistura de água e óleo de oliva, o óleo ocupa a porção superior, apresentando, portanto, densidade menor do que a água.

A ordem correta será:



**d**

Qual das substâncias a seguir (**I a V**), nas condições ambiente e sob iluminação branca, terá uma tonalidade mais intensa na sua cor?



A ( ) I

B ( ) II

C ( ) III

D ( ) IV

E ( ) V

### Resolução

A maior parte das moléculas orgânicas simples não absorve luz na região visível do espectro, sendo, portanto, brancas ou incolores.

As quinonas (dicetonas cíclicas), mesmo as mais simples, são fortemente coloridas. A p-benzoquinona é amarela. Devido à cor que possuem, as quinonas são usadas como corantes.

### Notas:

- 1) Na fórmula da alternativa III, há um átomo de hidrogênio a mais ligado ao nitrogênio.
- 2) Na fórmula da alternativa IV faltam hidrogênios para completar a tetravalência do carbono.

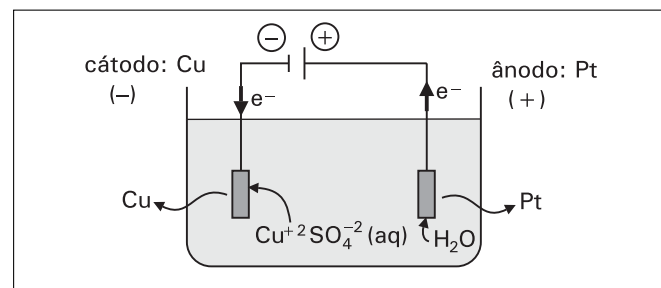
### QUESTÕES

Faça um desenho esquemático de uma célula eletrolítica contendo uma solução aquosa de sulfato de cobre (II), provida de um catodo de cobre e de um anodo de platina, por onde passa corrente elétrica. Nesse esquema ou abaixo dele, conforme o caso, marque as indicações e

respostas solicitadas nos itens de "a" até "f", descritas a seguir:

- a) o sinal do polo da fonte que deve estar ligado ao catodo,
- b) o sentido do fluxo de elétrons na fiação metálica,
- c) o sentido do fluxo dos cátions no eletrólito,
- d) escreva a equação química para a "meia-reação" catódica,
- e) escreva a equação química para a "meia-reação" anódica,
- f) o total de íons de cobre na solução aumenta, diminui ou permanece constante durante a eletrólise? Por quê?

### Resolução



- a) O sinal do pólo em questão deve ser negativo.
- b) O sentido do fluxo de elétrons deve partir do eletrodo de platina para o eletrodo de cobre.
- c)  $\text{Cu}^{2+}$  migra para o cátodo.
- d)  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Cu}^0(\text{s})$ .
- e)  $\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons 1/2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$ .
- f) Diminui, pois os cátions  $\text{Cu}^{2+}$  da solução migram para o cátodo, sofrendo redução e transformando-se em  $\text{Cu}^0$ .

Numa experiência de eletrólise da água formam-se 3,00 g de  $\text{H}_2(\text{g})$ . Calcule o volume ocupado por esta massa de hidrogênio, suposta isenta de umidade, na temperatura de 300K e sob a pressão de 684 mmHg (= 0,90 x 760 mmHg).

### Resolução

Cálculo do volume pela equação de Clapeyron:

$$\text{PV} = n\text{RT}, \text{ onde } n = \frac{\text{massa}}{\text{massa molar}}. \text{ Temos, pois:}$$

$$684 \cdot V = \frac{3,00}{2,02} \cdot 62,4 \cdot 300 \Rightarrow \boxed{V = 40,64\text{L}}$$

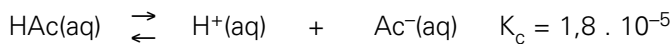
Quantos mols de ácido acético (HAc) precisam ser adicionados a 1,0 litro de água pura para que a solução resultante, a 25°C, tenha o pH igual a 4,0? Sabe-se que nesta temperatura:



Deixe claro os cálculos efetuados, bem como eventuais hipóteses simplificadoras.



### Resolução



$$x \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \quad \leftarrow \text{pH} = 4,0$$

$$K_c = \frac{[\text{H}^+] \cdot [\text{Ac}^-]}{[\text{HAc}]}$$

$$1,8 \cdot 10^{-5} = \frac{10^{-4} \cdot 10^{-4}}{x} \Rightarrow x \approx 5,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

Hipóteses simplificadoras:

- 1 – Admitiu-se o volume da solução igual a 1,0 litro.
- 2 – Por tratar-se de um ácido fraco e não se ter o conhecimento prévio do seu grau de ionização, a quantidade de matéria, em mols, no equilíbrio é aproximadamente a mesma que a dissolvida no início.

Considere grandes superfícies de água em repouso, como por exemplo a de uma piscina sem banhista, com as bombas desligadas e não sujeita a ventos.

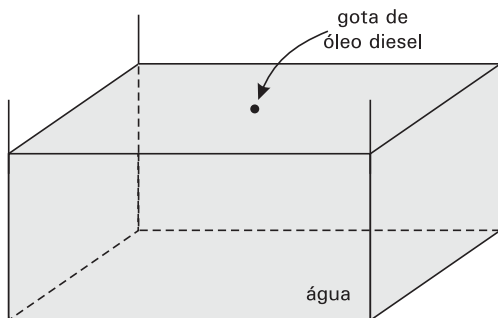
**Alternativa (A)** – Sobre uma superfície deste tipo coloca-se suavemente uma gota de hidrocarbonetos pouco voláteis, como os constituintes do óleo diesel.

**Alternativa (B)** – Sobre outra superfície deste tipo coloca-se suavemente uma gota de um ácido carboxílico de cadeia longa, tal como o ácido oleico.

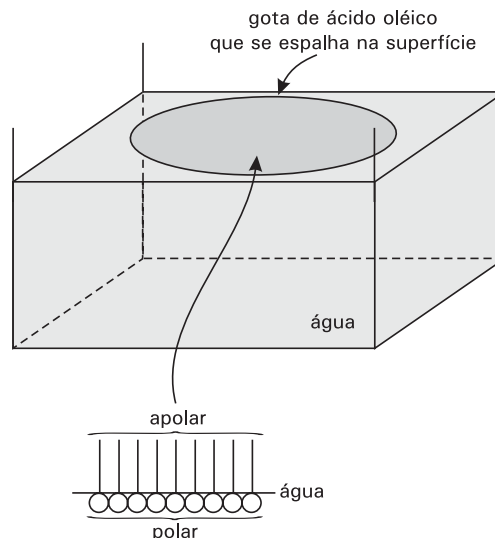
Valendo-se de palavras e de figuras, mostre o que vai acontecer com o formato e a extensão do que foi colocado na superfície da água **em cada uma das alternativas acima**.

### Resolução

Ao se pingar uma gota de óleo diesel, este terá uma forma esférica, pois o óleo é apolar e a água polar.



Mas, ao se fazer o mesmo com o ácido oléico, ele se espalhará na água, formando uma película circular monomolecular de extensão maior que a do óleo diesel.



Ácido oléico:  $\text{C}_{17}\text{H}_{33} - \text{COOH}$ : —○

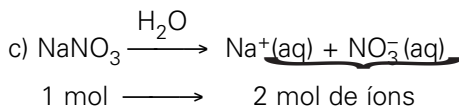
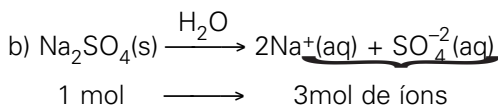
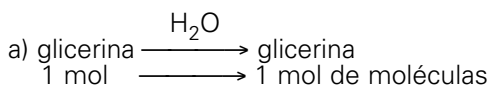
Motores de automóveis refrigerados a água normalmente apresentam problemas de funcionamento em regiões muito frias. Um desses problemas está relacionado ao congelamento da água de refrigeração do motor. Admitindo que não ocorra corrosão, qual das ações abaixo garantiria o maior abaixamento de temperatura do início do congelamento da água utilizada num sistema de refrigeração com capacidade de 4 (quatro) litros de água? Justifique.

- a) Adição de 1 mol de glicerina na água.
- b) Adição de 1 mol de sulfato de sódio na água.
- c) Adição de 1 mol de nitrato de sódio na água.

### Resolução

Propriedades coligativas estão relacionadas com o número de partículas dispersas. A adição de um soluto ao solvente puro provocará uma diminuição do ponto de congelamento desse solvente. Quanto maior a concentração de partículas dispersas na solução, maior o efeito coligativo.

Cálculo do número de partículas dispersas em 4 litros de água.



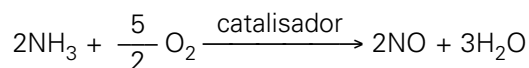
Teremos o maior abaixamento da temperatura do início do congelamento da água na dissolução do sulfato de sódio.

Descreva um método de preparação do ácido nítrico economicamente viável e utilizado pelas indústrias químicas modernas para a produção em grande escala. Utilize equações balanceadas para representar as reações químicas que ocorrem com o emprego do método proposto.

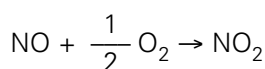
#### Resolução

O processo de obtenção do ácido nítrico em escala industrial pode ser representado pelas equações a seguir:

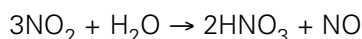
1ª Etapa: Oxidação catalítica da amônia.



2ª Etapa: Oxidação do monóxido de nitrogênio



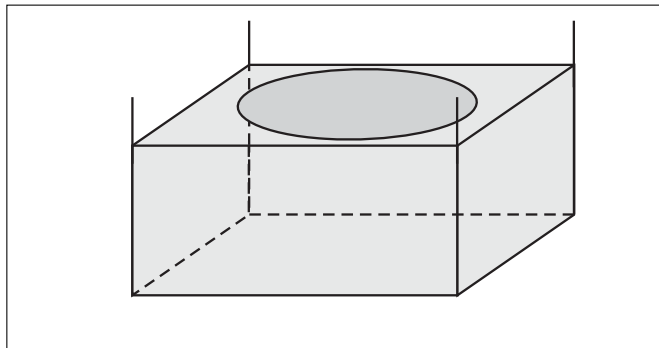
3ª Etapa: Reação do dióxido de nitrogênio com a água.



Existem várias maneiras de determinar o valor numérico do número de Avogadro. Uma delas parte do conhecimento da constante de Faraday para as eletrólises e do conhecimento do valor da carga do elétron. Descreva um **outro método qualquer** para a determinação da constante de Avogadro. Indique claramente as grandezas que precisam ser medidas e o tipo de raciocínio e/ou cálculos que precisam ser efetuados.

#### Resolução

Uma das maneiras de se determinar a constante de Avogadro é baseando-se na experiência **b** da questão 4. Prepara-se uma solução diluída de ácido oléico em álcool e adiciona-se uma gota dessa solução em uma superfície contendo água. O ácido se espalha na superfície da água, formando uma película monomolecular do ácido oléico. Conhecendo-se a concentração da solução do ácido (previamente preparada) e o volume da gota adicionada na superfície da água, conhece-se o volume de ácido oléico adicionado. Medindo-se o raio do cilindro formado (película de ácido oléico na superfície da água), determina-se a área do mesmo.



Dividindo-se o volume pela área, obtém-se a altura da película (admitindo-se monomolecular, encontra-se a altura da molécula). Pode-se determinar o volume da molécula: aproximadamente igual a sua altura elevada ao cubo.

Dividindo-se o volume de ácido oléico adicionado pelo volume de uma molécula, acha-se o número de moléculas de ácido oléico existentes na gota.

Conhecendo-se a densidade do ácido oléico, determina-se a massa de uma molécula.

E, por fim, conhecendo-se a massa molar do ácido oléico ( $\text{C}_{17}\text{H}_{33}\text{COOH}$ ), pode-se definir o número de moléculas existentes em 1 mol do ácido oléico (constante de Avogadro).

O número de Avogadro pode ser determinado por desintegração radioativa de um elemento que emite partículas alfa. A partícula alfa, ao receber elétrons, transforma-se no gás hélio (He). Pode-se contar o número de partículas alfa ( $x$ ) por meio de um contador Geiger; o número de partículas alfa emitidas será igual ao número de átomos de He formados ( $x$ ).

Medindo-se o volume do gás hélio ( $V$ ), na C.N.T.P., e sabendo-se que o número de Avogadro ( $N$ ) corresponde a 22,4 L, na C.N.T.P., obtém-se, de acordo com a seguinte proporção:

$$N \longrightarrow 22,4\text{L}$$

$$x \longrightarrow V\text{L}$$

$$\therefore N = \frac{22,4x}{V}$$

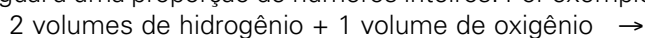
**Observação:** existem outros métodos para determinar o número de Avogadro. Por exemplo, baseando-se em difração de raios X.

Explique que tipos de conhecimentos teóricos ou experimentais, já obtidos por outros pesquisadores, levaram A. Avogadro a propor a hipótese que leva o seu nome.

#### Resolução

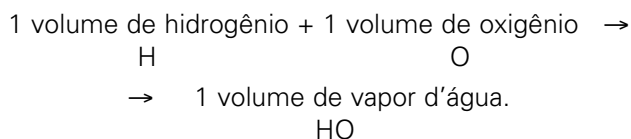
Em 1808, surgiram as leis volumétricas de **Gay Lussac**, que podemos resumir da seguinte maneira:

Numa reação química gasosa, a proporção volumétrica é igual a uma proporção de números inteiros. Por exemplo:



→ 2 volumes de vapor d'água.

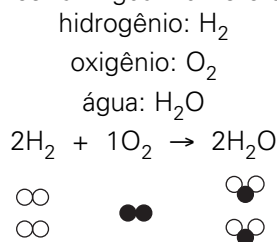
A teoria atômica de Dalton em vigor na época não conseguia explicar a proporção volumétrica, pois para Dalton:



Dalton não usava o conceito de molécula e sim de átomo composto.

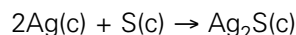
Em 1811, Avogadro complementou os estudos de Boyle, Charles e Gay Lussac, introduzindo o conceito de **molécula**, e emitiu a seguinte hipótese:

"Volumes iguais de gases diferentes na mesma pressão e temperatura encerram igual número de moléculas."



Apenas em 1858, através de Cannizzaro, a hipótese de Avogadro foi aceita pela comunidade científica.

Sulfeto de prata,  $\text{Ag}_2\text{S}(c)$ , é formado quando limalhas de prata  $\text{Ag}(c)$ , e enxofre pulverizado,  $\text{S}(c)$ , são aquecidos juntos. Essa reação química, considerada praticamente completa, é representada pela seguinte equação:

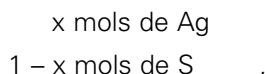


Numa série de muitos tubos foram colocadas misturas com proporções diferentes de  $\text{Ag}(c)$  e  $\text{S}(c)$ , onde cada um desses tubos continha, inicialmente, " $x$ " mols de prata e " $1 - x$ " mols de enxofre. O valor da variável independente " $x$ " é diferente de tubo para tubo, mas obviamente fica no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ . Para este experimento trace os dois gráficos solicitados a seguir:

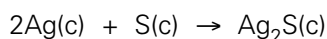
- O gráfico que representa a quantidade (mols) de  **$\text{Ag}_2\text{S}(c)$  formado** versus " $x$ ". Assinale os valores das coordenadas de pontos de máximos e/ou de mínimos.
- O gráfico que representa a quantidade (mols) de **enxofre remanescente** versus " $x$ ". Assinale os valores das coordenadas de pontos de máximos e/ou de mínimos.

### Resolução

- Sabendo que as quantidades na mistura são:



pela equação sabemos que:



2 : 1 : 1

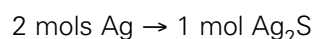
Logo, podemos concluir que:

- a produção máxima de  $\text{Ag}_2\text{S}$  ocorre quando:  
 $x = 2(1 - x) \rightarrow$  a quantidade em mols de Ag ( $x$ ) é o dobro da quantidade em mols de S ( $1 - x$ )

e, portanto,  $x = \frac{2}{3}$  e  $1 - x = \frac{1}{3}$

- a produção mínima de  $\text{Ag}_2\text{S}$  ocorre quando:  
 $x = 0 \Rightarrow 1 - x = 1 \rightarrow$  só há enxofre presente.  
 $x = 1 \Rightarrow 1 - 1 = 0 \rightarrow$  só há prata presente.

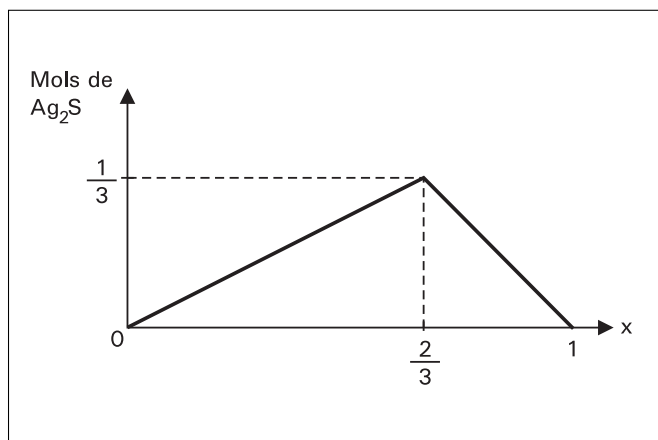
- a quantidade máxima de  $\text{Ag}_2\text{S}$  produzida:



$$\frac{2}{3} \text{ mol Ag} \rightarrow x$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ mol de Ag}_2\text{S}$$

Construindo-se o gráfico:



- Podemos perceber que:

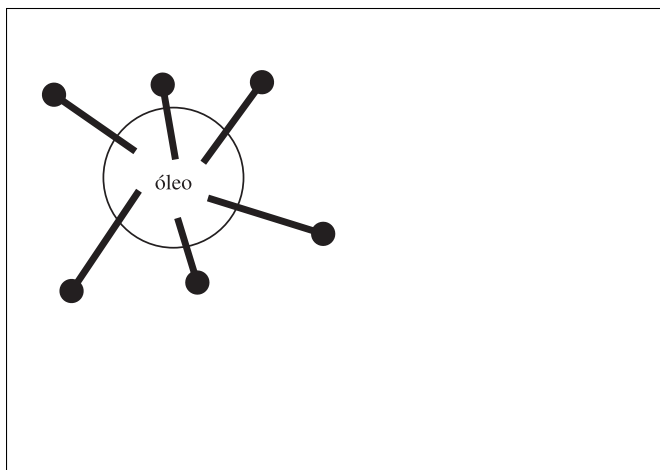
$$0 \leq x < \frac{2}{3}, \text{ S está em excesso}$$

$$\frac{2}{3} < x \leq 1, \text{ Ag está em excesso}$$

Montando-se a tabela:

quantidade de Ag ( $x$ )	0	$\frac{2}{3}$	1
mols de S que reagiram	0	$\frac{1}{3}$	0
mols de S em excesso	1	0	0

Construindo-se o gráfico:

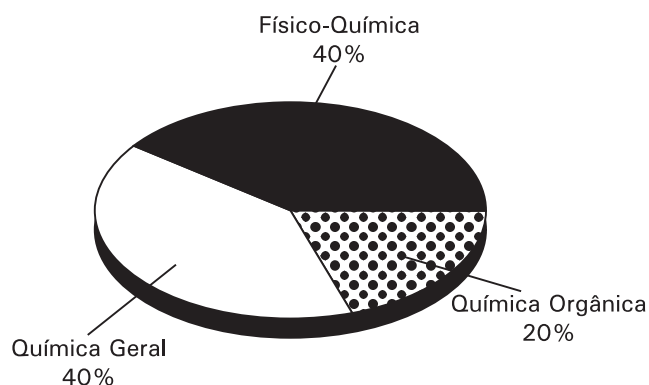


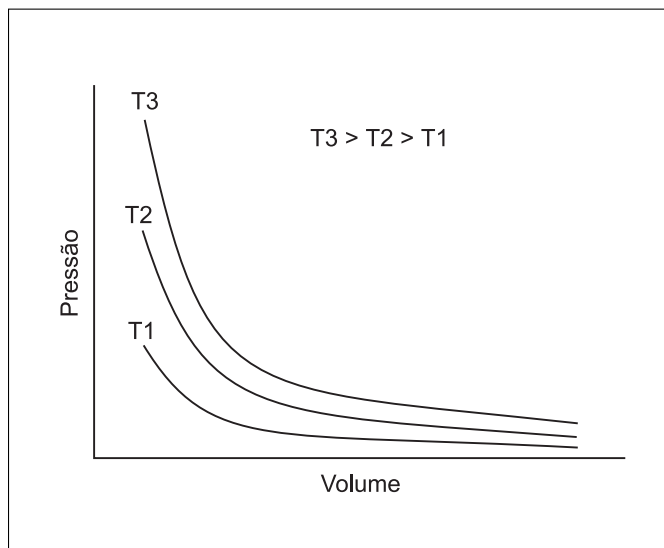
A figura a seguir mostra de forma esquemática três isotermas, pressão versus volume, para o caso de um gás ideal. Trace isotermas análogas para o caso de um gás real que, por compressão, acaba totalmente liqüefeito. No seu gráfico deve ficar claro, para cada isoterma, quais são os pontos que correspondem ao início e ao fim da liqüefação em função da redução do volume.

## COMENTÁRIO E GRÁFICO

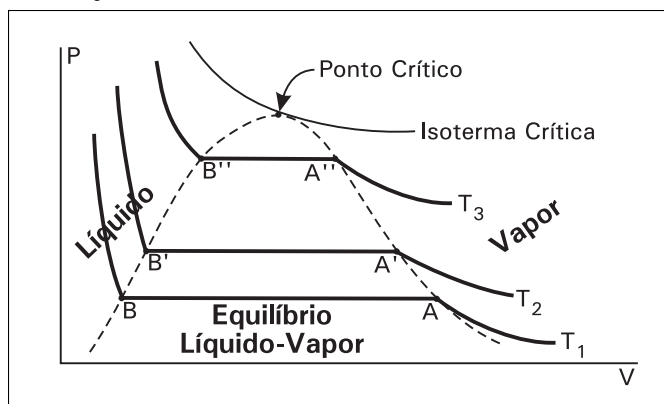
A prova de Química do ITA apresentou questões trabalhosas, o que certamente elevou seu grau de dificuldade. No entanto, várias das questões propostas pertencem a um repertório clássico da Química, e o vestibulando bem preparado poderia resolvê-las.

É de lamentar apenas que algumas das questões tenham fugido inteiramente ao programa do Ensino Médio, como por exemplo os testes 9, 15, 16, 19, 25 e a dissertativa de número 10.





### Resolução



A; A'; A'' → início da liquefação  
 B; B'; B'' → fim da liquefação