MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(CONCURSO PÚBLICO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL /CPAEN-2014)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA

(CANDIDATAS DO SEXO FEMININO)

PROVA DE MATEMÁTICA

1) Considere $P(x)=(m-4)(m^2+4)x^5+x^2+kx+1$ um polinômio na variável real x, em que m e k são constantes reais. Quais os valores das constantes m e k para que $P(x)$ não admita raiz real?

(A) $m=4$ e $-2<k<2$
(B) $m=-4$ e $k>2$
(C) $m=-2$ e $-2<k<2$
(D) $m=4$ e $|k|>2$
(E) $m=-2$ e $k>-2$

2) Considere as funções reais $f(x)=\dfrac{100}{1+2^{-x}}$ e $g(x)=2^{\frac{x}{2}}$, $x\in\Re$.

Qual é o valor da função composta $(gof^{-1})(90)$?

(A) 1

(B) 3

(C) 9

(D) $\dfrac{1}{10}$

(E) $\dfrac{1}{3}$

3) Sabendo que $\log x$ representa o logarítmo de x na base 10, qual é o domínio da função real de variável real

$$f(x)=\frac{arc\cos^3\left(\log\frac{x}{10}\right)}{\sqrt{4x-x^3}}\ ?$$

(A) $\left]0,2\right[$

(B) $\left]\frac{1}{2},1\right[$

(C) $\left]0,1\right]$

(D) $\left[1,2\right[$

(E) $\left[\frac{1}{2},2\right[$

4) Considere a sequência $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1+2}{1+2}$; $x_3 = \frac{1+2+3}{1+2+4}$; $x_4 = \frac{1+2+3+4}{1+2+4+8}$; ... . O valor de x_n é

(A) $\frac{n+1}{2}$

(B) $\frac{n(n-1)}{2^n}$

(C) $\frac{n(n+1)}{2^n - 1}$

(D) $\frac{n(n+1)}{2^n}$

(E) $\frac{n(n+1)}{2(2^n - 1)}$

5) A função real de variável real $f(x)=\dfrac{2x-a}{bx^2+cx+2}$, onde a,b,c são constantes reais, possui as seguintes propriedades:

I) o gráfico de f passa pelo ponto $(1,0)$ e

II) a reta $y=1$ é uma assíntota para o gráfico de f.

O valor de $a+b+c$ é

(A) -2

(B) -1

(C) 4

(D) 3

(E) 2

6) Se o limite $\lim\limits_{h\to 0}\left(\frac{\sqrt[4]{16+h}-2}{h}\right)$ representa a derivada de uma função real de variável real $y=f(x)$ em $x=a$, então a equação da reta tangente ao gráfico de $y=f(x)$ no ponto $(a,f(a))$ é

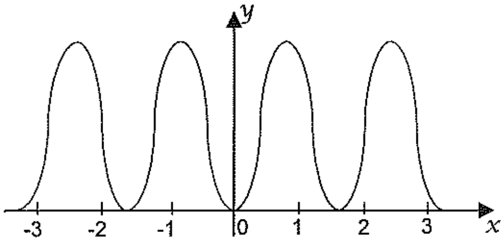
(A) $32y-x=48$
(B) $y-2x=-30$
(C) $32y-x=3048$
(D) $y-32x=12$
(E) $y-2x=0$

7) Sejam A a matriz quadrada de ordem 2 definida por

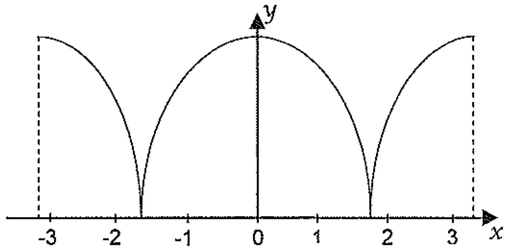
$$A=\begin{bmatrix} 2\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right) & \cos(x+\pi) \\ \cos x & 1 \end{bmatrix}$$

e f a função real de variável real tal que $f(x)=\left|\det\left(A+A^T\right)\right|$, onde A^T representa a matriz transposta de A. O gráfico que melhor representa a função $y=f(x)$ no intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$ é

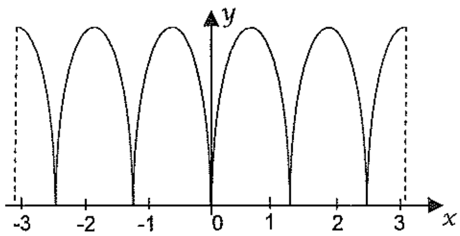
(A)



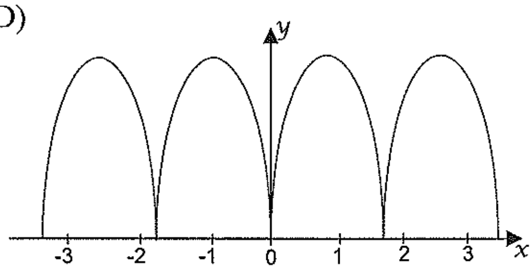
(B)



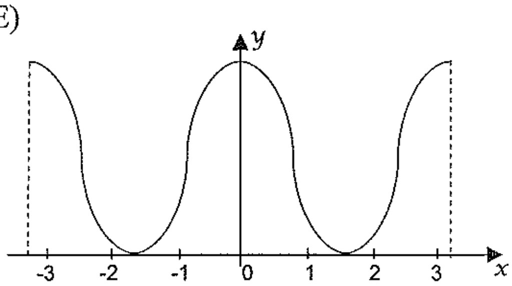
(C)



(D)



(E)



8)Considere a função real de variável real $f(x)=x+\sqrt{|x|}$. Para que valores da constante real k, a equação $f(x)=k$ possui exatamente 3 raízes reais?

(A) $k<-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{4}<k<\frac{1}{4}$

(C) $k>\frac{1}{2}$

(D) $-\frac{1}{4}<k<0$

(E) $0<k<\frac{1}{4}$

9)Um restaurante a quilo vende 200 quilos de comida por dia, a 40 reais o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, a cada aumento de um real no preço do quilo, o restaurante perde 8 clientes por dia, com um consumo médio de 500 gramas cada. Qual deve ser o valor do quilo de comida, em reais, para que o restaurante tenha a maior receita possível por dia?

(A) 52
(B) 51
(C) 46
(D) 45
(E) 42

10) Sabendo que z é o número complexo $z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, qual o menor inteiro positivo n, para o qual o produto $z.z^2.z^3\dots z^n$ é um real positivo?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

11)A Escola Naval irá distribuir 4 viagens para a cidade de Fortaleza, 3 para a cidade de Natal e 2 para a cidade de Salvador. De quantos modos diferentes podemos distribuí-las entre 9 aspirantes, dando somente uma viagem para cada um ?

(A) 288

(B) 1260

(C) 60800

(D) 80760

(E) 120960

12) Considere as matrizes $R=\begin{bmatrix} 4 & (16)^y & -1 \\ 9^x & a & 0 \end{bmatrix}$;

$S=\begin{bmatrix} 1 & (4)^{(2y-1)} & 2^{-1} \\ 3^x & b & 1 \end{bmatrix}$ e $T=\begin{bmatrix} b & (2)^{(2y-1)}-10 & c \\ 27 & 13 & -6 \end{bmatrix}$.

A soma dos quadrados das constantes reais x,y,a,b,c que satisfazem à equação matricial $R-6S=T$ é

(A) 23
(B) 26
(C) 29
(D) 32
(E) 40

13) Sabendo-se que f é uma função real de variável real, tal que a derivada segunda de f em x é $f''(x)=\cos^2 x+1$ e que $f(0)=\dfrac{7}{8}$ e $f'(0)=2$, o valor de $f(\pi)$ é

(A) $2\pi+\dfrac{11}{8}$

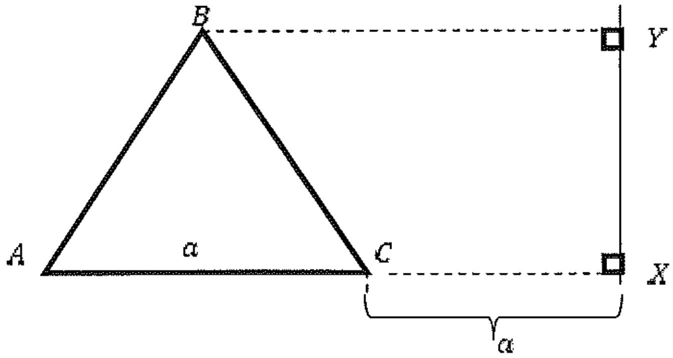
(B) $\pi^2+\pi+\dfrac{5}{8}$

(C) $2\pi^2+5$

(D) $\dfrac{3\pi^2}{4}+2\pi+\dfrac{7}{8}$

(E) $3\pi^2+\pi+\dfrac{5}{8}$

14) A área da superfície de revolução gerada pela rotação do triângulo equilátero ABC em torno do eixo XY na figura abaixo, em unidade de área é



(A) $9\pi a^2$

(B) $9\sqrt{2}\pi a^2$

(C) $9\sqrt{3}\pi a^2$

(D) $6\sqrt{3}\pi a^2$

(E) $6\sqrt{2}\pi a^2$

15) Um recipiente cúbico de aresta $4cm$ está apoiado em um plano horizontal e contém água até uma altura de $3cm$. Inclina-se o cubo, girando de um ângulo α em torno de uma aresta da base, até que o líquido comece a derramar. A tangente do ângulo α é

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) 1

16) O valor do produto $\cos 40^0 . \cos 80^0 . \cos 160^0$ é

(A) $\frac{-1}{8}$

(B) $\frac{-1}{4}$

(C) -1

(D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(E) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

17)Rola-se, sem deslizar, uma roda de 1 metro de diâmetro, por um percurso reto de 30 centímetros, em uma superfície plana. O ângulo central de giro da roda, em radianos, é

(A) 0,1
(B) 0,2
(C) 0,3
(D) 0,6
(E) 0,8

18) Quantas unidades de área possui a região plana limitada pela curva de equação $x=1-\sqrt{1-y^2}$ e pelas retas $2y+x-3=0$, $2y-x+3=0$ e $x=2$?

(A) $\pi+\frac{1}{2}$

(B) $\pi+\frac{3}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}+1$

(D) $\pi+3$

(E) $\frac{\pi}{2}+\frac{3}{2}$

19) Sejam $y = m_1x + b_1$ e $y = m_2x + b_2$ as equações das retas tangentes à elípse $x^2 + 4y^2 - 16y + 12 = 0$ que passam pelo ponto $P(0,0)$. O valor de $\left(m_1^2 + m_2^2\right)$ é

(A) 1

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

(E) $\frac{5}{2}$

20) Sabendo-se que um cilindro de revolução de raio igual a 20cm, quando cortado por um plano paralelo ao eixo de revolução, a uma distância de 12cm desse eixo, apresenta secção retangular com área igual à área da base do cilindro. O volume desse cilindro, em centímetros cúbicos é

(A) $6.000\,\pi^2$

(B) $5.000\,\pi^2$

(C) $4.000\,\pi^2$

(D) $3.000\,\pi^2$

(E) $2.000\,\pi^2$

21) Um observador, de altura desprezível, situado a 25m de um prédio, observa-o sob um certo ângulo de elevação. Afastando-se mais 50m em linha reta, nota que o ângulo de visualização passa a ser a metade do anterior. Podemos afirmar que a altura, em metros, do prédio é

(A) $15\sqrt{2}$

(B) $15\sqrt{3}$

(C) $15\sqrt{5}$

(D) $25\sqrt{3}$

(E) $25\sqrt{5}$

22)A equação da circunferência tangente às retas $y=x$ e $y=-x$ nos pontos $(3,3)$ e $(-3,3)$ é

(A) $x^2+y^2-12x+18=0$

(B) $x^2+y^2-12y+18=0$

(C) $x^2+y^2-6x+9=0$

(D) $x^2+y^2-6y+9=0$

(E) $x^2+y^2-16x+20=0$

23) Uma bolinha de aço é lançada a partir da origem e segue uma trajetória retilínea até atingir o vértice de um anteparo parabólico representado pela função real de variável real $f(x)=\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right)x^2+2\sqrt{3}\,x$. Ao incidir no vértice do anteparo é refletida e a nova trajetória retilínea é simétrica à inicial, em relação ao eixo da parábola. Qual é o ângulo de incidência (ângulo entre a trajetória e o eixo da parábola)?

(A) 30^0

(B) 45^0

(C) 60^0

(D) 75^0

(E) 90^0

24) A soma das coordenadas do ponto $A \in \Re^3$ simétrico ao ponto $B = (x, y, z) = (1,4,2)$ em relação ao plano π de equação $x - y + z - 2 = 0$ é

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 9

(E) 10

25) Para lotar o Maracanã na final do campeonato Sul Americano, planejou-se inicialmente distribuir os 60.000 ingressos em três grupos da seguinte forma: 30% seriam vendidos para a torcida organizada local: 10% seriam vendidos para a torcida organizada do time rival e os restantes para espectadores não filiados às torcidas. Posteriormente, por motivos de segurança os organizadores resolveram que 9.000 destes ingressos não seriam mais postos à venda, cancelando-se então 3.000 ingressos destinados a cada um dos três grupos.
Qual foi aproximadamente o percentual de ingressos destinados a espectadores não filiados às torcidas após o cancelamento dos 9.000 ingressos?

(A) 64,7%

(B) 60%

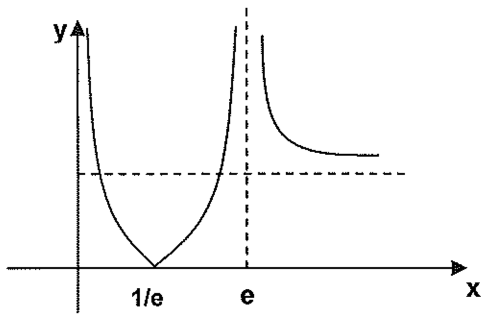
(C) 59%

(D) 58,7%

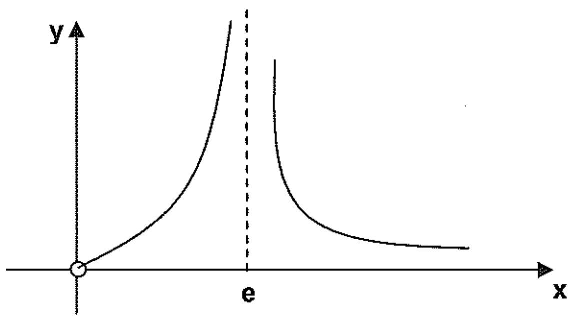
(E) 57,2%

26) O gráfico que melhor representa a função real de variável real $f(x) = \left|\dfrac{\ln x+1}{\ln x-1}\right|$ é

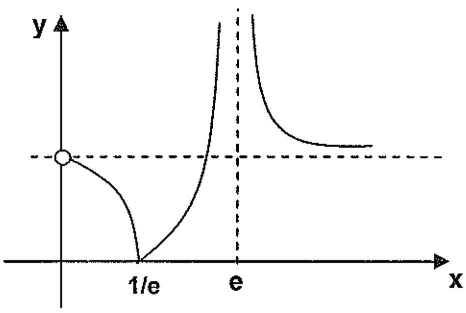
(A)



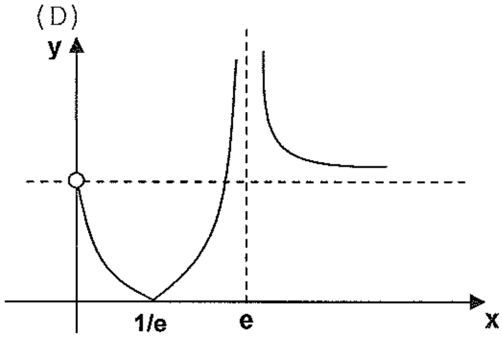
(B)



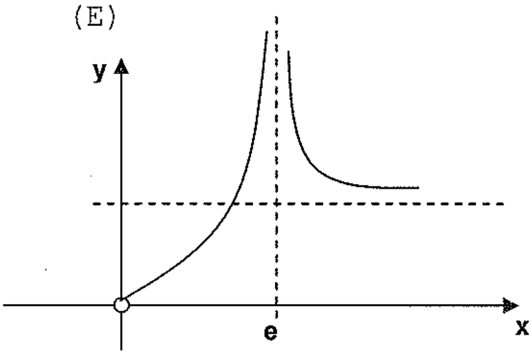
(C)



(D)



(E)



27)Qual a quantidade de números inteiros de 4 algarismos distintos, sendo dois algarismos pares e dois ímpares que podemos formar ,usando algarismos de 1 a 9?

(A) 2400

(B) 2000

(C) 1840

(D) 1440

(E) 1200

28) Considere as funções reais $f(x)=\frac{x}{2}-\ln x$ e $g(x)=\frac{x}{2}-(\ln x)^2$ onde $\ln x$ expressa o logaritmo de x na base neperiana e ($e \cong 2{,}7$). Se P e Q são os pontos de interseção dos gráficos de f e g, podemos afirmar que o coeficiente angular da reta que passa por P e Q é

(A) $\dfrac{e+1}{2(e-3)}$

(B) $e+1$

(C) $\dfrac{e-1}{2(e+1)}$

(D) $2e+1$

(E) $\dfrac{e-3}{2(e-1)}$

29) Se $\overline{Z}$ é o conjugado do número complexo Z, então o número de soluções da equação $Z^2 = \overline{Z}$ é

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

30) Considere a função real de variável real $y = f(x)$, $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, cujo gráfico contém o ponto $\left(\frac{\pi}{3}, \sqrt{3}\right)$. Se $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + senx.\cos x$ então $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ é igual a

(A) $-\sqrt{3} + \frac{1}{8}$

(B) $\frac{9}{8}$

(C) $\frac{7}{8}$

(D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}$

(E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{4}$

31) O quinto termo da progressão aritmética
$3-x\ ;\ -x\ ;\ \sqrt{9-x}\ \ldots\ ,\ x\in\Re$ é

(A) 7
(B) 10
(C) -2
(D) $-\sqrt{14}$
(E) -18

32) Após acionado o flash de uma câmera, a bateria imediatamente começa a recarregar o capacitor do flash, que armazena uma carga elétrica dada por $Q(t) = Q_0\left(1 - e^{\frac{-t}{2}}\right)$, onde Q_0 é a capacidade limite de carga e t é medido em segundos. Qual o tempo, em segundos, para recarregar o capacitor de 90% da sua capacidade limite?

(A) $\ln 10$

(B) $\ln (10)^2$

(C) $\sqrt{\ln 10}$

(D) $\sqrt{(\ln 10)^{-1}}$

(E) $\sqrt{\ln (10)^2}$

33) Há 10 postos de gasolina em uma cidade. Desses 10, exatamente dois vendem gasolina adulterada. Foram sorteados aleatoriamente dois desses 10 postos para serem fiscalizados. Qual é a probabilidade de que os dois postos infratores sejam sorteados?

(A) $\frac{1}{45}$

(B) $\frac{1}{90}$

(C) $\frac{1}{15}$

(D) $\frac{2}{45}$

(E) $\frac{1}{30}$

34) Desenha-se no plano complexo o triângulo T com vértices nos pontos correspondentes aos números complexos z_1, z_2, z_3 , que são raízes cúbicas da unidade. Desenha-se o triângulo S, com vértices nos pontos correspondentes aos números complexos w_1, w_2, w_3, que são raízes cúbicas de $\mathbf{24\sqrt{3}}$. Se A é a área de T e B é a área de S, então

(A) $B = 12A$
(B) $B = 18A$
(C) $B = 24A$
(D) $B = 36A$
(E) $B = 42A$

35)A concentração de um certo remédio no sangue, t horas após sua administração, é dada pela fórmula $y(t)=\dfrac{10\,t}{(t+1)^2}$, $t \geq 0$. Em qual dos intervalos abaixo a função $y(t)$ é crescente?

(A) $t \geq 0$
(B) $t > 10$
(C) $t > 1$
(D) $0 \leq t < 1$
(E) $\dfrac{1}{2} < t < 10$

36) Sabendo que a é uma constante real e que $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x = e$ então o valor da constante a é

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{3}$

(E) $\frac{3}{4}$

37) Seja π um dos planos gerados pelos vetores $\vec{v}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ e $\vec{w}=-\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$. Considere $\vec{u}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$, $a,b,c \in \Re$, um vetor unitário no plano π e na direção da reta bissetriz entre os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$. O valor de $2a^2+b^2+c^2$ é

(A) $\dfrac{10}{9}$

(B) $\dfrac{9}{8}$

(C) $\dfrac{3}{2}$

(D) 1

(E) $\dfrac{11}{10}$

38) Considere a função real de variável real $f(x)=x^2e^x$. A que intervalo pertence à abscissa do ponto de máximo local de f em $\left]-\infty,+\infty\right[$?

(A) $[-3,-1]$
(B) $\left[-1,1\right[$
(C) $\left]0,\frac{1}{2}\right]$
(D) $\left]1,2\right]$
(E) $\left]2,4\right]$

39) O valor de $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+sen\,x}-\sqrt{1-sen\,x}}{2x}$ é

(A) $-\infty$

(B) $\dfrac{1}{2}$

(C) 0

(D) 1

(E) 2

40) Seja $\vec{u}$ um vetor ortogonal aos vetores $\vec{v}=4\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$ e $\vec{w}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$. Se o produto escalar de $\vec{u}$ pelo vetor $\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ é igual a -1, podemos afirmar que a soma das componentes de $\vec{u}$ é

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $-\frac{1}{2}$

(E) -1