Projekt TMM

Kierunek: Inżynieria Mechatroniczna

Przedmiot: PKMUM

Przygotował: Igor Cena; nr albumu 414888

Grupa laboratoryjna: 1

Rok akademicki: 2023/2024

Prowadzący: dr. inż. Krzysztof Holak

Temat projektu: Mech-5B-w1



Spis treści

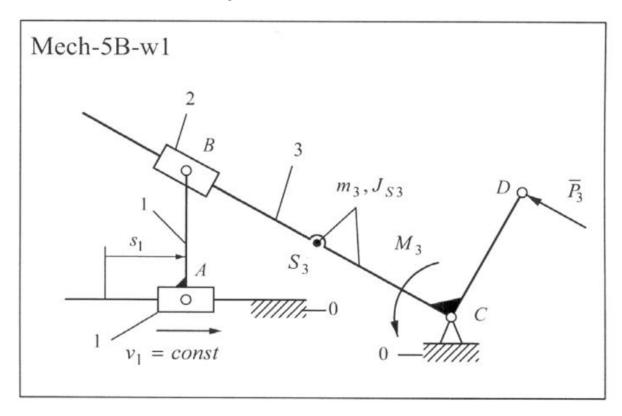
1.	. Dob	ór łańcucha kinematycznego	3
2.		emat ideowy mechanizmu	
3.		hliwość i klasa mechanizmu	
	3.1	Ruchliwość mechanizmu	3
	3.2	Klasa mechanizmu	4
4. m		ór parametrów geometrycznych, kinematycznych i dynamicznych badanego zmu	4
	4.1	Parametry geometryczne	4
	4.2	Parametry kinematyczne	5
	4.3	Parametry dynamiczne	5
5.	. Ana	liza prędkości metodą grafoanalityczną	5
	5.1 Wy	nik analizy prędkości w programie SAM:	7
6.	. Ana	liza przyśpieszenia metodą grafoanalityczną	8
	6.1 Wy	nik analizy przyśpieszeń w programie SAM:	9
7.	. Ana	liza prędkości i przyśpieszeń metodą analityczną	10
	7.1	Wynik analizy kąta $oldsymbol{arphi}3$ w programie SAM	13
8.	. Zest	awienie wyników	14
9.	. Ana	liza kinostatyczna mechanizmu	14
	9.1	Analiza siły w programie SAM	17
	9.2	Zestawienie wyników	18

1. Dobór łańcucha kinematycznego

W tabeli zostały zebrane informację dotyczące struktury i parametrów projektowanego mechanizmu.

Dane	Parametry	
Struktura mechanizmu	$\frac{0}{2} P \frac{1(z)}{2} \left(O \frac{2(p)}{2} P \frac{3(z)}{2} O_p \frac{0}{2} \right)$	
Parametry kinematyczne członu	$(s_1; V_1; 0)$	
napędzającego		
Masa i moment bezwładności	(0,0)(0,0)(m,1)	
poszczególnych członów $(m_i;J_{Si})$	$(0;0)(0;0)(m_3;J_{S3})$	
Siły zewnętrzne i ich momenty oddziałujące	(0,0) (0,0) (B,M)	
na poszczególne człony $(P_i; M_i)$	$(0;0) (0;0) (P_3;M_3)$	
Szukana siła równoważąca	P_{R1}	

2. Schemat ideowy mechanizmu



3. Ruchliwość i klasa mechanizmu

3.1 Ruchliwość mechanizmu

$$w = 3n - 2p_5 - p_4$$

n = 3 – liczba członów.

 p_4 = 0 – liczba par kinematycznych klasy 4

 p_5 = 4 – liczba par kinematycznych klasy 5 - (0,1), (1,2), (2,3), (3,0).

$$w = 3 * 3 - 2 * 4 = 1$$

Ruchliwość mechanizmu wynosi 1.

3.2 Klasa mechanizmu

Odłączając człon 1, który jest członem napędzającym zostaje nam grupa strukturalna złożona z członów 2 i 3.

Ruchliwość grupy strukturalnej: $w_2 = 3n - 2p_5 - p_4$

n=2

$$p_5 = 3 - (0,2), (2,3), (3,0)$$

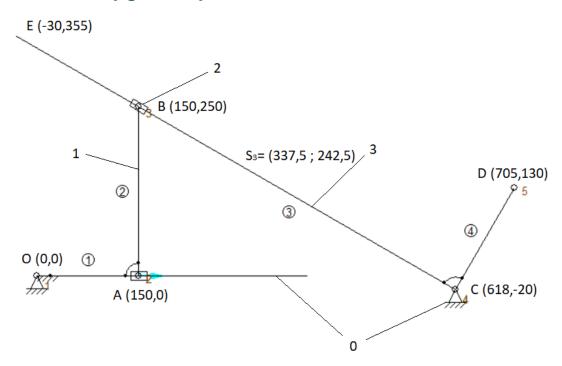
$$w_2 = 3 * 2 - 2 * 3 = 0$$

Grupa strukturalna (2,3) jest grupą klasy 2 postaci 3.

W związku w powyższym analizowany mechanizm jest mechanizmem klasy 2. Jego nazwa strukturalna to mechanizm suwakowo-jarzmowy.

4. Dobór parametrów geometrycznych, kinematycznych i dynamicznych badanego mechanizmu

4.1 Parametry geometryczne



Długości poszczególnych członów w analizowanym położeniu:

$$l_{AB} = 0.25 m$$

$$l_{BC} = \sqrt{0.468^2 + 0.27^2} = 0.5403 m$$

$$l_{CD} = \sqrt{0.087^2 + 0.15^2} = 0.1734 m$$

$$l_{CS_3} = \sqrt{0.2805^2 + 0.2625^2} = 0.3842 m$$

$$l_{BS_2} = \sqrt{0.1875^2 + 0.0075^2} = 0.1877 m$$

4.2 Parametry kinematyczne

Prędkość członu napędzającego V_A przyjmuje 0,5 $\frac{m}{s}$.

Przemieszczenie punktu A wyraża się wzorem:

$$s_A = s_0 + V_A t = 0.15 + 0.5t = 0.05(3 + 10t) [m]$$

, gdzie s_0 to przemieszczenie początkowe mechanizmu o wartości 0,15m.

4.3 Parametry dynamiczne

Człon 3 traktujemy jako masowy. Przyjmuje, że jest to pręt o średnicy przekroju równej d=0,03 m, wykonany ze stali.

Długość całego członu wynosi $l_{CE} = \sqrt{0.648^2 + 0.375^2} = 0.7487 [m]$.

Gęstość stali wynosi $\rho = 7860 \frac{kg}{m^3}$.

Objętość członu $V = \pi d^2 l_{CE} = \pi * 0.03^2 * 0.7487 = 0.002117 [m^3].$

Zatem masa całego elementu wynosi $m_3 = 7860 * 0,002117 = 16,64kg$.

Moment bezwładności członu wynosi $J_{S3} = \frac{m_3 l_{CE}^2}{12} = \frac{16,64*0,7487^2}{12} = 0,7773 \ [kg*m^2].$

Ciężar przyłożony w środku ciężkości członu wynosi $G_3 = m_3 g = 16,64 * 9.81 = 163,24 [N]$.

Przyjmuje również wartość siły zewnętrznej $P_3=100N$ oraz wartość momentu, który powstał w skutku $M_3=P_3l_{CD}=100*0,1734=17,34$ [Nm].

5. Analiza prędkości metodą grafoanalityczną

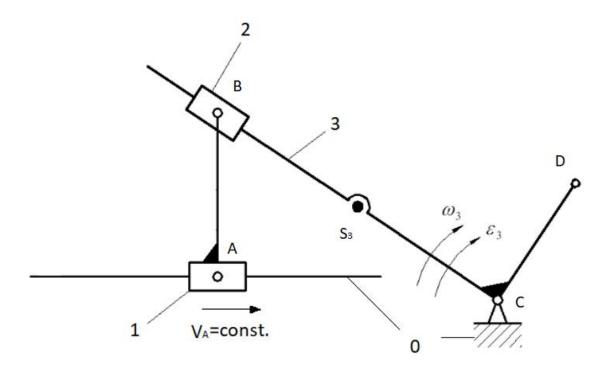
Przeprowadzam analizę dla położenia początkowego: t=0 s.

W tej chwili przemieszczenie punktu A wynosi: $s_A = 0.05(3 + 10 * 0) = 0.15 [m]$.

W celu wykonania analizy metodą grafoanalityczną przyjmuje podziałkę prędkości mechanizmu:

$$k_V = \frac{V}{(V)} = \frac{1}{100} \left[\frac{\frac{m}{s}}{mm} \right]$$

W praktyce oznacza to, że wektor prędkości (V) o długości 100 mm jest równoznaczny z jego rzeczywistą wartością $V=1\frac{m}{s}$.



Równanie prędkości:

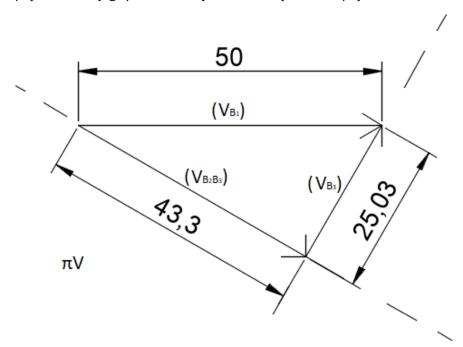
$$\overline{V_{B_1}} = \overline{V_{B_3}} + \overline{V_{B_2B_3}}$$

Znane tylko co do kierunku są wektory $\overline{V_{B_3}}$ i $\overline{V_{B_2B_3}}$. Kierunek wektora $\overline{V_{B_3}}$ jest \bot BC, a wektora $\overline{V_{B_2B_3}}$ - || BC.

A znany co do kierunku i wartości jest wektor $\overline{V_{B_1}}.$

$$V_{B_1} = V_A = 0.5 \frac{m}{s}$$

Rysuje plan prędkości i na jego podstawie wyliczam resztę wartości prędkości.



$$(\overline{V_{B_2B_3}}) = 43,3 \ mm$$
 $(\overline{V_{B_3}}) = 25,03 \ mm$ $V_{B_2B_3} = 0,433 \ \frac{m}{s}$ $V_{B_3} = 0,2503 \ \frac{m}{s}$

Na podstawie wartości prędkości V_{B_3} obliczam prędkość kątową $\omega_3.$

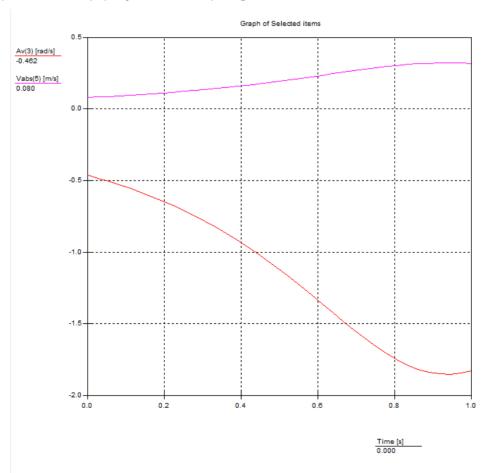
$$\omega_3 = \frac{V_{B_3}}{l_{BC}} = \frac{0.2503}{0.5403} = 0.463 \left[\frac{1}{s}\right]$$

Znając prędkość kątową ω_3 obliczam szukaną wartość V_D oraz V_{S_3} .

$$V_D = \omega_3 l_{CD} = 0.4633 * 0.1734 = 0.0803 \frac{m}{s}$$

$$V_{S_3} = \omega_3 l_{CS_3} = 0,4633 * 0,3842 = 0,178 \frac{m}{s}$$

5.1 Wynik analizy prędkości w programie SAM:



6. Analiza przyśpieszenia metodą grafoanalityczną

Przeprowadzam analizę dla położenia początkowego: t=0 s.

W celu wykonania analizy metodą grafoanalityczną przyjmuje podziałkę przyśpieszenia mechanizmu:

$$k_a = \frac{a}{(a)} = \frac{1}{100} \left[\frac{\frac{m}{s^2}}{mm} \right]$$

W praktyce oznacza to, że wektor przyśpieszenia (a) o długości 100 mm jest równoznaczny z jego rzeczywistą wartością $a=1\frac{m}{s}$.

Równanie przyśpieszeń:

$$\overline{a_{B_1}} = \overline{a_{B_2B_3}} + \overline{a_{B_3}}^n + \overline{a_{B_3}}^\tau + \overline{a_{cor}}$$

Znane tylko co do kierunku są wektory $\overline{a_{B_2B_3}}$ i $\overline{a_{B_3}{}^{ au}}$.

Kierunek wektora $\overline{a_{B_3}}^{\tau}$ jest \bot BC, a wektora $\overline{a_{B_2B_3}}$ - || BC.

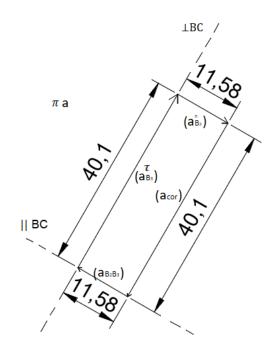
A znany co do kierunku i wartości jest wektor $\overline{a_{B_1}}$, $\overline{a_{B_3}}^n$ oraz $\overline{a_{cor}}$.

$$a_{B_1} = 0$$

$$a_{B_3}{}^n = \omega_3{}^2 l_{BC} = 0.463 {}^2 * 0.5403 = 0.1158 \left[\frac{m}{s^2} \right] (kierunek \mid \mid BC)$$

$$a_{cor} = 2\omega_3 V_{B_2B_3} = 2 * 0.463 * 0.433 = 0.401 \left[\frac{m}{s^2} \right] (kierunek \perp BC)$$

Plan przyśpieszeń:



$$(a_{B_2B_3}) = 11,58 \, mm$$
 $(a_{B_3}^{\ \tau}) = 40,1 \, mm$ $a_{B_2B_3} = 0,1158 \, \frac{m}{s^2}$ $a_{B_3}^{\ \tau} = 0,401 \, \frac{m}{s^2}$

$$a_{B_3} = \sqrt{a_{B_3}^{n^2} + a_{B_3}^{\tau^2}} = \sqrt{0.1158^2 + 0.401^2} = 0.4174 \frac{m}{s^2}$$

Obliczam przyśpieszenie kątowe członu 3:

$$\varepsilon_3 = \frac{{a_{B_3}}^{\tau}}{l_{BC}} = \frac{0,401}{0,5403} = 0,7422 \left[\frac{1}{s^2}\right]$$

Przyśpieszenie punktu D:

$$a_D^n = \omega_3^2 l_{CD} = 0,463^2 * 0,1734 = 0,0372 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$a_D^\tau = \varepsilon_3 l_{CD} = 0,7422 * 0,1734 = 0,1287 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$a_D = \sqrt{a_D^{n^2} + a_D^{\tau^2}} = \sqrt{0,0372^2 + 0,1287^2} = 0,134 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

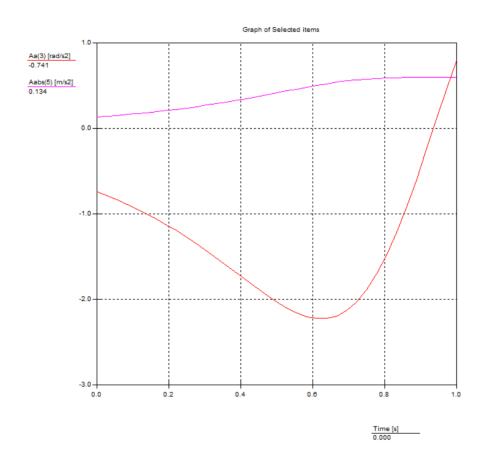
Przyśpieszenie punktu S_3 :

$$a_{S_3}^{\ n} = \omega_3^{\ 2} l_{CS_3} = 0,463^{\ 2} * 0,3842 = 0,0824 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a_{S_3}^{\ \tau} = \varepsilon_3 l_{CS_3} = 0,7422 * 0,3842 = 0,2852 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

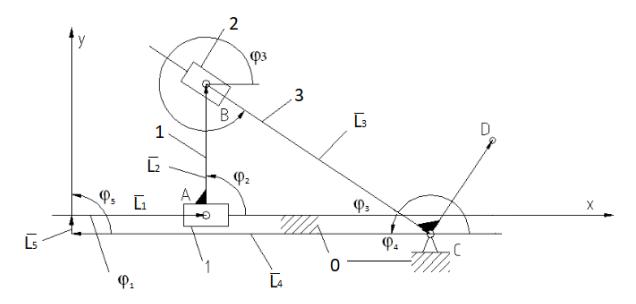
$$a_{S_3} = \sqrt{a_{S_3}^{\ n^2} + a_{S_3}^{\ \tau^2}} = \sqrt{0,0824^2 + 0,2852^2} = 0,297 \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

6.1 Wynik analizy przyśpieszeń w programie SAM:



7. Analiza prędkości i przyśpieszeń metodą analityczną

Przyjmuje układ współrzędnych i rysuje wielobok wektorowy punktów charakterystycznych.



Równanie wieloboku wektorowego, którym został opisany mechanizm:

$$\overline{L_1} + \overline{L_2} + \overline{L_3} + \overline{L_4} + \overline{L_5} = 0$$

Dane i szukane:

$$L_{1} = L_{1}(t) = s_{A}(t) = 0.05(3 + 10t)$$

$$\varphi_{1} = const. = 0$$

$$L_{2} = const. = 0.25 m$$

$$\varphi_{2} = const. = 90^{\circ}$$

$$L_{3} = L_{3}(t) - szukana$$

$$\varphi_{3} = \varphi_{3}(t) - szukana$$

$$L_{4} = const. = 0.618 m$$

$$\varphi_{4} = const. = 180^{\circ}$$

$$L_{5} = const. = 0.02 m$$

$$\varphi_{5} = const. = 90^{\circ}$$

Rzutuję wektory na osie x i y:

x:
$$L_1(t) + L_3(t)\cos(\varphi_3(t)) - L_4 = 0$$

y: $L_2 + L_3(t)\sin(\varphi_3(t)) + L_5 = 0$

Równania różniczkujemy:

x:
$$\dot{L}_1(t) + \dot{L}_3(t)\cos(\varphi_3(t)) - L_3(t)\sin(\varphi_3(t))\dot{\varphi}_3(t) = 0$$
 3
y: $\dot{L}_3(t)\sin(\varphi_3(t)) + L_3(t)\cos(\varphi_3(t))\dot{\varphi}_3(t) = 0$ 4

Powstałe równania ponownie różniczkujemy:

$$x: \quad \ddot{L}_{1}(t) + \ddot{L}_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t)) - \dot{L}_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - \dot{L}_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - L_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - L_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) = 0$$

$$y: \quad \ddot{L}_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t)) + \dot{L}_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) + \dot{L}_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - L_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t)^{2} + L_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) = 0$$

$$6$$

Skracając 5 i 6:

$$x: \quad \ddot{L}_{1}(t) + L_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t)) - 2\dot{L}_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - L_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t)^{2} - L_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) = 0$$

$$y: \quad \ddot{L}_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t)) + 2\dot{L}_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) - L_{3}(t)\sin(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t)^{2} + L_{3}(t)\cos(\varphi_{3}(t))\dot{\varphi}_{3}(t) = 0$$

$$6$$

Przeprowadzam analizę dla położenia początkowego: t=0 s.

$$L_1(t) = L_1(0) = 0.15 m$$

$$\dot{L}_1(t) = V_A = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$\ddot{L}_1(t) = a_A = 0 \frac{m}{s^2}$$

Ponadto:

$$\dot{L_3}(t) = V_3
\dot{\varphi_3}(t) = \omega_3
\dot{L_3}(t) = a_3
\dot{\varphi_3}(t) = \varepsilon_3$$

Rozwiązując układ równań 1 i 2 otrzymujemy:

$$L_3(t) = 0.5403 m$$

 $\varphi_3(t) = 30^\circ$

Rozwiązując układ równań 3 i 4 otrzymujemy:

$$V_3 = -0.433 \frac{m}{s}$$

$$\omega_3 = 0.4627 \frac{1}{s}$$

Rozwiązując układ równań 5 i 6 otrzymujemy:

$$a_3 = 0.1157 \frac{m}{s^2}$$
 $\varepsilon_3 = 0.7416 \frac{1}{s^2}$

Identyfikacja poszczególnych prędkości i przemieszczeń na podstawie równań:

$$V_{B_2B_3} = V_3 = -0.433 \frac{m}{s}$$

$$V_{B_3} = L_3(t)\omega_3 = 0.5403 * 0.4627 = 0.25 \frac{m}{s}$$

$$a_{B_2B_3} = a_3 = 0.1157 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ \tau} = -L_3(t)\varepsilon_3 = -0.5403 * 0.7416 = -0.4007 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ n} = -L_3(t)\omega_3^2 = -0.1157 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ n} = -L_3(t)\omega_3^2 = -0.1157 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ n} = -L_3(t)\omega_3^2 = -0.1157 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ n} = -L_3(t)\omega_3^2 = -0.4171 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{B_3}^{\ n} = -2V_3\omega_3 = -2 * (-0.433) * 0.4627 = 0.4007 \frac{m}{s^2}$$

Prędkość i przyśpieszenie punktu D:

$$V_D = \omega_3 l_{CD} = 0,4627 * 0,1734 = 0,0802 \frac{m}{s}$$

$$a_D^n = \omega_3^2 l_{CD} = 0,4627^2 * 0,1734 = 0,0371 \frac{m}{s^2}$$

$$a_D^\tau = \varepsilon_3 l_{CD} = 0,7416 * 0,1734 = 0,1286 \frac{m}{s^2}$$

$$a_D = \sqrt{a_D^{n^2} + a_D^{\tau^2}} = \sqrt{0,0371^2 + 0,1286^2} = 0,1338 \frac{m}{s^2}$$

Prędkość i przyśpieszenie punktu S_3 :

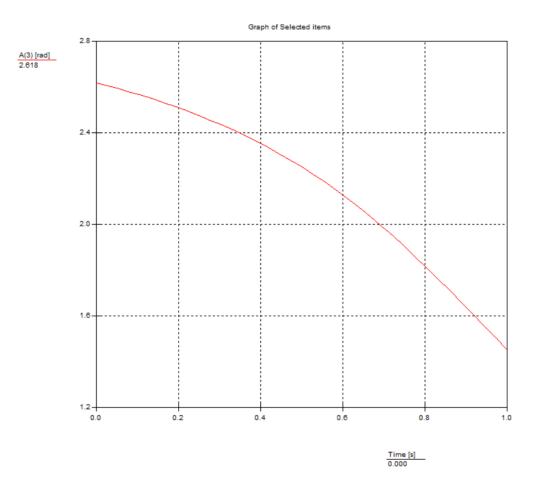
$$V_{S_3} = \omega_3 l_{CS_3} = 0,4627 * 0,3842 = 0,1778 \frac{m}{s}$$

$$a_{S_3}{}^n = \omega_3{}^2 l_{CS_3} = 0,4627 {}^2 * 0,3842 = 0,0823 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{S_3}{}^\tau = \varepsilon_3 l_{CS_3} = 0,7416 * 0,3842 = 0,2849 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{S_3} = \sqrt{a_{S_3}{}^{n^2} + a_{S_3}{}^{\tau^2}} = \sqrt{0,0823^2 + 0,2849^2} = 0,2965 \frac{m}{s^2}$$

7.1 Wynik analizy kąta φ_3 w programie SAM



$$2,618 \ rad \approx 150^{\circ}$$

 $\varphi_3 = 180^{\circ} - 150^{\circ} = 30^{\circ}$

8. Zestawienie wyników

Parametr	Metoda grafoanalityczna	Metoda analityczna	SAM
$V_D\left[\frac{m}{s}\right]$	0,0803	0,0802	0,08
$V_{B_3}\left[\frac{m}{s}\right]$	0,2503	0,25	-
$V_{B_2B_3}\left[\frac{m}{s}\right]$	0,433	-0,433	-
$V_{S_3}\left[\frac{m}{s}\right]$	0,178	0,1778	-
φ ₃ [°]	-	30	30
$\omega_3 \left[\frac{1}{s}\right]$	0,463	0,4627	-0,462
$\varepsilon_3 \left[\frac{1}{s^2}\right]$	0,7422	0,7416	-0,741
$a_D \left[\frac{\overline{m}}{s^2} \right]$	0,134	0,1338	0,134
$a_{B_3}\left[\frac{m}{s^2}\right]$	0,4174	0,4171	-
$a_{B_2B_3}\left[\frac{m}{S^2}\right]$	0,1158	0,1157	-
$a_{S_3}\left[\frac{\widetilde{m}}{S^2}\right]$	0,297	0,2965	-

9. Analiza kinostatyczna mechanizmu

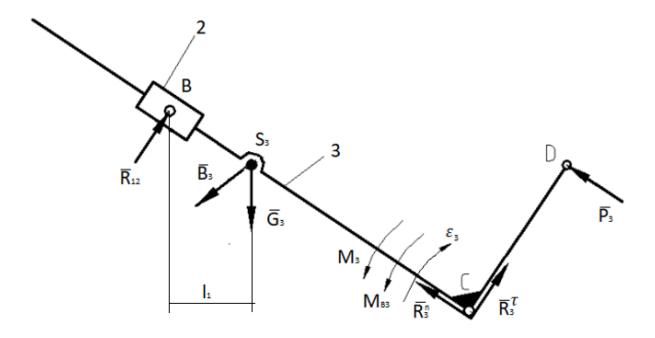
Wcześniej obliczone i przyjęte wartości parametrów:

Parametr	Wartość
Masa członu 3 - m_3	16,64 kg
Moment bezwładności członu 3 - J_{S3}	0,7773 kg* m ²
Ciężar członu 3 - G_3	163,24 N
Siła zewnętrzna - P ₃	12 N
Moment siły zewnętrznej - M_3	3 Nm

Siła bezwładności i moment od siły bezwładności:

$$\overline{B_3} = -m_3 \overline{a_{S_3}}$$
 $B_3 = m_3 a_{S_3} = 16,64 * 0,297 = 4,942 \text{ N}$
 $\overline{M_{B3}} = -J_{S3} \overline{\varepsilon_3}$
 $M_{B3} = J_{S3} \varepsilon_3 = 0,7773 * 0,742 = 0,5768 \text{ Nm}$

Uwalniam grupę strukturalną (2,3) z więzów oraz przykładam siły reakcji i zewnętrzne:



Suma wektorowa sił działających na mechanizm:

$$\overline{R_{12}} + \overline{G_3} + \overline{B_3} + \overline{P_3} + \overline{R_3}^n + \overline{R_3}^\tau = 0$$

Równanie posiada 3 niewiadome i można z niego ułożyć tylko 2 równania co czyni go aktualnie niemożliwym do rozwiązania. Uzyskuje dodatkowe równanie z równowagi momentów względem punktu B.

$$B_3 l_{BS3} + G_3 l_1 - R_3^{\tau} l_{BC} - P_3 l_{CD} - M_3 - M_{B3} = 0$$

Z równania uzyskuje wartość siły R_3^{τ} :

$$R_{3}^{\ \tau} = \frac{B_{3}l_{BS3} + G_{3}l_{1} - P_{3}l_{CD} - M_{3} - M_{B3}}{l_{BC}}$$

$$R_{3}^{\ \tau} = \frac{4,942 * 0,1877 + 163,24 * 0,1875 - 12 * 0,1734 - 3 - 0,5768}{0,5403}$$

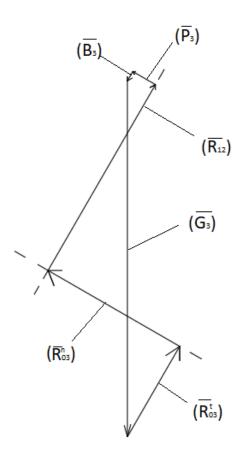
$$R_{3}^{\ \tau} = 47,895 \, N$$

Mając wartość tej siły pozostają nam tylko dwie niewiadome - $\overline{R_{12}}$ i $\overline{R_3}^n$, które można wyliczyć korzystając z metody grafoanalitycznej i wieloboku sił. Wykorzystuje podziałkę sił:

$$k_F = \frac{F}{(F)} = \frac{1}{10} \left[\frac{N}{mm} \right]$$

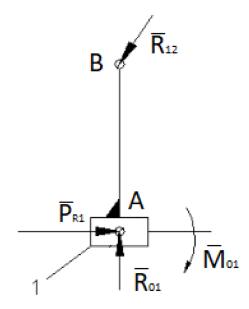
W praktyce oznacza to, że wektor siły (F) o długości 10 mm jest równoznaczny z jego rzeczywistą wartością F=1N.

Plan sił:



$$(R_{12}) = 984.2 \text{ mm}$$
 $(R_3^n) = 696.2 \text{ mm}$ $R_{12} = 98.42 \text{ N}$ $R_3^n = 69.62 \text{ N}$

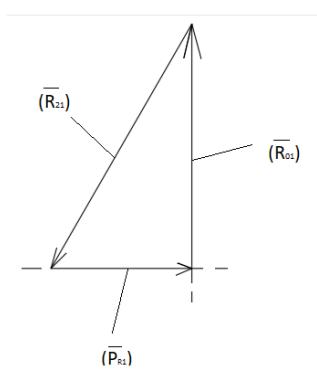
Rysuję siły działające na człon napędzający uwolniony od więzów:



Równanie wieloboku sił:

$$\overline{R_{12}} + \overline{P_{R1}} + \overline{R_{01}} = 0$$

Wektory $\overline{P_{R1}}$ i $\overline{R_{01}}$ są znane co do kierunku, a wektor $\overline{R_{12}}$ co do kierunku i wartości. Rysuje plan sił:



$$(P_{R1}) = 492,1 \ mm$$

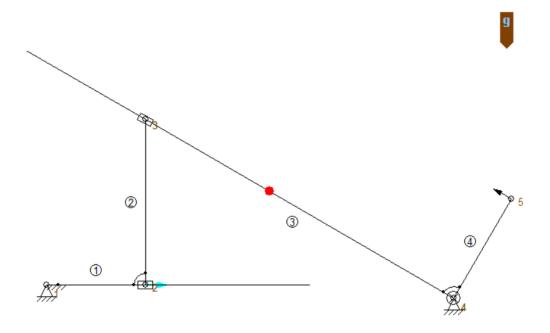
$$P_{R1} = 49,21 \, N$$

$$(R_{01}) = 852,3 \ mm$$

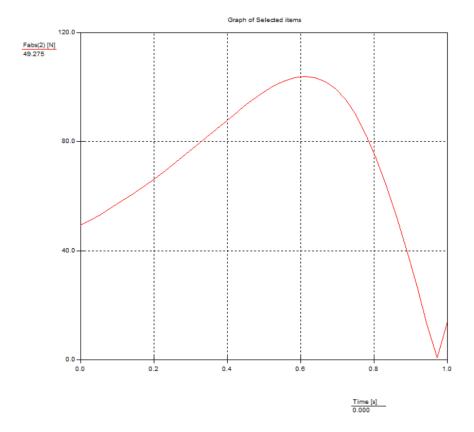
$$R_{01} = 85.23 N$$

9.1 Analiza siły w programie SAM

Model:



wykres:



9.2 Zestawienie wyników

	Metoda grafoanalityczna	SAM
Wartość siły P_{R1} [N]	49,21	49.275