# MATEMÁTICA

---

**Notações**

$\mathbb{N}$ $= \{1, 2, 3, \dots\}$: o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$ : o conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$ : o conjunto dos números complexos.
$i$ : unidade imaginária, $i^2 = -1$.

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

---

**Questão 1.** Considere $g : \{a, b, c\} \to \{a, b, c\}$ uma função tal que $g(a) = b$ e $g(b) = a$. Então, temos:

**A** ( ) a equação $g(x) = x$ tem solução se, e somente se, $g$ é injetora

**B** ( ) $g$ é injetora, mas não é sobrejetora

**C** ( ) $g$ é sobrejetora, mas não é injetora

**D** ( ) se $g$ não é sobrejetora, então $g(g(x)) = x$ para todo $x$ em $\{a, b, c\}$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 2.** Sejam $A$ e $B$ conjuntos infinitos de números naturais. Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções tais que $f(g(x)) = x$, para todo $x$ em $B$ e $g(f(x)) = x$, para todo $x$ em $A$, então, temos:

**A** ( ) existe $x_0$ em $B$, tal que $f(y) = x_0$, para todo $y$ em $A$

**B** ( ) existe a função inversa de $f$

**C** ( ) existem $x_0$ e $x_1$ em $A$, tais que $x_0 \neq x_1$ e $f(x_0) = f(x_1)$

**D** ( ) existem $a$ em $B$, tal que $g(f(g(a))) \neq g(a)$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 3.** Suponhamos que $z_1 = a + xi$ e $z_2 = a + yi$, $a \neq 0$, $x \neq 0$ são dois números complexos, tais que $z_1.z_2 = 2$ Então temos: (Observação $\bar{z} indica conjugado de z$)

**A** ( ) $z_1 = \bar{z}_2$ e $|z_1| = |z_2| = 2$

**B** ( ) $z_1 = z_2$ e $|z_1| = |z_2| = \sqrt{2}$

**C** ( ) $z_1 = \bar{z}_2$ e $|z_1| = |z_2| = \sqrt{2}$

**D** ( ) $z_1 + z_2 = 2a$ e $a^2 + y^2 = 4$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 4.** As raízes de ordem 4 do número $e^{\pi i/2}$, onde $i$ é a unidade imaginária, são:

**A** ( ) $z_k = \cos\theta_k + i\sin\theta_k$, onde $\theta_k = \dfrac{1 + 4k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

**B** ( ) $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $\theta_k = \dfrac{1 + 3k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

**C** ( ) $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $4k\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

**D** ( ) $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $\theta_k = \dfrac{1-4k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 5.** Os valores reais $a$ e $b$, tais que os polinômios $x^3 - 2ax^2 + (3a+b)x - 3b$ e $x^3 - (a+2b)x + 2a$ sejam divisíveis por $x + 1$, são:

**A** ( ) dois números inteiros positivos

**B** ( ) dois números inteiros negativos

**C** ( ) números inteiros, sendo que um é positivo e o outro negativo

**D** ( ) dois números reais, sendo um racional e outro irracional.

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 6.** Se designarmos por $S_n$ a soma dos $n$ primeiros termos de uma progressão geométrica de infinitos termos, de razão $q > 1$ e primeiro termo $a_1 > 0$, podemos afirmar que:

**A** ( ) $\dfrac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \dfrac{S_{2n} - S_n}{S_{3n} - S_{2n}}$

**B** ( ) $\dfrac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \dfrac{S_{2n}}{S_{3n} - S_{2n}}$

**C** ( ) $\dfrac{S_n}{S_{2n} - S_n} = S_{3n} - S_{2n}$

**D** ( ) $S_{3n} = S_{2n} + S_n$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 7.** Dado um paralelepípedo retângulo, de volume $V$, cujas arestas estão em progressão geométrica, de razão $q$, podemos garantir que sua área total é dada por:

**A** ( ) $\dfrac{2V^{2/3}}{q}(q^2 + q + 1)$

**B** ( ) $\dfrac{V^{2/3}}{q}(q^2 + q - 1)$

**C** ( ) $\dfrac{V^{2/3}}{q+1}(q^2 + q + 1)$

**D** ( ) $\dfrac{V^2}{q^3}(q + 1)$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 8.** Numa superfície esférica de área $A > 1$, considere inscrito um cone, tal que a área

**A** ( ) a equação tem uma e somente uma solução.

**B** ( ) a equação tem duas e somente duas soluções.

**C** ( ) a equação tem três e somente três soluções.

**D** ( ) a equação não tem solução.

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 9.** O valor da expressão $x = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$, quando $\cos\theta = -\dfrac{3}{7}$ e $\tan\theta < 0$, é:

**A** ( ) $4\sqrt{10}/31$

**B** ( ) $-2\sqrt{10}/3$

**C** ( ) $2\sqrt{10}/15$

**D** ( ) $3\sqrt{10}/7$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 10.** $\left[\dfrac{1 - \tan x}{1 + \tan x}\right]^2$ vale:

A ( ) $\dfrac{1-2\sin 2x}{1+\sin 2x}$

B ( ) $\dfrac{1+2\sin 2x}{1-\sin 2x}$

C ( ) $\dfrac{1+\sin 2x}{1+\sin 2x}$

D ( ) $\dfrac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}$

E ( ) n.d.a.

**Questão 11.** Seja $BC = CD$ no quadrilátero $ABCD$, mostrado na figura abaixo. Então podemos garantir que:

**A** ( ) $\dfrac{\sin\gamma}{\sin\delta} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

**B** ( ) $\delta\alpha = \beta\gamma$

**C** ( ) $\tan\alpha\tan\beta = \tan\delta\tan\gamma$

**D** ( ) $BC^2 = AB.AB$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 12.** A reta que passa pelas interseções das circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$, é tal que:

**A** ( ) tem equação $\dfrac{3}{5}x - \dfrac{2}{3}y + \dfrac{1}{4} = 0$

**B** ( ) não passa pela origem.

**C** ( ) passa pela origem.

**D** ( ) não é perpendicular à reta que passa pelos centros das circunferências.

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 13.** Os zeros da função $P(x) = 3x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 2x^3$:

**A** ( ) todos inteiros.

**B** ( ) 2 imaginários puros e 4 reais

**C** ( ) todos racionais

**D** ( ) 4 racionais e 2 irracionais

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 14.** A equação $x^n - 1$, onde $n$ é um número natural maior do que 5, tem:

**A** ( ) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n-2)$ raízes complexas quando $n$ é par.

**B** ( ) 1 raiz positiva, $(n-1)$ raízes não reais quando $n$ é par.

**C** ( ) 1 raiz negativa, $(n-1)$ raízes complexas quando $n$ é ímpar.

**D** ( ) 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n-2)$ raízes complexas quando $n$ é um número natural qualquer.

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 15.** O valor absoluto da soma das duas menores raízes da equação $x^2 + 1/x^2 + x + 1/x = 4$ é:

**A** ( ) 2 **B** ( ) 3 **C** ( ) $\dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$ **D** ( ) 4 **E** ( ) n.d.a.

**Questão 16.** Se $a$, $b$ e $c$ são raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$, então o valor de $1/a + 1/b + 1/c$ é:

**A** ( ) 1/4 **B** ( ) -1/4 **C** ( ) 3/4 **D** ( ) 3/2 **E** ( ) n.d.a.

**Questão 17.** O conjunto de todos os valores de $x$ para os quais existe um $y$ real de modo que

$$y = \log\left[\log\left(\frac{7-2x-x^2}{3-4x^2}\right)\right]$$

**A** ( ) intervalo aberto $A$, de extremos $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$

**B** ( ) intervalo aberto $A$, de extremos $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$

**C** ( ) intervalo aberto $A$, de extremos 0 e $\sqrt{3}/2$

**D** ( ) intervalo aberto $A$, de extremos $-\sqrt{3}/2$ e 1

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 18.** Um lado de um triângulo $ABC$ mede lcm. Os valores dos ângulos e dos lados do triângulo formam duas progressões aritméticas. A área $S$ desse triângulo é:

**A** ( ) $l^2(\sqrt{3}+1)\,cm^2$

**B** ( ) $l^2(\sqrt{3}-1)\,cm^2$

**C** ( ) $l^2\sqrt{3}\,cm^2$

**D** ( ) $\dfrac{l^2\sqrt{3}}{4}\,cm^2$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 19.** Sendo $a_1, a_2, \ldots, a_n$ números reais, o maior valor de $n$ tal que as igualdades ao lado são verdadeiras é:

$$\begin{aligned}
&\log 123478 = a_1\\
&\log a_1 = a_2\\
&\ldots\\
&\log a_{n-1} = a_n
\end{aligned}$$

**A** ( ) $n = 3$ **B** ( ) $n = 4$ **C** ( ) $n = 5$ **D** ( ) $n = 6$ **E** ( ) n.d.a.

**Questão 20.** Seja $M = 1/a^2 + 1/b^2 + 1/c^2$, onde $a$, $b$ e $c$ são as raízes da equação $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 54 = 0$. Então podemos afirmar que:

**A** ( ) $\log_3 M$ é um número irracional

**B** ( ) $\log_3 M$ é um número primo

**C** ( ) $\log_3 M = 5/3$

**D** ( ) $\log_3 M = -5/2$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 21.** Deseja-se construir uma ferrovia ligando o ponto $A$ ao ponto $B$ que está $40\sqrt{2}$ km a sudeste de $A$. Um lago, na planície onde estão $A$ e $B$ impede a construção em linha reta. Para contornar o lago, a estrada será construída e 2 trechos retos com o vértice no ponto $C$, que está 36 km a leste e 27 km ao sul de $A$. O comprimento do trecho $CB$ é:

**A** ( ) 182

**B** ( ) 183

**C** ( ) 184

**D** ( ) 185

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 22.** O conjunto dos valores de $k$, para os quais $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - k$ tem um ou três zeros reais entre 1 e 2, é:

**A** ( ) $k < 2$

**B** ( ) $1 < k < 2$

**C** ( ) $2 > k$ ou $k > 6$

**D** ( ) $k > 7$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 23.** Seja $c$ um quarto de circunferência $AB$ de raio $R$ e centro $O$, e seja $t$ a reta tangente a $c$ em $A$. Traça-se pelo centro $O$ de $c$ uma reta que corta $c$ num ponto $M$, e corta a reta tangente num ponto $N$, distintos de $A$. Se $k$ a razão entre o volume gerado pelo setor $OAM$ e o volume gerado pelo triângulo $OAN$, ambos obtidos girando-se de $2\pi$ em torno de $AO$. O comprimento do segmento $AN$ é igual ao raio $R$ se:

**A** ( ) $1 < k < 2,5$

**B** ( ) $2,5 \leq k \leq 3$

**C** ( ) $0 < k \leq 2$

**D** ( ) $0 < k < 1,5$

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 24.** Um cone equilátero está inscrito em uma esfera de raio 4 cm. Cortam-se os sólidos (esfera e cone) por um plano paralelo à base, de modo que a diferença entre as áreas das secções seja igual à área da base do cone. O raio da secção do cone é:

**A** ( ) $2\sqrt{3}$ cm

**B** ( ) $\sqrt{3}$ cm

**C** ( ) $\sqrt{3}/3$ cm

**D** ( ) $4\sqrt{3}/3$ cm

**E** ( ) n.d.a.

**Questão 25.** Seja $a_k$ um número complexo, solução da equação $(z+1)^5 + z^5 = 0$, $K = 0, 1, 2, 3, 4$. Podemos afirmar que:

**A** ( ) todos os $z_k$ , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma circunferência.

**B** ( ) todos os $z_k$ , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo real.

**C** ( ) todos os $z_k$ , $K = 0, 1, \ldots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo imaginário.

**D** ( ) a equação não admite solução

**E** ( ) n.d.a.