MATEMÁTICA

Notações

$\mathbb{N} \quad = \{1, 2, 3, \ldots\}$: o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$: o conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$: o conjunto dos números complexos.
i : unidade imaginária, $i^2 = -1$.

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

Questão 1. Sejam A, B e C conjuntos contidos num mesmo conjunto U. Seja x um elemento de U, define-se:

$$C_B^A = \{x \in U | x \in B \text{ e } x \notin A\}$$

Então, $C_C^{(A \cup B)}$ é igual a:

A ( ) $C_C^A \cup C_C^B$
B ( ) $C_C^A \cap C_C^B$
C ( ) C_A^B
D ( ) O conjunto vazio
E ( ) n.d.a.

Questão 2. Sejam A, B e D subconjuntos não vazios o conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais. Sejam as funções $f : A \to B (y = f(x))$, $g : D \to B (x = g(t))$, e a função composta $g \circ f : E \to K$ (e, portanto $Z = (g \circ f)(t) = f(g(t))$. Então os conjuntos E e K são tais que:

A ( ) $E \subset A$ e $K \subset D$
B ( ) $E \subset B$ e $K \supset A$
C ( ) $E \supset D$ e $D \neq E$ e $K \subset B$
D ( ) $E \subset D$ e $K \subset B$
E ( ) n.d.a.

Questão 3. O volume de um tetraedro regular de aresta igual a l é:

A ( ) $l\sqrt{2}$
B ( ) $\dfrac{l^2\sqrt{3}}{2}$
C ( ) $\dfrac{l^2\sqrt{2}}{3}$
D ( ) $\dfrac{l^3\sqrt{3}}{2}$
E ( ) n.d.a.

Questão 4. Seja $a > 0$ o 1° termo de uma progressão aritmética de razão r e também de uma progressão geométrica de razão $q = 2r\sqrt{3}/3a$. A relação entre a e r para que o terceiro termo da progressão geométrica coincida com a soma dos 3 primeiros termos da progressão aritmética é:

A ( ) $r = 3a$
B ( ) $r = 2a$
C ( ) $r = a$
D ( ) $r = \sqrt{2a}$
E ( ) n.d.a.

Questão 5. Sobre a raiz da equação podemos afirmar:

$$3^x - \frac{12}{3^{x-1}} + 3^{x-3} = \frac{23}{3^{x-2}}$$

A ( ) não é real

B ( ) é menor que -1

C ( ) está no intervalo $[0, 6]$

D ( ) é um número primo

E ( ) n.d.a.

Questão 6. A condição para que $\binom{n}{k}$ seja o dobro de $\binom{n}{k-1}$ é que:

A ( ) $n+1$ seja múltiplo de 3

B ( ) n seja divisível por 3

C ( ) $n-1$ seja par

D ( ) $n = 2k$

E ( ) n.d.a.

Questão 7. Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Então temos:

A ( ) $BA = I$ **B** ( ) $BA = AB$ **C** ( ) $A = 2B$ **D** ( ) $AI = BZ$ **E** ( ) n.d.a.

Questão 8. Seja a equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 7 \\ 1 & -22 & -11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Podemos afirmar:

A ( ) a equação tem uma e somente uma solução.

B ( ) a equação tem duas e somente duas soluções.

C ( ) a equação tem três e somente três soluções.

D ( ) a equação não tem solução.

E ( ) n.d.a.

Questão 9. O valor da expressão $x = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$, quando $\cos\theta = -\dfrac{3}{7}$ e $\tan\theta < 0$, é:

A ( ) $4\sqrt{10}/31$

B ( ) $-2\sqrt{10}/3$

C ( ) $2\sqrt{10}/15$

D ( ) $3\sqrt{10}/7$

E ( ) n.d.a.

Questão 10. $\left[\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}\right]^2$ vale:

A ( ) $\dfrac{1-2\sin 2x}{1+\sin 2x}$

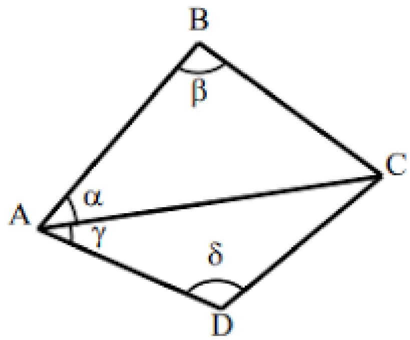
B ( ) $\dfrac{1+2\sin 2x}{1-\sin 2x}$

C ( ) $\dfrac{1+\sin 2x}{1+\sin 2x}$

D ( ) $\dfrac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}$

E ( ) n.d.a.

Questão 11. Seja $BC = CD$ no quadrilátero $ABCD$, mostrado na figura abaixo. Então podemos garantir que:



A ( ) $\dfrac{\sin\gamma}{\sin\delta} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

B ( ) $\delta\alpha = \beta\gamma$

C ( ) $\tan\alpha\tan\beta = \tan\delta\tan\gamma$

D ( ) $BC^2 = AB.AB$

E ( ) n.d.a.

Questão 12. A reta que passa pelas interseções das circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$, é tal que:

A ( ) tem equação $\dfrac{3}{5}x - \dfrac{2}{3}y + \dfrac{1}{4} = 0$

B ( ) não passa pela origem.

C ( ) passa pela origem.

D ( ) não é perpendicular à reta que passa pelos centros das circunferências.

E ( ) n.d.a.

Questão 13. Os zeros da função $P(x) = 3x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 2x^3$:

A ( ) todos inteiros.

B ( ) 2 imaginários puros e 4 reais

C ( ) todos racionais

D ( ) 4 racionais e 2 irracionais

E ( ) n.d.a.

Questão 14. A equação $x^n - 1$, onde n é um número natural maior do que 5, tem:

A ( ) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n-2)$ raízes complexas quando n é par.

B ( ) 1 raiz positiva, $(n-1)$ raízes não reais quando n é par.

C ( ) 1 raiz negativa, $(n-1)$ raízes complexas quando n é ímpar.

D ( ) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n-2)$ raízes complexas quando n é um número natural qualquer.

E ( ) n.d.a.

Questão 15. O valor absoluto da soma das duas menores raízes da equação $x^2 + 1/x^2 + x + 1/x = 4$ é:

A ( ) 2 **B** ( ) 3 **C** ( ) $\dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$ **D** ( ) 4 **E** ( ) n.d.a.

Questão 16. Se a, b e c são raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$, então o valor de $1/a + 1/b + 1/c$ é:

A ( ) 1/4 **B** ( ) -1/4 **C** ( ) 3/4 **D** ( ) 3/2 **E** ( ) n.d.a.

Questão 17. O conjunto de todos os valores de x para os quais existe um y real de modo que

$$y = \log\left[\log\left(\frac{7-2x-x^2}{3-4x^2}\right)\right]$$

A ( ) intervalo aberto A, de extremos $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$

B ( ) intervalo aberto A, de extremos $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$

C ( ) intervalo aberto A, de extremos 0 e $\sqrt{3}/2$

D ( ) intervalo aberto A, de extremos $-\sqrt{3}/2$ e 1

E ( ) n.d.a.

Questão 18. Um lado de um triângulo ABC mede lcm. Os valores dos ângulos e dos lados do triângulo formam duas progressões aritméticas. A área S desse triângulo é:

A ( ) $l^2(\sqrt{3}+1)\, cm^2$

B ( ) $l^2(\sqrt{3}-1)\, cm^2$

C ( ) $l^2\sqrt{3}\, cm^2$

D ( ) $\dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}\, cm^2$

E ( ) n.d.a.

Questão 19. Sendo $a_1, a_2, \ldots, a_n$ números reais, o maior valor de n tal que as igualdades ao lado são verdadeiras é:

$$\begin{aligned}
&\log 123478 = a_1\\
&\log a_1 = a_2\\
&\ldots\\
&\log a_{n-1} = a_n
\end{aligned}$$

A ( ) $n = 3$ **B** ( ) $n = 4$ **C** ( ) $n = 5$ **D** ( ) $n = 6$ **E** ( ) n.d.a.

Questão 20. Seja $M = 1/a^2 + 1/b^2 + 1/c^2$, onde a, b e c são as raízes da equação $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 54 = 0$. Então podemos afirmar que:

A ( ) $\log_3 M$ é um número irracional

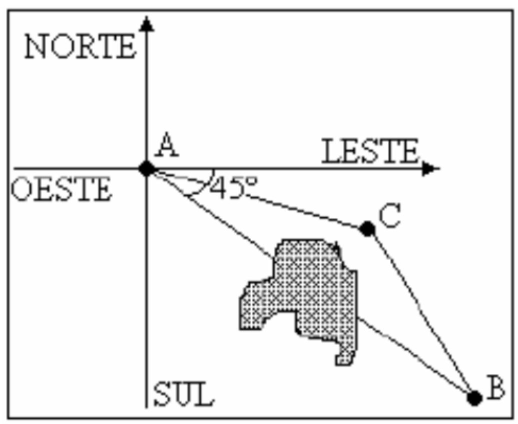
B ( ) $\log_3 M$ é um número primo

C ( ) $\log_3 M = 5/3$

D ( ) $\log_3 M = -5/2$

E ( ) n.d.a.

Questão 21. Deseja-se construir uma ferrovia ligando o ponto A ao ponto B que está $40\sqrt{2}$ km a sudeste de A. Um lago, na planície onde estão A e B impede a construção em linha reta. Para contornar o lago, a estrada será construída e 2 trechos retos com o vértice no ponto C, que está 36 km a leste e 27 km ao sul de A. O comprimento do trecho CB é:



A ( ) 182 **C** ( ) 184 **E** ( ) n.d.a.

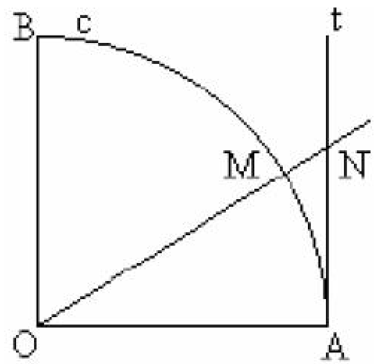
B ( ) 183 **D** ( ) 185

Questão 22. O conjunto dos valores de k, para os quais $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - k$ tem um ou três zeros reais entre 1 e 2, é:

A ( ) $k < 2$ **C** ( ) $2 > k$ ou $k > 6$ **E** ( ) n.d.a.

B ( ) $1 < k < 2$ **D** ( ) $k > 7$

Questão 23. Seja c um quarto de circunferência AB de raio R e centro O, e seja t a reta tangente a c em A. Traça-se pelo centro O de c uma reta que corta c num ponto M, e corta a reta tangente num ponto N, distintos de A. Se k a razão entre o volume gerado pelo setor OAM e o volume gerado pelo triângulo OAN, ambos obtidos girando-se de 2π em torno de AO. O comprimento do segmento AN é igual ao raio R se:



A ( ) $1 < k < 2,5$

B ( ) $2,5 \leq k \leq 3$

C ( ) $0 < k \leq 2$

D ( ) $0 < k < 1,5$

E ( ) n.d.a.

Questão 24. Um cone equilátero está inscrito em uma esfera de raio 4 cm. Cortam-se os sólidos (esfera e cone) por um plano paralelo à base, de modo que a diferença entre as áreas das secções seja igual à área da base do cone. O raio da secção do cone é:

A ( ) $2\sqrt{3}$ cm

B ( ) $\sqrt{3}$ cm

C ( ) $\sqrt{3}/3$ cm

D ( ) $4\sqrt{3}/3$ cm

E ( ) n.d.a.

Questão 25. Seja a_k um número complexo, solução da equação $(z+1)^5 + z^5 = 0$, $K = 0, 1, 2, 3, 4$. Podemos afirmar que:

A ( ) todos os z_k , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma circunferência.

B ( ) odos os z_k , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo real.

C ( ) todos os z_k , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo imaginário.

D ( ) a equação não admite solução

E ( ) n.d.a.