Mecânica Aplicada I

Igor Felipe Da Silva Rodrigues Lopes
Matricula:201810077611
e-mail lopes.igor@graduacao.uerj.br
Turma:1

16 de novembro de 2021

1 questao 1

1.1 (a) A velocidade do ponto B

$$V_b = V_a + \omega ab \ \times \ AB$$
$$*AB = (B - A) => B(30, 30) - A(0, 0) => AB = (30i + 30j)$$
$$*Va = 0$$
$$*ab = 1,5k \ rad/s$$
$$Logo, Vb = 0 + 1,5k \ \times \ (30i + 30j)$$
$$V_b = 45j \ - \ 45i$$

1.2 (b) A velocidade angular da biela BC e a velocidade do ponto C

;

$$V_c = V_b + \omega bc \ \times \ BC$$
$$*BC = (C - B) => C(120, -30) - B(30, 30) => BC = (90i - 60j)$$
$$*V_c \ s\acute{o} \ existe \ na \ dire\c{c}\tilde{a}o \ i$$
$$*V_b = 45j - 45i$$
$$Logo, Vci = -45i + 45j + (\omega bck \ \times \ (90i - 60j))$$
$$Vci = (-45 + 60 * bc)i + (45 + 90 * \ \omega bc)j$$
$$Se \ V_c \ s\acute{o} \ existe \ em \ i,$$
$$logo \ V_c = (-45 + 60 * bc)i \ e \ 45 + 90 * bc = 0$$
$$\omega bc = -45/90 = -0,5k. : V_c = (-45)i + (60 * -0,5)i = -75i$$

1.3 (c) A velocidade angular da barra DC;

$$V_c = Vd + \omega dc \times DC$$
$$*DC = (C - D) => C(120, -30) - D(120, 0) => DC = (0i - 30j)$$
$$*Vd = 0$$
$$*Vc = -75i$$
$$-75i = 0 + dckx - 30j$$
$$-75i = 30 * \omega dci$$
$$\omega dc = -75/30 = -2,5k$$

1.4 (d) A aceleração do ponto B;

$$Ab = Aa + \omega ab \times (\omega abAB) + \alpha ab \times AB$$
$$* = 0$$
$$*Aa = 0$$
$$*AB = (30i + 30j)$$
$$*\omega ab = 1,5k \ rad/s$$
$$Ab = 0 + 1,5k \times (45j - 45i) + 0 \times (30i + 30j)$$
$$Ab = 1,5k \times (45j - 45i)$$
$$Ab = -(67,5i + 67,5j)$$

1.5 (e) As acelerações angulares da biela BC e da barra DC;

$$Ac = Ad + dc \times (\omega dc \times DC) + \alpha dc \times DC$$

$$Ac = Ab + \omega bc \times (\omega bc \times BC) + \alpha bcBC$$

$$*Ad = 0$$

$$*BC = (90i - 60j)$$

$$*DC = (0i - 30j)$$

$$*Ab = -(67,5i + 67,5j)$$

$$*\omega dc = -2,5k$$

$$*\omega bc = -0,5k$$

$$Ac = 0 - 2,5k \times (-2,5k \times -30j) + \alpha dc \times -30j$$

$$Ac = -(67,5i + 67,5j) - 0,5k \times (-0,5k \times (90i - 60j)) + \alpha bc \times (90i - 60j)$$

$$Ac = (-2,5k \times \; -75i) + 30\alpha dci => Ac = 30\alpha dci + 187,5j$$

$$Ac = -(67,5i + 67,5j) + (-22,5i + 15j) + 60\alpha bci + 90\alpha bcj => Ac = (-90 + 60\alpha bc)i + (-52,5 + 90\alpha bc)j$$

$$187,5 = -52,5 + 90\alpha bc => \alpha bc = 240/90 = 2,6666k$$

$$30\alpha dc = -90 + 60\alpha bc. : 30\alpha dc = -90 + 60 * 2,6666 => \alpha dc = 2,3333k$$

1.6 (f) A aceleração do ponto C.

$$Ac = Ad + \omega dc \;\times\; (\omega dc \;\times\; DC) + \alpha dc \;\times\; DC$$

$$*Ad = 0$$

$$*\omega dc = -2,5k$$

$$*\alpha dc = 2,3333k$$

$$*DC = (0i - 30j)$$

$$Ac = 0 - 2,5k \;\times\; (-2,5k - 30j) + 2,3333k \times -30j$$

$$Ac = (-2,5k \;\times\; -75i) + 70i => 187j + 70i$$

1.7 (g) A velocidade do baricentro G da biela BC, supondo que G esteja localizado no centro da biela BC.

$$Vg = Vb + \omega bc \times BG$$

$$*BG = (G - B) => G(75,0) - B(30,30) => BG = (45i - 30j)$$

$$*bc = -0,5k$$

$$*Vb = 45j - 45i$$

$$Vg = 45j - 45i + (-0,5k(45i - 30j))$$

$$Vg = 45j - 45i + (-22,5j - 15i) => Vg = -60i + 22,5j$$

1.8 (h) A aceleração do baricentro da biela BC

$$Ag = Ab + \omega bc(\omega bcBG) + \alpha bc \ \times \ BG$$

$$*\omega bc = -0,5k$$

$$*BG = (45i - 30j)$$

$$*\omega bc = 2,6666k$$

$$*Ab = -(67,5i + 67,5j)$$

$$Ag = -(67,5i + 67,5j) + (-0,5k \ \times \ (-0,5k \ \times \ (45i - 30j))) + 2,6666k \ \times \ (45i - 30j)$$

$$Ag = -(67,5i + 67,5j) + (-0,5k \ (-22,5j - 15i) + 2,6666k \ \times \ (45i - 30j)$$

$$Ag = -(67,5i + 67,5j) + (-11,25i + 7,5j) + (120j + 80i) => Ag = 1,25i +$$

$$Ag = -(67,5i + 67,5j) + (-11,25i + 7,5j) + 120j + 80i => Ag = -38,75i + 60j$$

2 Questão 2: Exercício 9 item 3.5 (problema do rolamento) da página 113

Dados:

$$*Anel\ interno\ gira\ com\ Vai \ = \ 1200\ rpm\bar{}1256,6\ rad/s\ em\ sentido\ horário$$

$$*Anelexternonãogira.Logo, Vae = 0rpm$$

$$*Supondo\ que\ os\ rolos\ giram\ sem\ deslizar\ nas\ pistas$$

$$*Vai \ = \ velocidade\ do\ anel\ interno$$

$$*Vae \ = \ velocidade\ do\ anel\ externo$$

$$*Vca \ = \ velocidade\ do\ centro\ anel$$

$$*Ve \ = \ velocidade\ do\ espaçador$$

2.1 (a) O módulo e o sentido da velocidade angular dos rolos;

$$Vai = Vca + \omega aii \ \times \ (CA)(AI)$$

$$*(CA)(AI) = 0,01m$$

$$Vai = 0 + (-1256,6)k \ \times (0,01)j$$

$$Vai = 12,57im/s$$

$$Vai = Vae + \omega(ai)(ae)x(AI)(AE)$$

$$*(AI)(AE) = 11,2 * 10^{-3} \ j$$

$$12,57i = \omega(ai)(ae)k \ \times 1,2 * 10^{-3}j$$

$$\omega(ai)(ae) = 12,57/11,2 * 10^{-3} = 1122rad/s = 10714rpm\ em\ sentido\ anti-horário$$

2.2 (b) O módulo e o sentido da velocidade angular do anel espaçador.

$$Ve = Vae + \omega(ai)(ae)x(AE)(CA)$$
$$Ve = 0 + 1122k \ \times \ (11,2 * 10^{-3}/2) \ j$$
$$Ve = 6,28 \ i \ m/s$$
$$Ve = Vca + \omega(ca)(e) \ \times \ (CA)(E)$$
$$6,28i = 0 + \omega(ca)(e)k \ \times \ [10 + (11,2/2)] * 10^{-3} \ j$$
$$6,28i = \omega(ca)(e) \ k \ \omega 5,6 * 10^{-3} j$$
$$\omega(ca)(e)k = 402,6 rad/s = 3844 \ rpm \ em \ sentido \ horário$$

3 Questão 3 (Exercício 4 item 4.2; da página 134)

Temos como dados $F_1 = (3 \ \hat{i} + 2 \ \hat{j} + 1 \ \hat{k}) \ kN$
$F_2 = (5 \ \hat{i} + 4 \ \hat{j} - 2 \ \hat{k}) \ kN$
$A = (-1 \ \hat{i} + 2 \ \hat{j} - 3 \ \hat{k}) \ m$
$B = (1 \ \hat{i} + 1 \ \hat{j} + 2 \ \hat{k}) \ kN$

3.1 Força

$$F = F_1 + F_2 = (3 \ \hat{i} + 2 \ \hat{j} + 1 \ \hat{k}) + (5 \ \hat{i} + 4 \ \hat{j} - 2 \ \hat{k})$$
$$F = (-2 \ \hat{i} + 6 \ \hat{j} - 1 \ \hat{k})$$

3.2 Momento

$$M_0 = OA \times F1 + OB \times F2$$

$$M_0 = (-1 \ \hat{i} + 2 \ \hat{j} - 3 \ \hat{k}) \times (3 \ \hat{i} + 2 \ \hat{j} + 1 \ \hat{k}) + (1 \ \hat{i} + 1 \ \hat{j} + 2 \ \hat{k}) \times (-5 \ \hat{i} + 4 \ \hat{j} - 2 \ \hat{k})$$

$$M_0 = -8 \ \hat{k} - 8 \ \hat{j} - 8 \ \hat{i} + 9 \ \hat{k} - 8 \ \hat{j} - 10 \ \hat{i}$$
$$M_0 = (-2 \ \hat{i} - 16 \ \hat{j} + 1 \ \hat{k}) \ kNm$$

4 Questão 4: Exercício 3 item 4.3; da página 139

Dados:

$$OP = [(\frac{2}{t}) \ \hat{i}(0,25 \ t^2) \ \hat{j} \ (3sen(\pi \times t/6) \ \hat{k}] \ m$$
$$t = 1s \ m = 120g = 0,12Kg$$

4.1 (a) A velocidade da partícula P em relação a R

$$RvP = RdOP/dt$$
$$RvP = [(\frac{-2}{t^2}) \ \hat{i} \ (0,5 \times t) \ \hat{j}((\frac{\pi}{2}) \times \cos(\frac{\pi \times t}{6}) \ \hat{k}] \ m/s$$
$$RvP = [\frac{-2}{t^2} \ \hat{i} \ - (0,5 \times t) \ \hat{j} - ((\frac{\pi}{2}) \times \cos(\frac{\pi \times t}{6}) \ \hat{k}] \ m/s$$

4.2 (b) A aceleração de P em relação a R

$$RaP = RdRvP/dt$$

$$RaP = [(\frac{4}{t^3})\ \hat{\imath}\ (0,5)\ \hat{\jmath} + ((\frac{pi^2}{12}) \times \sin\frac{\pi \times t}{6}\ \hat{k}]m/s^2$$

$$Substituindo\ t = 1\ s$$

$$RaP = 4\ \hat{\imath} - 0,5\ \hat{\jmath} + 0,411\ \hat{k}\ m/s^2$$

4.3 c) A resultante de todas as forças que atuam em P

$$F = L(ponto) = m \times RaP = 0,12 \times [4\ \hat{\imath} - 0,5\ \hat{\jmath} + 0,41\ \hat{k}]$$

$$F = [0,480\ \hat{\imath}\ - 0,060\hat{\jmath} + 0,049\ \hat{k}]\ N$$

4.4 O momento resultante de todas as forças que atuam em P em relação ao ponto O

$$M_0 = OP \times F$$

$$M_0 = [2\ \hat{\imath} - 0,25\ \hat{\jmath} - 1,5\hat{k}] \times [0,48\hat{\imath}\ - 0,06\ \hat{\jmath}\ + 0,049\ \hat{k}]$$

$$M_0 = [(0,12)\ \hat{k}\ - (0,12\hat{k}) - (0,098)\ \hat{\jmath} - (0,72)\ \hat{\jmath} - (0,09)\ \hat{\imath} - (0,01225)\ \hat{\imath}$$

$$M_0 = [-0,818\ \hat{\jmath} - 0,10225\ \hat{\imath}]$$

$$M_0 = [-0,10225\ \hat{\imath} - 0,818\ \hat{\jmath}]\ Nm$$

4.5 e) A quantidade de movimento da partícula em relação a R

$$RLP = -m \times RvP = 0,12 \times [-2\ \hat{\imath} - 0,5\ \hat{\jmath} - 1,36\ \hat{k}$$

$$RLP = -0,24\ \hat{\imath} - 0,\hat{0}6 - 0,163\ \hat{k}\ Kg \times m/s$$

5 Exercício 5 Exercício 8 item 4.3 da página 145

$$L = 0,30\ m\ \ = 0,2$$
$$\dot{a} = \omega^2 rhati + 0\ \hat{\imath}$$
$$\vec{R} = m\vec{a}$$
$$F = m\omega^2 r$$
$$\mu N = m\omega^2 r$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{0,25 \times 9,8}{0,3}}$$

$$\omega = 2,859\ rad/s$$

6 Exercício 6 (Exercício 9 item 4.3 da página 145)

$$\vec{R} = m\vec{a}$$

$$F = (N\ \hat{i} + (mg - F)\ \hat{j} = m\omega r\ \hat{i} +\ 0\hat{J})$$

$$mg = F = \mu N$$

$$Onde\ temos\ que\ N$$

$$N = m\omega^2 r$$

$$\frac{mg}{\mu} = m\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r\mu}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9,8}{0,3 \times 0,25}}$$

$$\omega = 11,437\ rad/s$$

7 Exercicio 7 (Exercício 4 da página 156)

$m = 20kg\ \mu = 0,25,$

$inclinac\acute{a}o\ da\ rampa\ \acute{e}\ \alpha = 15°$ e temos $AB = 2\ m$

$\theta = 30°$

$F = 120\ N$

7.1 Item a) trabalho realizado pela Força F

$$F = F(\cos\theta\ \hat{i} + \sin\theta\ \hat{j})$$

$$p(t) = x\hat{i}$$

$$dp = dx\hat{i}$$

$$dWF = F\ dp$$

$$W_F = \int_A^B F\cos\theta dx$$

$$W_F = F(x_B - x_A$$

$$W_F = 120\cos(30°)2$$

$$W_F = 120\sqrt{3}\ J$$

7.2 Item b: O trabalho realizado pela força de atrito

$$F = -fat\ \hat{i}$$

$$fat = \mu\ N$$

$$N + F\sin(\theta) - P\cos(\alpha) = 0$$

$$N = 20 \times 9,81 \times 0,97 - 60 = 124,51\ N$$

$$F = 0,25 \times 124,51 = 32,38\ N$$

$$F = 32,38\ \hat{i}$$

$$dW_{fat} = FdP$$

$$dW_{fat} = 32,38dx\ \hat{i}$$

$$W_{fat} = \int_A^B -32,38\ dx$$

$$W_{fat} = -32,38(X_b - X_a) = -32,38\ 2$$

$$W_{fat} = -64,76\ J$$

7.3 Item c: O trabalho realizado pelo peso do caixote

$$P = -m \times g \times (\sin(\alpha)\ \hat{i} + \cos(\alpha)\ \hat{j})$$

$$dW_P = -m \times g \times (\sin\alpha\ \hat{i} + \cos(\alpha)\ \hat{j})\ dxi$$

$$dW_P = -m \times g \times \sin\alpha\ dx$$

$$W_P = \int_A^B -50,78$$

$$W_P = -50,78 \times 2$$

$$W_P = -101,56\ J$$

7.4 Item C: O trabalho realizado pela força normal à rampa que atua no caixote

$$N = N\ \hat{j}$$

$$dW_N = N\ dP$$

$$dW_N = N_j dx_i = 0$$

$$W_N = 0$$

8 Exercício 3 item 4.6.1 (pêndulo)

$$Usando\ Conservação\ de\ energia$$
$$Colocando\ o\ ponto\ de\ referencia\ no\ ponto\ B:$$
$$Temos\ b\ com\ apenas\ comenergiacinetica$$
$$E_B = \frac{mv^2}{2}$$
$$A\ tem\ apenas\ energia\ potencial\ de\ forma$$
$$E_a = mg(L - L\cos 30°)$$
$$igualando\ e\ resolvendo\ temos:$$
$$E_a = E_b$$
$$\frac{mv^2}{2} = mg(L - L\cos 30°)$$
$$\frac{v^2}{2} = 9,8(2 - 2\cos 30°)$$
$$para\ v\ temos$$
$$v = 2,29\ m/s$$

9 9) Exercício 6 item 4.7

$$Para\ a\ energia\ do\ sistema\ massa\ mola\ temos$$
$$E_m = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$
$$derivando\ no\ tempo$$
$$\frac{dE_m}{dt} = kx\dot{x} + mv\dot{v} = 0$$
$$Que\ nos\ da$$
$$k\ddot{x}(t)\ \dot{x}(t) + mx(t)\ \dot{x}(t) = 0$$
$$Assim\ temos\ a\ equação\ diferencial\ do\ sistema\ massa\ mola$$
$$\ddot{x}(t)\ + mx(t)\ = 0$$

10 10)Exercício 3 item 4.8

$$elemento\ de\ comprimento\ de\ arco\ infinitesimal$$
$$ds = dre_r + rd\theta e_\theta$$

.

$$para\ os\ vetores\ unitários\ de\ posição\ temos:$$
$$e_r = \cos(\theta)\hat{i} + sin(\theta)\hat{j},$$
$$e_\phi = \sin(\theta)\hat{i} + \cos\phi\hat{j};$$
$$Para\ Velocidade\ temos$$
$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{r}e_r + r\dot{\theta}e_\theta$$
$$a = \frac{dv}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})e_\theta.$$
$$Como\ F = ma,\ temos$$
$$F = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + m(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})e_\theta$$

11 13) Exercício resolvido item 5.7

11.1 Referencial

$$adotamemos\ uma\ base\ i, j, k\ em\ G$$

11.2 Cinematica

$$a_g = -(3000i + 600j)\ m/s^2$$
$$\alpha = -3500\ rad/s$$

11.3 Dinâmica

$$F = ma_g$$
$$F = 18[-(3000i + 600j)]$$
$$F = [-(54i + 10,8j)]KN$$
$$F = (15 + F_{Bi})i + (F_{c2} + F_{B2})J$$
$$Direção\ i$$
$$15 + F_{bi} = -54$$
$$F_{bi} = -69\ KN$$
$$Direção\ j$$
$$M_b = I_G\alpha + BG\ \times mA_g$$
$$I_g = \frac{1}{12} \times 18(0,320^2 + 0,240^2)$$
$$I_g = 0,24m^2kg$$

$$I_g\alpha = 0,84\ KNm$$
$$BG = \ times\ Ma_g = 8,208\ KNm$$
$$M_b = -9,048zKNm$$
$$M_b = 3,6 + 0,320F_{c2}$$
$$F_{c2} = -39,525\ KN$$
$$FB2 = 28,725\ KN$$

12 questao 17)Exercício 3 item 5.12

12.1 Equlibrio

$$Colocando\ com\ referencia\ o\ centro\ da\ polia$$
$$Para\ estetemos$$
$$\sum F = 0$$
$$\sum M_0 = 0$$

$$Na\ direção\ i\ temos:$$
$$O_1 = 0$$
$$Na\ direção\ j\ Temos:$$
$$O_2 + m_1g + F_e = 0$$
$$Forca\ elastica\ no\ equilibrio$$
$$F_e = k\delta$$
$$Dos\ somatórios\ os\ momentos\ podemos\ achar$$
$$m_1gk\delta = 0$$

12.2 Cinematica

$$para\ a\ polia$$
$$p_O = 0\ v_O = 0\ a_O = 0$$
$$Para\ o\ bloco$$
$$p_B = y_Bjv_B = \dot{y_B}ja_B = \ddot{y_b}j$$
$$y_B = c + r$$
$$p_B = (c + r)j\ v_B = \dot{r}\ a_B = \dot{r}$$

12.3 Dinamica

$$Sistema\ é\ conservativo,\ temos$$
$$E = T + V$$
$$T = \frac{1}{2}I_0\omega^2 + \frac{1}{2}m_1v_B^2$$
$$\omega = \dot{\theta}$$
$$[T = \frac{1}{2}I_0\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{\theta}_B^2$$
$$V = V_g + V_e$$
$$V_g = m_1gy_B$$
$$Vg = m_1gcm_1gr$$
$$E = \frac{1}{2}I_O{}^2 + \frac{1}{2}m_1r^2\dot{\theta}^2 - m_1gc - m_1gr$$
$$Derivando\ a\ expressão\ anterior\ em\ relação\ ao\ tempo$$
$$(I_O + m_1r^2)\ddot{\theta} - r(m_1g - k\delta) + kr^2\theta = 0$$
$$Da\ Equação\ dos\ Momentos\ temos\ como\ consequência\ na\ expressão\ anterior$$
$$(I_O + m_1r^2)\ddot{\theta} + kr^2\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{kr^2}{(I_O + m_1r^2)}\theta = 0$$
$$Tome$$
$$\omega^2 = \frac{kr^2}{(I_O + m_1r^2)}$$
$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$
$$Supondo\ que\ a\ posição\ inicial\ seja$$
$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0 \\ \dot{\theta}(0) = 0 \end{cases}$$

$$A\ solução\ é:$$
$$\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega_n t + \pi/2)$$
$$\dot{\theta}(t) = \omega_n\theta_0 \cos(\omega_n t + \pi/2)$$
$$\dot{\theta}(t) = -\omega_n^2\theta_0 \sin(\omega_n t + \pi/2)$$

$$Substituindo\ os\ valores\ numéricos$$
$$\theta(t) = \pi/10 \sin(6,45t + \pi/2)\ rad$$
$$\dot{\theta}(t) = 0,645\pi \cos(6,45t + \pi/2)\ rad/s$$
$$\dot{\theta}(t) = -4,16\pi \sin(6,45t + \pi/2) rad/s^2$$