Componentes Conexas

Algoritmos e Estruturas de Dados - 2025/02

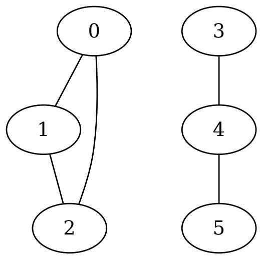
Última atualização: 25/07/2025 11:03

Seja $G = (V, A)$ um grafo não direcionado sem pesos. Um subconjunto $C \subseteq V$ de vértices é um *componente conexo* se e somente se

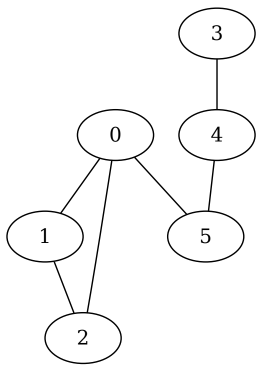
1. para todos par de vértices $v, w \in C$ existe um caminho que começa em v e termina em w
2. para todo $v \in C$ e $w \in V - C$, não existe caminho entre v e w.

Vamos praticar um pouco a identificação de componentes conexas?

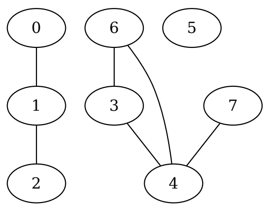
Exercício: Quantos componentes conexos tem o grafo abaixo? Anote na figura quais são.



Exercício: Quantos componentes conexos tem o grafo abaixo? Anote na figura quais são.



Exercício: Quantos componentes conexos tem o grafo abaixo? Anote na figura quais são.



Vamos agora exercitar nossa compreensão dessa definição com algumas questões teóricas.

Exercício: Dado um grafo $G = (V, A), |V| > 0$, quais são os números mínimo e máximo de componentes conexos?

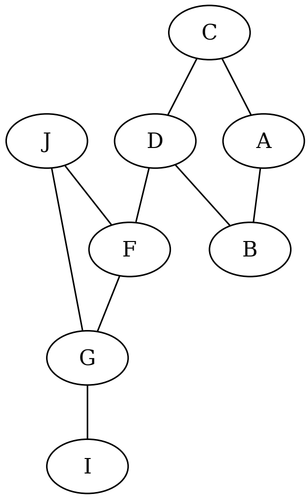
Exercício: O item 1 da definição só diz que o início e o fim do caminho tem que estar em C. É possível existir um caminho entre dois vértices em C que contenha ao menos um vértice que não está em C?

Um algoritmo simples para componentes conexas

Em IA e TecProg já vimos um algoritmo que lembra muito a definição de Componente Conexo: Busca em Profundidade (DFS)! Como sempre, vamos começar simulando essa ideia para entender como o algoritmo pode ajudar.

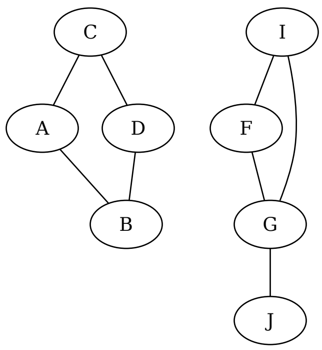
Exercício: Dado o grafo abaixo, comece uma DFS a partir do vértice `D` e numere os vértices de acordo com quando eles forem visitados.

A ordem de visitação dos vizinhos de um vértice é alfabética.



Exercício: Dado o grafo abaixo, comece uma DFS a partir do vértice `D` e numere os vértices de acordo com quando eles forem visitados.

A ordem de visitação dos vizinhos de um vértice é alfabética.



E o segundo componente?

Precisaríamos iniciar uma nova *DFS* para conseguir rotular os elementos do segundo componente. Em geral vamos precisar de **uma DFS para cada componente do grafo**.

Várias coisas relevantes acontecem nos exemplos acima:

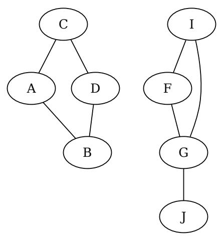
1. no primeiro todos os nós são visitados. Isso acontece pois há somente um componente conexo.
2. ainda no primeiro, quando temos um ciclo (como na sequência `D-B-A-C`) chega um momento em que encontramos um vértice que já foi visitado e que não é o predecessor.
3. no segundo exemplo iniciamos no vértice `D`, que não conecta com o componente de baixo. Por isso alguns nós ficam sem número quando acabamos a DFS

Importante

Entenda bem as propriedades acima antes de continuar! Elas são importantes no desenvolvimento desse e de outros algoritmos baseados em DFS

Vamos agora formalizar nosso algoritmo `IDENTIFICA-COMPONENTES(G, LABELS)`. A saída do algoritmo será um array em que cada vértice contém um número identificador de seu componente (começando em 1). Dois vértices estão no mesmo componente se eles possuem o mesmo identificador. Vejamos um exemplo.

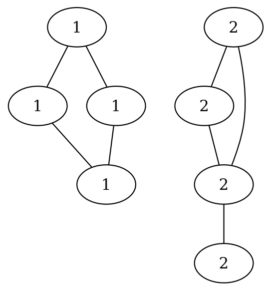
Entrada:



Saída: Duas saídas são possíveis:

- `[ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2 ]` (se começamos em `A, B, C` ou `D`) **ou**
- `[ 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1 ]` (se começamos em `F, G, I` ou `J`).

Visualmente isso seria equivalente a:



Já sabemos que o `IDENTIFICA-COMPONENTES` será baseado em DFS e que esse algoritmo depende de algumas outras subrotinas. Você pode supor que os seguintes algoritmos estão disponíveis para usar como subrotinas.

1. `NVERTICES(G)` retorna o número de vértices do grafo
2. `EH_VIZINHO(G, I, J)` retorna `VERDADEIRO` se os vértices `I` e `J` são ligados por uma aresta
3. todos algoritmos do Array que já usamos em TecProg.

Com isso já temos o necessário para criar nosso algoritmo. Vamos tentar?

Algoritmo `IDENTIFICA-COMPONENTES(G, LABELS)`

Dicas:

1. `LABELS` não vem inicializado. Como você pode inicializá-lo para que seja fácil diferenciar vértices não visitados de vértices que já tem rótulo?
2. Pode ser necessário criar mais de uma função.
3. Lembre-se que o número máximo de componentes conexas é $|V|$