

Modelagem matemática da pandemia de COVID-19 no Canadá

Danilo Lemos Cardoso
Igor Cortes Junqueira

Setembro de 2020

Sumário

Resumo	2
Introdução	3
Metodologia	5
Resultados	8
Discussão e Conclusão	11
Bibliografia	12

Resumo

Este trabalho visa realizar a modelagem do processo epidemiológico da COVID-19 nas províncias de Quebec e Ontário no Canadá, que têm representado maior relevância na pandemia até então. O país teve, até então, certa eficiência na contenção com medidas de isolamento, mas teme por uma segunda onda a medida que o relaxamento das medidas se amplia.

O modelo adotado é uma variação do compartimental SEIHR, com adição de uma partição de quarentenados, que não se expõe ao vírus, e de assintomáticos, que passam diretamente para recuperados dado período de recuperação. Parâmetros como a taxa de quarentenados foram adotados como função do tempo para melhor ajustar às diferentes políticas no decorrer das fases da pandemia.

Introdução

O Canadá é um país de colonização inglesa e francesa que é dividido nas chamadas províncias, que possuem certa autonomia em todos os aspectos. Quando se trata dos impactos da pandemia de COVID-19, as províncias mais populosas recebem destaques quanto a todos os indicadores.

Com o mapeamento disponibilizado pelo próprio governo canadense [Can], fica evidente que a província de Quebec é a mais relevante no acompanhamento do novo coronavírus, seguida por Ontario, com significativamente menos casos. As demais províncias apresentam números significativamente menos relevantes, sendo que Alberta e British Columbia juntas representam boa parte dos dados restantes.

Neste cenário, a maioria dos estudos e informações se referem diretamente aos epicentros da doença no país. O acompanhamento dos casos no Canadá se iniciaram na primeira quinzena de março, quando medidas começaram a ser adotadas em larga escala mundialmente para tentar conter o avanço da pandemia e atingir o visado achatamento da curva, permitindo assim uma redução das fatalidades. O histórico e medidas citados são percorridos pela JAMA Network [DB20].

Acompanhando o detalhamento da Global News [Oli], fica evidente que o país foi capaz de manter indicadores muito mais próximos dos desejáveis, indicando uma eficácia das medidas de distanciamento social implementadas. O número de casos confirmados diários, por exemplo, se manteve no pico a menos de dois mil casos diários nacionais.

Em meados de agosto, os governos iniciaram procedimentos de reabertura gradual, restaurando parte da mobilidade e contato prévios. Os resultados dessas medidas graduais ainda estão para serem observados, mas até então, como indicado pela CBC [Chi] nos dados sobre escolas em Quebec, não houve aumento alarmante de casos para indicar uma necessidade de fechamento.

Porém, muitos modelos e pesquisadores indicam a possibilidade de uma segunda onda prestes a atingir o país. Na primeira semana de setembro, autoridades pedem precaução às massas, como relatado pela CTV News [Jon] nos anúncios prévios a um fim de semana prolongado.

Em vista da situação apresentada, esse trabalho focará na modelagem da dinâmica da pandemia nas províncias de Quebec e Ontario, que juntas representam praticamente 80% dos casos, além de apresentarem um domínio bem mais homogêneo quando comparado ao país como um todo.

Se tratando da literatura científica, como esperado, uma situação sem precedentes como a pandemia atual atrai a atenção de pesquisadores e especialistas, gerando uma série de trabalhos que visam compreender e mapear o funcionamento e espalhamento da doença em questão. Assim, há uma série de trabalhos a esse respeito, nos quais iremos nos basear para a construção de nosso modelo de forma fidedigna às características de espalhamento da COVID-19.

Dentre os trabalhos em questão, há um [Ogd20] endossado pelo governo canadense, e no qual se basearam majoritariamente as medidas tomadas de isolamento social e contenção da pandemia. Usando essencialmente um modelo

compartimental SEIR com alguns ajustes, dentre eles a inclusão de compartimentos de quarentenados, a equipe de doze pesquisadores previu que, não havendo intervenção governamental, mais de 70% da população canadense poderia se infectar.

Com a aplicação das medidas de isolamento, o trabalho previu a possibilidade de contaminação inferior a 25%. E mesmo que com medidas mais brandas e uma contaminação maior, as mesmas deveriam ainda culminar no desejado achatamento da curva, distribuindo os casos ao longo do tempo e permitindo que o sistema de saúde absorvesse maior quantidade de indivíduos no período.

Outro trabalho semelhante foi também publicado na CMAJ em maio deste ano [TFG20]. Com um modelo bem semelhante, mas desta vez com um maior detalhamento dos compartimentos hospitalares dos casos mais graves da doença, o trio autor explorou a transmissão e as estratégias de mitigação da COVID-19 na província de Ontário.

Como já apresentado anteriormente, o Canadá é um país cuja população se distribui de forma heterogênea ao extremo, sendo que há províncias que sequer apresentam casos de COVID-19. Assim, trabalhos mais específicos como esse normalmente conseguem uma precisão maior em seus detalhamentos.

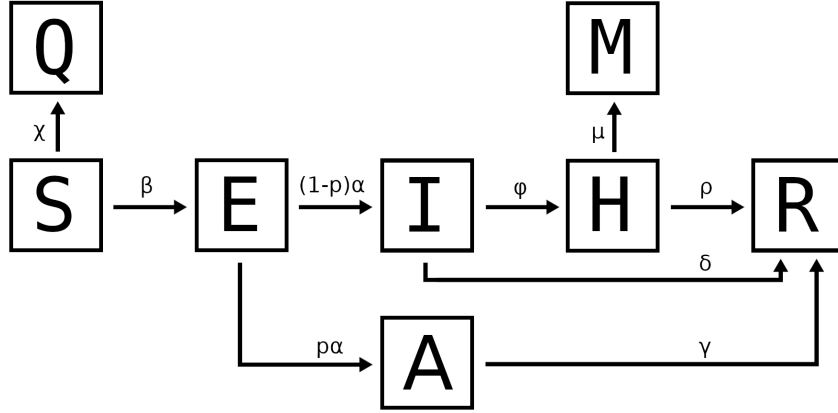
Com resultados semelhantes, o trio projetava uma situação de mais de cem mil casos de hospitalização e cinquenta e cinco mil de UTI na província no caso base, não havendo medidas de contenção. Com o isolamento, a redução de casos graves e, principalmente, sua distribuição ao longo de um intervalo muito maior, reduziriam significativamente o número de fatalidades enfrentadas pelo país.

Por fim, o trabalho publicado na medRxiv [Mah+20] aborda o tema numericamente sem tomar como base um modelo matemático como os citados anteriormente. O artigo explora os impactos das políticas de mitigação nas diversas províncias.

Como resultados, o grupo entendeu que, apesar de rápida e generalizada implementação de políticas de distanciamento social, a pandemia atingiu de forma bastante distinta as diversas províncias, em especial por suas características particulares. Ademais, assim como em muitos lugares, a falta de dados primários e vários intervalos não cobertos são limitadores muito fortes para a modelagem da COVID-19 no país.

Metodologia

Como modelo para o espalhamento da COVID-19, utilizaremos o seguinte sistema compartimental, descrito e corroborado no artigo brasileiro [Fla]:



Neste modelo, temos os seguintes compartimentos, sendo que todos estarão em percentual da população, adotaremos a unidade pessoas $[P]$:

- **S**: Indivíduos suscetíveis à infecção, que ainda não tiveram contato suficiente com o agente causador.
- **E**: Pessoas infectadas, que contraíram recentemente o patógeno e ainda não desenvolveram a doença.
- **I**: Indivíduos infectados que portam a doença e apresentam sintomas, podendo ser leves ou graves, e são contagiosas.
- **R**: Recuperados da doença que estão imunes ao coronavírus.
- **H**: Pessoas hospitalizadas com sintomas mais severos da doença, podendo se recuperar ou falecer.
- **Q**: Quarentenados, isolados em suas residências e com pouco contato com demais indivíduos. Representa em grande escala percentual geral da população que evita contato.
- **A**: Assintomáticos, que pegam a doença e não apresentam sintomas, mas ainda contaminam pessoas com que têm contato com uma certa taxa.
- **M**: Falecimentos em função das adversidades da doença.

Ainda, o modelo seguirá o seguinte conjunto de equações diferenciais que o descrevem:

$$\frac{dS}{dt} = -\lambda[(1 - \chi)S] \quad (1a)$$

$$\frac{dE}{dt} = \lambda[(1 - \chi)S] - \alpha E \quad (1b)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1 - p)\alpha E - \delta I - \varphi I \quad (1c)$$

$$\frac{dA}{dt} = p\alpha E - \gamma A \quad (1d)$$

$$\frac{dH}{dt} = \varphi I - (\rho + \mu)H \quad (1e)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \rho H + \gamma A \quad (1f)$$

Esse conjunto é válido com $\lambda = \beta(I + A)$, ou seja, a taxa de contágio multiplicada pela quantidade de indivíduos contagiosos. Ademais, a população total é tratada como constante ao longo do tempo, sendo então que a soma dos compartimentos é fixa.

Em 1a, temos a taxa de variação dos suscetíveis, que decresce em função da quantidade de pessoas infectadas ao longo do tempo. Em 1b temos a taxa de variação dos expostos, que cresce conforme novos indivíduos são contaminados e decresce com os que se tornam infecciosos.

Já em 1c, temos a variação dos infectados com o tempo, que é dada pela quantidade de expostos que desenvolvem sintomas, removidos os que se recuperam e os que são hospitalizados. Em 1d a quantidade de assintomáticos recebe um percentual que se torna infeccioso e diminui com uma taxa de recuperados.

Finalmente, em 1e temos hospitalizados que recebem os novos casos graves dos infectados e decresce com mortes ou recuperações. Em 1f os Recuperados, que apenas aumentam recebendo hospitalizados, infectados e assintomáticos.

Todos os demais parâmetros, exceto χ , serão tratados simplificarmente como constantes, se tornando médias dos valores observados até então na pandemia. Para χ , pretendemos ajustar uma função do tempo que melhor represente o movimento de expansão e contração das medidas de distanciamento social.

Se tratando das taxas apresentadas, temos:

- β : Taxa de infecção. A taxa ou probabilidade de que um indivíduo se infecte dado que este entra em contato com um portador da doença, ou seja, um infectado ou um assintomático (estamos tratando a taxa de transmissão do assintomático como equivalente à do infectado por simplificação e desconhecimento científico). β possui dimensão $[P]^{-1}[t]^{-1}$, dedutível das equações diferenciais que possuem dimensão $[P][t]^{-1}$. A dimensionalidade também reflete a variação temporal e a dependência da quantidade de infectados para exposição de novos indivíduos.
- χ : Função de quarentenados. Taxa em função do tempo que representa a proporção da população que está em isolamento social, sem contato

com demais indivíduos. Esse parâmetro é adimensional ([1]), reflexo de o compartimento de quarentenados ser também interpretado como apenas um redutor da população geral, modificando a curva de contágio.

- p : Probabilidade assintomática. Chance de um indivíduo exposto ser assintomático. Esse parâmetro é também adimensional ([1]), uma vez que é uma probabilidade.
- α : Taxa de desenvolvimento da doença. Representa a taxa dos expostos que desenvolvem efetivamente a doença, assintomáticos ou não. Em outras palavras, a parcela de expostos que se tornam infecciosos. Modela o intervalo entre a exposição e o período infeccioso. Dimensionalmente, o parâmetro é $[t]^{-1}$, justificável por ser uma taxa de variação temporal, ou período, como muitos elementos do modelo.
- φ : Taxa de casos graves. Representa o percentual de indivíduos infectados que precisam de hospitalização. A dimensionalidade do parâmetro é também $[t]^{-1}$.
- δ : Recuperação direta. Taxa de infectados que se recuperam diretamente, sem necessidade de hospitalização. A dimensão deste parâmetro também é $[t]^{-1}$.
- γ : Recuperação assintomática. Taxa dos assintomáticos que se tornam recuperados no instante de tempo. Sua dimensionalidade é também $[t]^{-1}$.
- ρ : Recuperação de casos graves. Percentual dos indivíduos hospitalizados que se recuperam e se tornam imunes. Possui também dimensão $[t]^{-1}$.
- μ : Mortalidade. Taxa dos indivíduos hospitalizados que falecem em função da doença. Dimensionalmente também avaliado em $[t]^{-1}$.

Esse modelo é amplamente utilizado na literatura para a modelagem da epidemia de COVID-19. Isso se deve ao fato do modelo ser simples de implementar e representar bem cada estado da doença, apesar de haver ainda várias incertezas como a possibilidade de reinfeção e a quantidade real de assintomáticos.

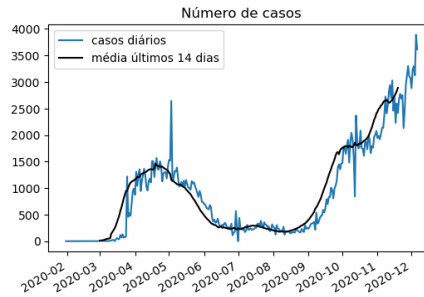
Variações do SEIR, como essa, vem sendo utilizadas em diversas modelagens não apenas da COVID-19 mas também de diversas doenças com comportamento semelhante. Até o momento, trabalhos do gênero, como os já citados neste texto, têm conseguido boa precisão em diversos parâmetros.

Por fim, o sistema compartimental adotado permite uma fácil manipulação e uma modelagem acessível e compreensível, com um nível ideal de simplificação da realidade.

Resultados

Foram utilizados os seguintes dados sobre a pandemia nas províncias: casos diários da doença, mortes diárias e o dado de movimentação em postos de trabalho do Google. Este último foi usado para servir de referência ao parâmetro de quarentenados.

Os dados que temos da realidade representam a quantidade de hospitalizados novos e a quantidade de mortos novos a cada dia. Esses valores são equivalentes a $\varphi \cdot I$ e $\mu \cdot H$ respectivamente. Os dados podem sofrer alterações ao longo da semana devido aos fins de semana e podem sofrer atrasos de notificação, por isso foi calculada a média móvel nos últimos 14 dias; assim o prolema de variação diminui e a curva se desloca um pouco para a esquerda, reduzindo um pouco do atraso de notificação.



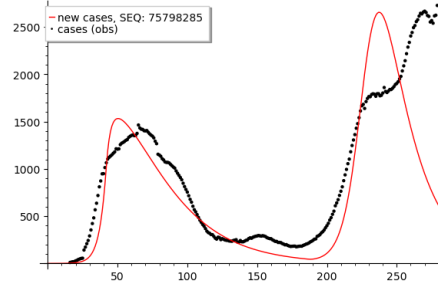
Para modelar a variação da quarentena, em vez de definir uma função de quarentenados ao longo do tempo adicionamos dois novos parâmetros, q e r , de forma que a quarentena atingirá um nível χ depois de q dias, e mudará para 0 depois de $q + r$ dias. Dessa forma, apesar de perder um pouco da flexibilidade, o modelo se encaixa bem à dinâmica de duas ondas de infecção, que é o que aparenta estar acontecendo no Canadá. Além disso foi adicionado um t_0 para o dia em que a medição de casos começa, assim podemos encaixar as curvas transladando-as horizontalmente.

Os parâmetros foram aproximados com a ajuda dos controles deslizantes do IPython. Isso foi feito depois de várias tentativas com o RandomSearch do Sherpa; como era um intervalo de tempo muito longo, o modelo não conseguia simular as duas ondas dos dados. Porém o RandomSearch consegue fazer uma aproximação local se encontrarmos parâmetros satisfatórios com o controle deslizante e limitarmos a busca aleatória para vizinhanças próximas aos valores obtidos.

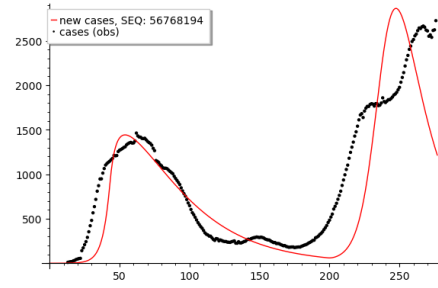
Movendo os controles deslizantes foi possível observar um pouco do comportamento do modelo. O primeiro é que diminuir o q (tempo que demorou para se adotar a quarentena) faz com que a primeira onda diminua rápido, mas em compensação faz a segunda onda crescer. O parâmetro χ deve ser um valor alto (maior que 90%) para poder encaixar o resultado nos dados observados. A curva de mortalidade do modelo segue a curva de infectados pelo fato do modelo tratar a mortalidade da doença como constante; devido a isso a aproximação foi

feita apenas com a curva de casos, já que nos dados observados a mortalidade variou muito da primeira para a segunda onda.

Resultado obtido com o controle deslizando:



Fazendo o RandomSearch nas vizinhanças dos parâmetros:

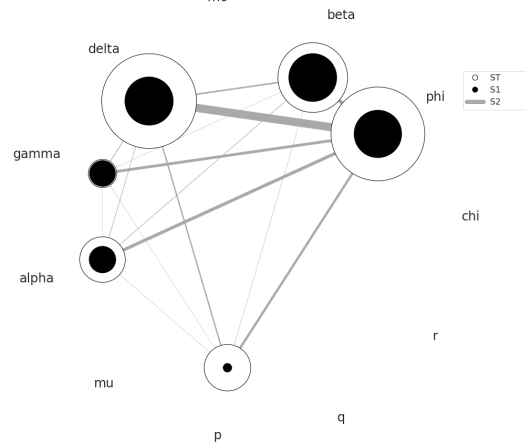
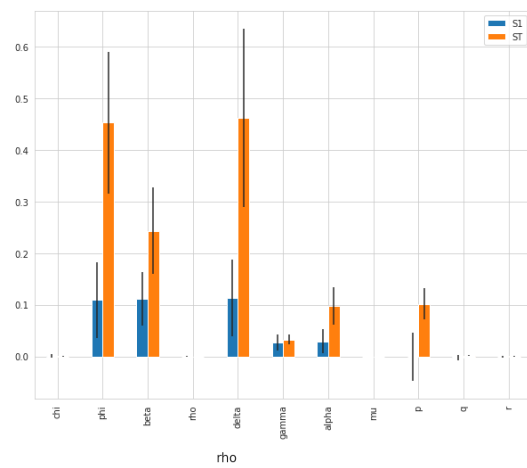


Os parâmetros obtidos no final foram aproximadamente:

$\alpha = 0.23$, $\beta = 0.58$, $\chi = 0.90$, $\delta = 0.04$, $\gamma = 0.07$, $\mu = 0.12$, $p = 0.85$, $\varphi = 0.0048$, $q = 43$, $r = 156$ e $\rho = 0.35$.

O modelo apresenta o equilíbrio estável na ausência da doença. O R_0 é determinado como $-\frac{\beta\chi-\beta}{\delta}$; com os parâmetros estimados, assume valor de aproximadamente 0.144, indicando o quanto a quarentena no país tem se mostrado incrivelmente eficaz. Isso certamente condiz com os casos terem quase zerado próximo ao ápice do isolamento.

No critério sensibilidade, o modelo adotado corresponde ao padrão compartimental apresentado e implementado pela epidemod. Assim, com o notebook também no repositório, conseguimos os índices de primeira e segunda ordem apresentados nas imagens a seguir.



Discussão e Conclusão

Analisando os parâmetros encontrados, temos um altíssimo valor de χ , indicando um valor enorme de quarentenados, corroborando o fato de um isolamento bem sucedido. Já β , a taxa de infecção, se apresentou bastante alta também, que em especulação pode indicar descuido da parcela não quarentenada ou simplesmente um mecanismo de contrabalanceamento do ajuste do modelo.

O valor de ρ foi também bastante alto em comparação com valores encontrados na literatura, indicando que uma boa quantidade de casos graves atinge recuperação. Disso, temos uma corroboração de um sistema de saúde bem preparado, que é o cenário aparente do país. Da mesma forma, a taxa δ tem um valor bastante elevado.

Como já discutido, as medidas de contenção do país tem sido bastante eficazes, e os casos crescem sob controle em movimentos de reabertura. Toda a informação veiculada e a seriedade com que a pandemia tem sido tratada figuram o Canadá como modelo de resposta à COVID-19.

O método compartimental apresentado, amplamente utilizado, mostrou-se mais uma vez bastante eficiente, dado suas limitações, para o mapeamento da doença no nosso cenário. A análise é corroborada por boa parte das informações diversas que tem sido veiculadas.

O mapeamento das regiões mais relevantes do país permitiu uma apuração mais precisa da situação, e certamente reflete as medidas que já vem sendo tomadas pelas autoridades locais. As províncias mapeadas continuam em movimentos de contenção e reabertura periódicos, que certamente são tomadas por modelagens semelhantes.

Se tratando do controle a longo prazo, fica evidente que a forma mais adequada de se lidar com a pandemia é a pática do isolamento e buscar métodos para eliminar a doença com vacinas e imunidade coletiva. Até lá, a dinâmica deve se parecer com o comportamento adotado pelo Canadá.

Bibliografia

- [DB20] Allan S. Detsky e Isaac I. Bogoch. «COVID-19 in Canada: Experience and Response.» Em: *JAMA* 324.8 (ago. de 2020), pp. 743–744. ISSN: 0098-7484. DOI: 10.1001/jama.2020.14033. URL: <https://doi.org/10.1001/jama.2020.14033>.
- [Mah+20] Mohamed Mahsin et al. «The Coronavirus 2019 pandemic in Canada: the impact of public health interventions on the course of the outbreak in Alberta and other provinces». Em: *medRxiv* (2020). DOI: 10.1101/2020.05.09.20096636. eprint: <https://www.medrxiv.org/content/early/2020/05/13/2020.05.09.20096636.full.pdf>. URL: <https://www.medrxiv.org/content/early/2020/05/13/2020.05.09.20096636>.
- [Ogd20] Ogden NH, Fazil A, Arino J, Berthiaume P, Fisman DN, Greer AL, Ludwig A, Ng V, Tuite AR, Turgeon P, Waddell LA, Wu J. «Modelling scenarios of the epidemic of COVID-19 in Canada». Em: *CCDR* 46.6 (jun. de 2020). ISSN: 1481-8531. URL: <https://doi.org/10.14745/ccdr.v46i06a08>.
- [TFG20] Ashleigh R. Tuite, David N. Fisman e Amy L. Greer. «Mathematical modelling of COVID-19 transmission and mitigation strategies in the population of Ontario, Canada». Em: *CMAJ* 192.19 (2020), E497–E505. DOI: 10.1503/cmaj.200476. URL: <https://www.cmaj.ca/content/cmaj/192/19/E497.full.pdf>.
- [Can] Government of Canada. *Coronavirus disease (COVID-19): Outbreak update*. URL: <https://www.canada.ca/en/public-health/services/diseases/2019-novel-coronavirus-infection.html>. (accessed: 05.09.2020).
- [Chi] Paul Chiasson. *Nearly 50 Quebec schools have at least 1 case of COVID-19, but no outbreaks so far*. URL: <https://www.cbc.ca/news/canada/montreal/covid-19-schools-quebec-list-1.5713145>. (accessed: 05.09.2020).
- [Fla] Luiz Max Flavio Coelho. «Modeling the Post-Containment Elimination of Transmission of COVID-19». Em: *medRxiv* (). URL: <https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.06.15.20132050v1.full.pdf>.
- [Jon] Nicole Bogart Jonathan Foraniof. *'COVID-19 does not take holidays': Experts urge caution as cases rise before long weekend*. URL: <https://www.ctvnews.ca/health/coronavirus/covid-19-does-not-take-holidays-experts-urge-caution-as-cases-rise-before-long-weekend-1.5092645>. (accessed: 05.09.2020).

[Oli] Patrick Cain Olivia Bowden. *How many Canadians have the new coronavirus? Total number of confirmed cases by region*. URL: <https://globalnews.ca/news/6649164/canada-coronavirus-cases>. (accessed: 05.09.2020).