Algoritmos e Estruturas de Dados

Igor Montagner

qua 18 dez 2024 19:00:22 -03

Vamos definir nossa linguagem para trabalhar com árvores nesta aula. Dado um nó x de nossa árvore,

- $x.left$ é o filho esquerdo de x. Se ele não existir seu valor é NIL
- $x.right$ é o filho direito de x. Se ele não existir seu valor é NIL
- $x.key$ é o valor que x representa na árvore.

Árvores são estruturas naturalmente recursivas. Se tormarmos um nó x qualquer de uma árvore podemos falar em uma *subárvore enraizada em x*. Assim, podemos definir uma árvore como:

- um nó raiz r com uma chave $r.key$
- um apontador para uma subárvore esquerda $r.left$
- um apontador para uma subárvore direita $r.right$

A figura (fonte abaixo é um bom resumo do vocabulário usado em árvores.

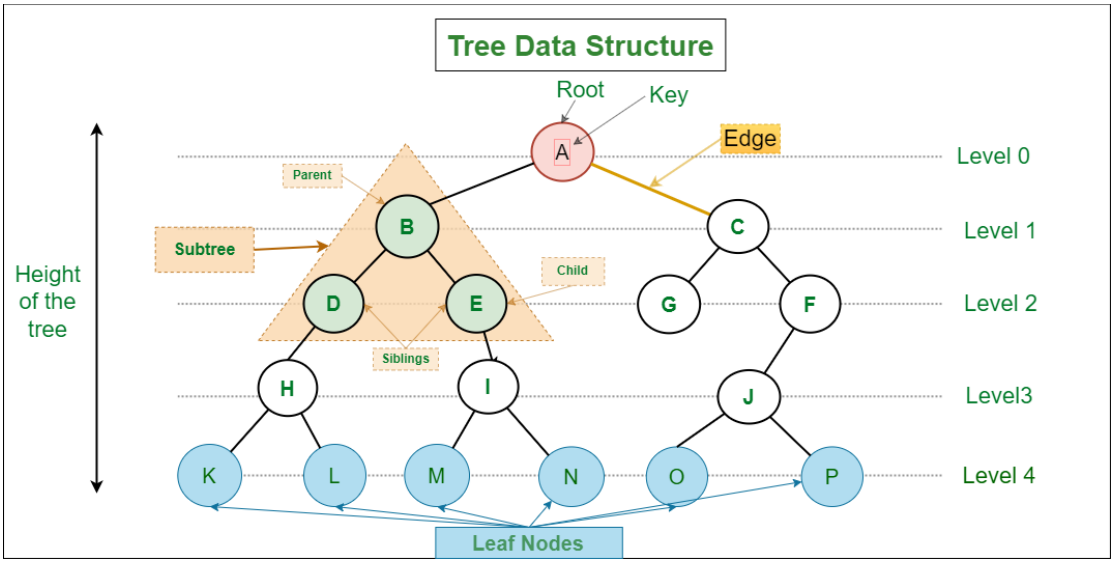


Figure 1: Fonte: https://www.geeksforgeeks.org/introduction-to-tree-data-structure-and-algorithm-tutorials/

Uma *Árvore de Busca Binária* é umaárvore especial que guarda seus elementos em ordem crescente de *key*. Para isso ela tem a seguinte propriedade:

Propriedade básica da ABB

Para todo nó x em uma ABB:

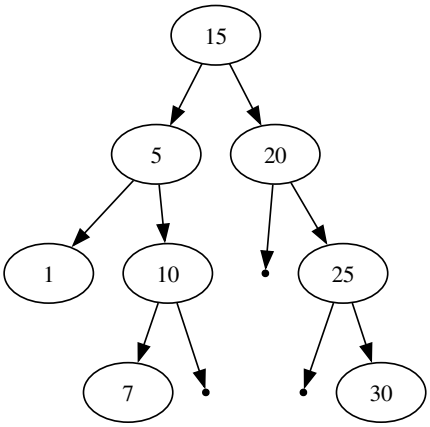
- $x.key \geq l.key$ para todo nó l na subárvore esquerda de x
- $x.key \leq r.key$ para todo nó r na subárvore direita de x

Se uma árvore não respeitar as propriedades acima então ela não é uma ABB.
Isso facilita muito checarmos se um elemento está na árvore.

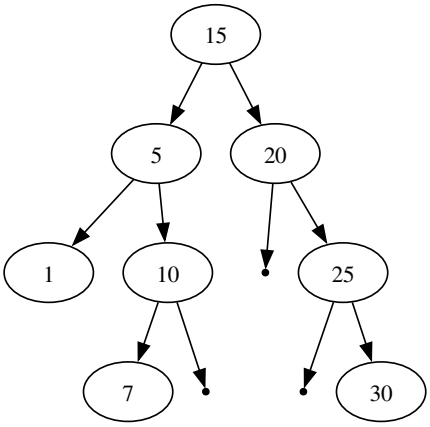
Buscando por elementos

A busca (*query*) é a operação mais básica de uma ABB e envolve dizer se existe um elemento com chave k na árvore. É também um ótimo lugar para começarmos a entender como aplicar a *Propriedade básica da ABB*.

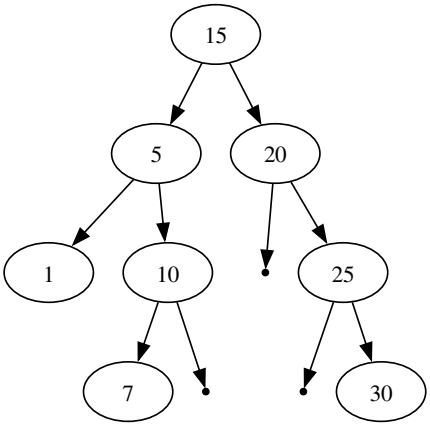
Faremos a busca do valor **7** na árvore abaixo. Desenhe em cima da árvore as decisões tomadas em cada nó, começando na raiz e descendo até encontrar o valor **7**.



Agora faça a busca pelo valor **27**. Desenhe em cima da árvore as decisões tomadas em cada nó.
O que acontece quando chegamos em um nó raiz?



Agora faça a busca pelo valor **13**. Desenhe em cima da árvore as decisões tomadas em cada nó.
Como descobrimos que esse valor **não** está na árvore?



Vamos agora formalizar essas simulações no algoritmo `QUERY(R, K)` que busca o valor `K` na árvore enraizada em `R`.

Versão iterativa:

Versão recursiva:

Implementação

Todos exercícios do PrairieLearn usam o seguinte `struct`. Ele é basicamente idêntico à maneira que escrevemos nosso pseudo-código.

```
typedef struct _TreeNode {
    struct _TreeNode *left, *right;
    int key;
} TreeNode;
```

Validar uma *ABB*

Vamos começar vendo alguns exemplos de árvores que não são *ABB*.

!!! exercise choice

```
Para qual nó da árvore abaixo a propriedade básica da ABB não vale?

{% set graph %}
digraph G {
  node [fillcolor="#d9dfff" color="#d9dfff" style="filled"]
  15 -> 14
  15 -> 21
  14 -> 10
  14 -> 16
  21 -> 17
  21 -> null1
  # sdlfk
  null1 [shape=point]
  null2 [shape=point]
  null3 [shape=point]
}
{% endset %}
<graphviz-graph graph='{{ graph }}'></graphviz-graph>

- [x] 15
- [ ] 14
- [ ] 10
- [ ] 16
- [ ] 21
- [ ] 17
```

!!! exercise choice Para qual nó da árvore abaixo a propriedade básica da ABB não vale?

```
{% set graph %}
digraph G {
  node [fillcolor="#d9dfff" color="#d9dfff" style="filled"]
  17 -> 14
  17 -> 22
  14 -> 10
  14 -> 16
  22 -> 21
  22 -> null1
  21 -> 18
  21 -> 23
  # sdlfk
  null1 [shape=point]
}
{% endset %}
<graphviz-graph graph='{{ graph }}'></graphviz-graph>

- [ ] 17
- [ ] 14
- [x] 22
```

```
- [ ] 10
- [ ] 16
- [ ] 21
- [ ] 18
- [ ] 23
```

Percebemos que um algoritmo para isso precisa de várias partes!

1. precisamos checar se a propriedade é válida para todosos nós
2. para checar a propriedade precisamos percorrer toda a subárvore esquerda e toda a subárvore direita.

Esses dois passos tem algo em comum: eles envolvem visitar todos os nós da árvore.

!!! exercise long Escreva abaixo um rascunho de um algoritmo para visitar todos os nós de uma árvore.

```
!!! answer
    Será discutido na próxima aula.
```

Com base nesse algoritmo, faça a implementação no PrairieLearn do algoritmo para checar se uma árvore é válida.

Estudo extra

Os seguintes exercícios do leetcode são interessantes e relacionados ao assunto atual.

1. Soma de caminho até folha
2. Soma K
3. Altura mínima