Balanceamento de Árvores Binárias de Busca

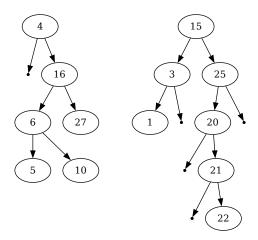
Algoritmos e Estruturas de Dados - 2025/02

Última atualização: 25/07/2025 11:02

Revisão

Vamos começar relembrando conceitos importantes para essa aula.

Exercício: Qual é a altura das árvores abaixo?



Exercício: Desenhe a árvore criada quando inserimos os seguintes valores em uma ABB. Note que estamos criando duas árvores com os mesmos valores, mas inseridos em ordens diferentes.

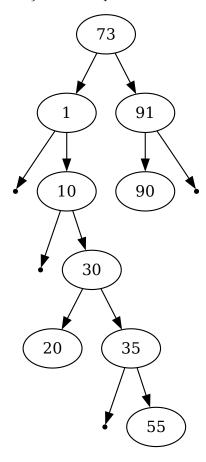
- 5 7 11 33 3 15 2
- 2 7 5 11 3 33 15

Balanceamento usando array auxiliar

Vamos relembrar o algoritmo visto na parte expositiva:

- 1. passe por todos elementos em-ordem, guardando o valor em um array
- 2. insira como raiz o elemento do meio do array
- 3. faça o passo 2 recursivamente para cada lado do array

Podemos interpretar esse algoritmo como um que encontra a melhor ordem de inserção. Vamos praticar com a árvore abaixo e simular a execução desses 3 passos.



Iremos fazer a simulação passo a passo.

Passo 1: Passe pelos nós da árvore em-ordem e coloque-os ao lado.

Com este resultado na mão, vamos começar a determinar uma ordem de inserção para que a árvore fique balanceada. Se ficar em dúvida, reveja o passo 2 do algoritmo acima.

Passo 2: Qual é o primeiro elemento a ser inserido?

Vamos agora inserir todos valores menores que a esse elemento. No caso, serão os elementos $1\,\,10\,\,20\,\,30.$

Passo 3: Encontre novamente o elemento do meio e coloque-o ao lado. (Como estamos com 4 elementos, selecionamos o "do meio à esquerda")

Passo 4: Continue o algoritmo até processar todos os elementos menores que a raiz. Desenhe a árvore abaixo.

Faz diferença pegar o elemento à esquerda ou à direita?

Refaça os passos 2 a 4 pegando sempre o elemento da direita e desenha a àrvore abaixo. A altura da árvore resultante é igual ao seu desenho acima?

Passo n: Repita o processo para os elementos maiores que 35 (a raiz), usando o critério de escolher a mediana à esquerda. Desenhe abaixo o resultado final.

Agora vamos formalizar as duas partes desse algoritmo.

Parte 1: TREE-TO-ARRAY(R, AUX, IDX) recebe uma árvore R, um array AUX que com tamanho suficiente para todos os nós de R e IDX sendo o índice atual que iremos preencher em AUX. O algoritmo devolve o valor atualizado de IDX.

Algoritmo TREE-TO-ARRAY

Parte 2: REBALANCEIA(R) recebe uma árvore R e devolve uma nova árvore balanceada R2 contendo os mesmos valores que R. Você pode chamar TREE-TO-ARRAY.

Algoritmo REBALANCEIA	