MATEMÁTICA

Notações

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$: o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$: o conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$: o conjunto dos números complexos.
i : unidade imaginária, $i^2 = -1$.

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

Questão 1. O ângulo convexo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos às 10 horas e 15 minutos é:

A ( ) 142°30' **B** ( ) 142°40' **C** ( ) 142° **D** ( ) 141°30' **E** ( ) n.d.a.

Questão 2. Todas as raízes reais da equação são:

$$\sqrt{\frac{x^2+3}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2+3}} = \frac{3}{2}$$

A ( ) $x_1 = 3$ e $x_2 = -3$

B ( ) $x_1 = 3$ e $x_2 = 3$

C ( ) $x_1 = 3$ e $x_2 = 3$

D ( ) não tem raízes reais

E ( ) n.d.a.

Questão 3. Todas as raízes reais da equação são

$$x^{-1} + 4x^{-\frac{1}{2}} + 3 = 0$$

A ( ) $x_1 = 1$ e $x_2 = 1$ **C** ( ) $x_1 = 3$ e $x_2 = 3$ **E** ( ) n.d.a.

B ( ) $x_1 = 1/3$ e $x_2 = 1/3$ **D** ( ) não tem raízes reais

Questão 4. Qual é a relação que a, b e c devem satisfazer tal que o sistema abaixo tenha pelo menos uma solução?

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 6y - 11z = b \\ x + 2y + 7z = c \end{cases}$$

A ( ) $5a = 2b - c$

B ( ) $5a = 2b + c$

C ( ) $5a \neq 2b + c$

D ( ) não existe relação entre a, b e c

E ( ) n.d.a.

Questão 5. Assinale a sentença correta.

A ( ) $a > 1$ e $\log_a x < 0$ se $x > 1$, $\log_a x > 0$ se $x < 1$

B ( ) $0 < a < 1$ e $\log_a x > 0$ se $x < 1$, $\log_a x < 0$ se $x > 1$

C ( ) $a > 1$ e $\log_a x_1 < \log_a x_2$ se, e só se, $x_1 > x_2$

D ( ) $0 < a < 1$ e $\log_a x_1 > \log_a x_2$ se, e só se, $x_1 < x_2$

E ( ) n.d.a.

Questão 6. Assinale uma solução para a equação trigonométrica

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{3}$$

A ( ) $x = 2k\pi - \pi/6$ **C** ( ) $x = 2k\pi + \pi/2$ **E** ( ) n.d.a.

B ( ) $x = 2k\pi + \pi/6$ **D** ( ) $x = 2k\pi - \pi/2$

Questão 7. Qual é o valor de m para que $\dfrac{C_m^3}{C_{m-1}^3} = \dfrac{7}{4}$?

A ( ) $m = 8$

B ( ) $m = 10$

C ( ) $m = 6$

D ( ) $m = 5$

E ( ) n.d.a.

Questão 8. Consideremos duas retas r_1 e r_2 ortogonais não situadas num mesmo plano, e um segmento XY de comprimento constante que desliza suas extremidades sobre essas retas. O lugar geométrico, das interseções dos planos construídos perpendicularmente a essas retas r_1 e r_2 nas extremidades do segmento XY, é:

A ( ) uma reta perpendicular ao segmento XY

B ( ) a superfície cilíndrica de revolução tendo como diretriz a parábola.

C ( ) a superfície cilíndrica de revolução tendo como diretriz a elipse.

D ( ) a superfície cilíndrica de revolução tendo como diretriz a hipérbole.

E ( ) n.d.a.

Questão 9. Dado um cilindro de revolução de raio r e altura h; sabendo-se que a média harmônica entre o raio r e a altura h é 4 e que sua área total é 2π u.a. O raio r deve satisfazer a relação:

A ( ) $r^3 - r + 2 = 0$ **C** ( ) $r^3 - r^2 - r + 1 = 0$ **E** ( ) n.d.a.

B ( ) $r^3 - 4r^2 + 5r - 2 = 0$ **D** ( ) $r^3 - 3r - 3 = 0$

Questão 10. Seja $B'C'$ a projeção do diâmetro BC de um circulo de raio r sobre a reta tangente t por um ponto M deste círculo. Seja $2k$ a razão da área total do tronco do cone gerado pela rotação do trapézio $BCB'C'$ ao redor da reta tangente t e a área do círculo dado. Qual é o valor de k para que a medida do segmento MB seja igual a metade do raio r?

A ( ) $k = 11/3$

B ( ) $k = 15/4$

C ( ) $k = 2$

D ( ) $k = 1/2$

E ( ) n.d.a.

Questão 11. Seja a equação:

$$3^{(\ln x)+1} - 3^{(\ln x)-1} + 3^{(\ln x)-3} - 3^{(\ln x)-4} = \log_e \frac{\sin a}{e^{-657}}$$

Sabe-se que $\ln x$ é igual a menor raiz da equação $r^2 - 4r - 5 = 0$. O valor de a para que a equação seja verificada é:

A ( ) $a = 3\pi/2$

B ( ) $a = \arcsin(\sqrt{2}/2)$

C ( ) $a = \arcsin(1/e^3)$

D ( ) $a = \arcsin(e)$

E ( ) n.d.a.

Questão 12. Quais os valores de a de modo que o sistema admita soluções não triviais?

$$\begin{cases} (\sin\alpha - 1)x + 2y - (\sin\alpha)z = 0 \\ (3\sin\alpha)y + 4z = 0 \\ 3x + (7\sin\alpha)y + 6z = 0 \end{cases}$$

A ( ) $\alpha = n\pi$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

B ( ) $\alpha = n\pi + \pi/3$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

C ( ) $\alpha = n\pi + \pi/2$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

D ( ) não há valores de α

E ( ) n.d.a.

Questão 13. As dimensões de um paralelepípedo retângulo estão em progressão geométrica e a sua soma vale s. Sabendo-se que o seu volume é v^3, $s \geq 3v$, então duas de suas dimensões são:

A ( ) $\dfrac{s + v \pm \sqrt{(s+v)^2 - v^2}}{2}$

B ( ) $s - v$ e $v + s$

C ( ) $v \pm \sqrt{(s-v)^2 - 4v^2}$

D ( ) $\dfrac{s - v \pm \sqrt{(s+v)^2 - 4v^2}}{2}$

E ( ) n.d.a.

Questão 14. Construindo-se um prisma e uma pirâmide sobre uma mesma base de área A e volumes V_1 e V_2, a área da secção da pirâmide com a outra base do prisma é:

A ( ) $A\dfrac{V_1}{V_1 + V_2}$

B ( ) $\dfrac{V_2 - V_1}{AV_2}$

C ( ) $A\left(1 - \dfrac{V_1}{3V_2}\right)$

D ( ) $A\dfrac{3V_2 - V_1}{V_2}$

E ( ) n.d.a.

Questão 15. Para todo α e β, $|\beta| < 1$, a expressão abaixo é igual a:

$$\tan(\arctan\alpha + \arcsin\beta)$$

A ( ) $-\dfrac{\beta + \alpha\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha\beta - \sqrt{1-\beta^2}}$

B ( ) $\dfrac{\alpha - \beta}{\alpha\beta + \sqrt{1-\beta^2}}$

C ( ) $\dfrac{\alpha - \beta}{\alpha\beta\sqrt{1-\beta^2} - 1}$

D ( ) $\dfrac{\sqrt{1-\beta^2}(\alpha - \beta)}{\alpha\beta - 1}$

E ( ) n.d.a.

Questão 16. A soma dos quadrados das raízes da equação $2x^3 - 8x^2 - 60x + k = 0$ (k constante) é:

A ( ) $76 + k^2$

B ( ) $(34 + k)^2$

C ( ) 66

D ( ) 76

E ( ) n.d.a.

Questão 17. Seja $f(x) = x^2 + px + p$ uma função real de variável real. Os valores de p para os quais $f(x) = 0$ possua raiz dupla positiva, são:

A ( ) $0 < p < 4$

B ( ) $p = 4$

C ( ) $p = 0$

D ( ) $f(x) = 0$ não pode ter raiz dupla positiva

E ( ) n.d.a.

Questão 18. O volume do sólido gerado por um triângulo, que gira em torno de sua hipotenusa cujos catetos são 15 cm e 20 cm, é:

A ( ) $1080\pi\, cm^3$

B ( ) $960\pi\, cm^3$

C ( ) $1400\pi\, cm^3$

D ( ) $1600\pi\, cm^3$

E ( ) n.d.a.

Questão 19. Seja a equação:

$$3\tan 3x = [3(\log k)^2 - 4\log k + 2]\tan x$$

Para que intervalo de valores de k; abaixo, a equação dada admite solução?

A ( ) $0 < k \leq e^{1/3}$

B ( ) $0 < k \leq e^{2/3}$

C ( ) $0 < k \leq 1/e$

D ( ) $0 < k \leq e^{7/3}$

E ( ) n.d.a.

Questão 20. Seja a equação $P(x) = 0$, onde $P(x)$ é um polinômio de coeficientes inteiros. Se $P(x)$ admite uma raiz inteira, então $P(-1).P(0).P(1)$ necessariamente:

A ( ) vale 5

B ( ) vale 3

C ( ) é divisível por 5

D ( ) é divisível por 3

E ( ) n.d.a.

Questão 21. Seja A um conjunto finito com m elementos e $In = \{1, 2, ..., n\}$. O número de todas as funções definidas em In com valores em A é:

A ( ) C_m^n

B ( ) mn

C ( ) n^m

D ( ) m^n

E ( ) n.d.a.

Questão 22. Sejam $n \leq m, Im = \{1, 2, ..., m\}$ e $In = \{1, 2, ..., n\}$. O número de funções biunívocas definidas em Im com valores em In é:

A ( ) A_m^n

B ( ) C_m^n

C ( ) $m!/n!$

D ( ) mn

E ( ) n.d.a.

Questão 23. Seja $\theta = \arcsin(b/a)$, com $|a| > |b|$. Então 2θ vale:

A ( ) $\arcsin\left(\dfrac{2a}{b}\right)$

B ( ) $\arcsin\left(\dfrac{2b}{a}\right)$

C ( ) $\arcsin\left(\dfrac{2a}{\sqrt{b^2 - a^2}}\right)$

D ( ) $\arcsin\left(\dfrac{2b}{a^2}\sqrt{a^2 - b^2}\right)$

E ( ) n.d.a.

Questão 24. Quais condições devem satisfazer a e k para que a seguinte igualdade: $\log(\sec a) = k$ tenha sentido?

A ( ) $-\pi/2 < a < \pi/2,\ k \geq 0$

B ( ) $-\pi/2 < a < \pi/2,\ k < 0$

C ( ) $-\pi/2 < a \leq \pi/2,\ k > 0$

D ( ) $-\pi/2 < a < 3\pi/2,\ k \geq 0$

E ( ) n.d.a.

Questão 25. Consideremos a função $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (\sin x)^n$, onde $0 < x < \pi/2$. Para que valores de x; $10 \leq S(x) \leq 20$?

A ( ) $\arcsin(9/10) \leq x \leq \arcsin(19/20)$

B (   ) $\arcsin(10/9) \leq x \leq \arcsin(20/19)$

C (   ) $\arcsin(10/11) \leq x \leq \arcsin(\sqrt{3}/2)$

D (   ) $\arcsin(\sqrt{2}/2) \leq x \leq \arcsin(\sqrt{3}/2)$

E (   ) n.d.a.