

MATEMÁTICA

Notações

- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: o conjunto dos números naturais.
 \mathbb{R} : o conjunto dos números reais.
 \mathbb{C} : o conjunto dos números complexos.
 i : unidade imaginária, $i^2 = -1$.

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

Questão 1. Considere $g : \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$ uma função tal que $g(a) = b$ e $g(b) = a$. Então, temos:

- A () a equação $g(x) = x$ tem solução se, e somente se, g é injetora
B () g é injetora, mas não é sobrejetora
C () g é sobrejetora, mas não é injetora
D () se g não é sobrejetora, então $g(g(x)) = x$ para todo x em $\{a, b, c\}$
E () n.d.a.

Questão 2. Sejam A e B conjuntos infinitos de números naturais. Se $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow A$ são funções tais que $f(g(x)) = x$, para todo x em B e $g(f(x)) = x$, para todo x em A , então, temos:

- A () existe x_0 em B , tal que $f(y) = x_0$, para todo y em A
B () existe a função inversa de f
C () existem x_0 e x_1 em A , tais que $x_0 \neq x_1$ e $f(x_0) = f(x_1)$
D () existem a em B , tal que $g(f(g(a))) \neq g(a)$
E () n.d.a.

Questão 3. Suponhamos que $z_1 = a + xi$ e $z_2 = a + yi$, $a \neq 0$, $x \neq 0$ são dois números complexos, tais que $z_1 \cdot z_2 = 2$ Então temos: (Observação \bar{z} indica conjugado de z)

- A () $z_1 = \bar{z}_2$ e $|z_1| = |z_2| = 2$
B () $z_1 = z_2$ e $|z_1| = |z_2| = \sqrt{2}$
C () $z_1 = \bar{z}_2$ e $|z_1| = |z_2| = \sqrt{2}$
D () $z_1 + z_2 = 2a$ e $a^2 + y^2 = 4$
E () n.d.a.

Questão 4. As raízes de ordem 4 do número $e^{\pi i/2}$, onde i é a unidade imaginária, são:

- A () $z_k = \cos \theta_k + i \sin \theta_k$, onde $\theta_k = \frac{1 + 4k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$
B () $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $\theta_k = \frac{1 + 3k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

C () $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $4k\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

D () $z_k = e^{i\theta_k}$, onde $\theta_k = \frac{1-4k}{8}\pi$ com $k = 0, 1, 2, 3$

E () n.d.a.

Questão 5. Os valores reais a e b , tais que os polinômios $x^3 - 2ax^2 + (3a+b)x - 3b$ e $x^3 - (a+2b)x + 2a$ sejam divisíveis por $x + 1$, são:

A () dois números inteiros positivos

B () dois números inteiros negativos

C () números inteiros, sendo que um é positivo e o outro negativo

D () dois números reais, sendo um racional e outro irracional.

E () n.d.a.

Questão 6. Se designarmos por S_n a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica de infinitos termos, de razão $q > 1$ e primeiro termo $a_1 > 0$, podemos afirmar que:

A () $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{S_{2n} - S_n}{S_{3n} - S_{2n}}$ C () $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = S_{3n} - S_{2n}$ E () n.d.a.

B () $\frac{S_n}{S_{2n} - S_n} = \frac{S_{2n}}{S_{3n} - S_{2n}}$ D () $S_{3n} = S_{2n} + S_n$

Questão 7. Dado um paralelepípedo retângulo, de volume V , cujas arestas estão em progressão geométrica, de razão q , podemos garantir que sua área total é dada por:

A () $\frac{2V^{2/3}}{q}(q^2 + q + 1)$ C () $\frac{V^{2/3}}{q+1}(q^2 + q + 1)$ E () n.d.a.

B () $\frac{V^{2/3}}{q}(q^2 + q - 1)$ D () $\frac{V^2}{q^3}(q + 1)$

Questão 8. Numa superfície esférica de área $A > 1$, considere inscrito um cone, tal que a área

A () a equação tem uma e somente uma solução.

B () a equação tem duas e somente duas soluções.

C () a equação tem três e somente três soluções.

D () a equação não tem solução.

E () n.d.a.

Questão 9. O valor da expressão $x = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$, quando $\cos \theta = -\frac{3}{7}$ e $\tan \theta < 0$, é:

A () $4\sqrt{10}/31$ C () $2\sqrt{10}/15$ E () n.d.a.

B () $-2\sqrt{10}/3$ D () $3\sqrt{10}/7$

Questão 10. $\left[\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \right]^2$ vale:

- A** () $\frac{1 - 2 \sin 2x}{1 + \sin 2x}$
C () $\frac{1 + \sin 2x}{1 + \sin 2x}$
E () n.d.a.
- B** () $\frac{1 + 2 \sin 2x}{1 - \sin 2x}$
D () $\frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}$

Questão 11. Seja $BC = CD$ no quadrilátero $ABCD$, mostrado na figura abaixo. Então podemos garantir que:

- A** () $\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$
B () $\delta \alpha = \beta \gamma$
C () $\tan \alpha \tan \beta = \tan \delta \tan \gamma$
D () $BC^2 = AB \cdot AB$
E () n.d.a.

Questão 12. A reta que passa pelas interseções das circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$, é tal que:

- A** () tem equação $\frac{3}{5}x - \frac{2}{3}y + \frac{1}{4} = 0$
B () não passa pela origem.
C () passa pela origem.
D () não é perpendicular à reta que passa pelos centros das circunferências.
E () n.d.a.

Questão 13. Os zeros da função $P(x) = 3x^6 - 8x^5 + 3x^4 + 2x^3$:

- A** () todos inteiros.
B () 2 imaginários puros e 4 reais
C () todos racionais
D () 4 racionais e 2 irracionais
E () n.d.a.

Questão 14. A equação $x^n - 1$, onde n é um número natural maior do que 5, tem:

- A** () 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n - 2)$ raízes complexas quando n é par.
B () 1 raiz positiva, $(n - 1)$ raízes não reais quando n é par.
C () 1 raiz negativa, $(n - 1)$ raízes complexas quando n é ímpar.
D () 1 raiz positiva, 1 raiz negativa e $(n - 2)$ raízes complexas quando n é um número natural qualquer.
E () n.d.a.

Questão 15. O valor absoluto da soma das duas menores raízes da equação $x^2 + 1/x^2 + x + 1/x = 4$ é:

A () 2 B () 3 C () $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$ D () 4 E () n.d.a.

Questão 16. Se a , b e c são raízes da equação $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$, então o valor de $1/a + 1/b + 1/c$ é:

A () 1/4 B () -1/4 C () 3/4 D () 3/2 E () n.d.a.

Questão 17. O conjunto de todos os valores de x para os quais existe um y real de modo que

$$y = \log \left[\log \left(\frac{7 - 2x - x^2}{3 - 4x^2} \right) \right]$$

A () intervalo aberto A , de extremos $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$

B () intervalo aberto A , de extremos $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$

C () intervalo aberto A , de extremos 0 e $\sqrt{3}/2$

D () intervalo aberto A , de extremos $-\sqrt{3}/2$ e 1

E () n.d.a.

Questão 18. Um lado de um triângulo ABC mede l cm. Os valores dos ângulos e dos lados do triângulo formam duas progressões aritméticas. A área S desse triângulo é:

A () $l^2(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$

B () $l^2(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$

C () $l^2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D () $\frac{l^2\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

E () n.d.a.

Questão 19. Sendo a_1, a_2, \dots, a_n números reais, o maior valor de n tal que as igualdades ao lado são verdadeiras é:

$$\log 123478 = a_1$$

$$\log a_1 = a_2$$

...

$$\log a_{n-1} = a_n$$

A () $n = 3$ B () $n = 4$ C () $n = 5$ D () $n = 6$ E () n.d.a.

Questão 20. Seja $M = 1/a^2 + 1/b^2 + 1/c^2$, onde a , b e c são as raízes da equação $x^3 - \sqrt{3}x^2 + 54 = 0$. Então podemos afirmar que:

A () $\log_3 M$ é um número irracional

B () $\log_3 M$ é um número primo

C () $\log_3 M = 5/3$

D () $\log_3 M = -5/2$

E () n.d.a.

Questão 21. Deseja-se construir uma ferrovia ligando o ponto A ao ponto B que está $40\sqrt{2}$ km a sudeste de A . Um lago, na planície onde estão A e B impede a construção em linha reta. Para contornar o lago, a estrada será construída e 2 trechos retos com o vértice no ponto C , que está 36 km a leste e 27 km ao sul de A . O comprimento do trecho CB é:

A () 182

C () 184

E () n.d.a.

B () 183

D () 185

Questão 22. O conjunto dos valores de k , para os quais $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - k$ tem um ou três zeros reais entre 1 e 2, é:

A () $k < 2$

C () $2 > k$ ou $k > 6$

E () n.d.a.

B () $1 < k < 2$

D () $k > 7$

Questão 23. Seja c um quarto de circunferência AB de raio R e centro O , e seja t a reta tangente a c em A . Traça-se pelo centro O de c uma reta que corta c num ponto M , e corta a reta tangente num ponto N , distintos de A . Se k a razão entre o volume gerado pelo setor OAM e o volume gerado pelo triângulo OAN , ambos obtidos girando-se de 2π em torno de AO . O comprimento do segmento AN é igual ao raio R se:

- A () $1 < k < 2,5$ C () $0 < k \leq 2$ E () n.d.a.
 B () $2,5 \leq k \leq 3$ D () $0 < k < 1,5$

Questão 24. Um cone equilátero está inscrito em uma esfera de raio 4 cm. Cortam-se os sólidos (esfera e cone) por um plano paralelo à base, de modo que a diferença entre as áreas das secções seja igual à área da base do cone. O raio da secção do cone é:

- A () $2\sqrt{3}$ cm C () $\sqrt{3}/3$ cm E () n.d.a.
 B () $\sqrt{3}$ cm D () $4\sqrt{3}/3$ cm

Questão 25. Seja a_k um número complexo, solução da equação $(z+1)^5 + z^5 = 0$, $K = 0, 1, 2, 3, 4$. Podemos afirmar que:

- A () todos os z_k , $K = 0, 1, \dots, 4$ estão sobre uma circunferência.
 B () todos os z_k , $K = 0, 1, \dots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo real.
 C () todos os z_k , $K = 0, 1, \dots, 4$ estão sobre uma reta paralela ao eixo imaginário.
 D () a equação não admite solução
 E () n.d.a.