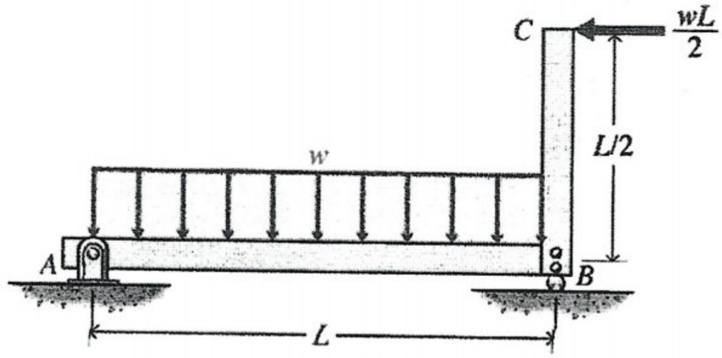
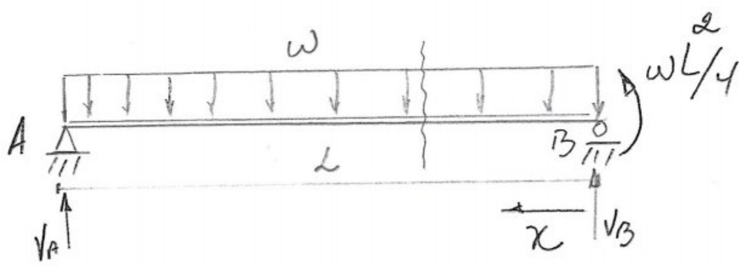
Para a viga *AB* da figura, determinar a equação da curva elástica e o deslocamento no meio da distância entre os apoios.



I Estrutura



Equilíbrio: $V_A + V_B = \omega L$

$$V_B \times L + \frac{\omega L^2}{4} - \frac{\omega L^2}{2} = 0 \qquad V_B = \frac{\omega L}{4} \qquad V_A = \frac{3\omega L}{4}$$

Momento fletor: $M = \frac{\omega L^2}{4} + \frac{\omega L}{4}x - \frac{\omega x^2}{2}$

II Curva elástica (considerando a origem em B)

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{\omega L^2}{4} + \frac{\omega L x}{4} - \frac{\omega x^2}{2}$$

$$EI\frac{dv}{dx} = \frac{\omega L^2}{4}x + \frac{\omega L x^2}{8} - \frac{\omega x^3}{6} + C_1$$

$$EI v = \frac{\omega L^2 x^2}{8} + \frac{\omega L x^3}{24} - \frac{\omega x^4}{24} + C_1 x + C_2$$

Condições de contorno

$v=0$ em $x=0$ ... $C_2=0$

$v=0$ em $x=L$

$$\frac{wL^4}{8}+\cancel{\frac{wL^4}{24}}-\cancel{\frac{wL^4}{24}}+C_1L=0 \qquad C_1=-\frac{wL^3}{8}$$

Curva elástica

$$v=-\frac{wx^4}{24EI}+\frac{wLx^3}{24EI}+\frac{wL^2x^2}{8EI}-\frac{wL^3}{8}x$$

Deslocamento no meio do vão: $x=L/2$

$$v=\frac{-wL^4}{384EI}+\frac{wL^4}{192EI}+\frac{wL^4}{32EI}-\frac{wL^4}{16EI}=\frac{-1+2+12-24}{384EI}wL^4$$

$$v=-\frac{11wL^4}{384EI}\ (\downarrow)$$

Considerando a origem em A

$$M=\frac{3wLx}{4}-\frac{wx^2}{2}$$

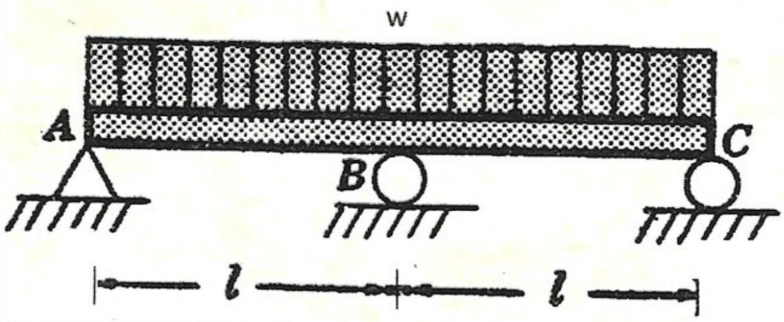
Integrando com as condições de contorno $x=0$ .. $v=0$
$x=L$ .. $v=0$

$$C_1=\frac{-wL^3}{12} \qquad C_2=0$$

Elástica: $v=\frac{3wLx^3}{24EI}-\frac{wx^4}{24EI}-\frac{wL^3x}{12}$

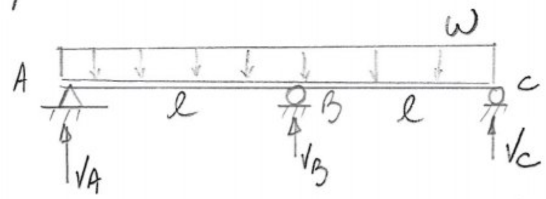
$$v(L/2)=-\frac{11wL^4}{384EI}$$

Determine as reações nos apoios e trace os diagramas de esforço cortante e momento fletor para a viga da figura. EI = constante.



SOLUÇÃO

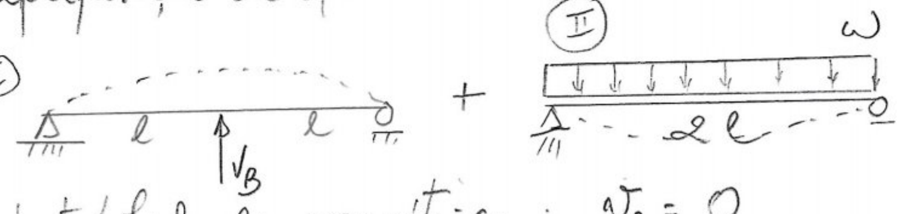
(1) Equilíbrio



$\Sigma F_y = 0 \quad V_A + V_B + V_C = 2\omega l \quad (1)$ 2 Equações

$\Sigma M_A = 0 \quad V_B \times l + V_C \times 2l = 2\omega l^2 \quad (2)$ 3 Incógnitas

(2) Superposição de efeitos



compatibilidade geométrica: $v_B = 0$

$$v_B^{I} + v_B^{II} = 0 \qquad \frac{V_B (2l)^3}{48\cancel{EI}} - \frac{5\omega (2l)^4}{384\cancel{EI}} = 0$$

$$\frac{8 V_B \cancel{l^3}}{48} = \frac{5 \times 16 \omega l^{\cancel{4}}}{384} \qquad \boxed{V_B = 5\omega l / 4}$$

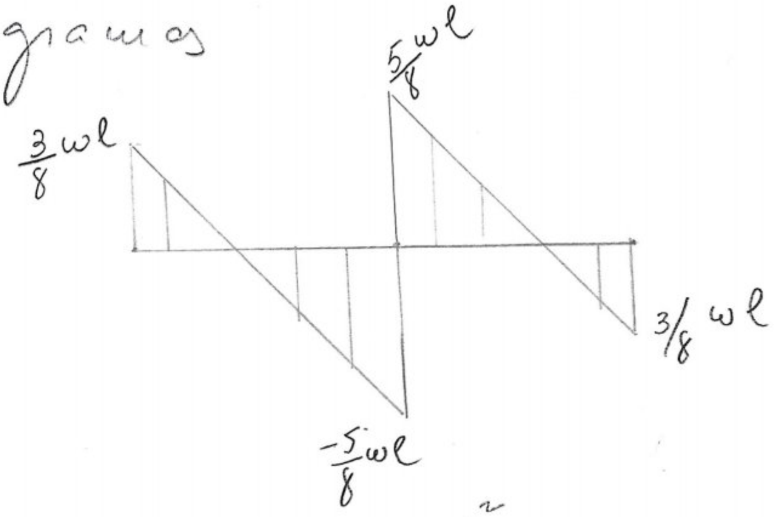
Substituindo em (2) $\quad \frac{5\omega l^{\cancel{2}}}{4} + 2\cancel{l} V_C = 2\omega l^{\cancel{2}}$

$$\boxed{V_C = \frac{3}{8}\omega l}$$

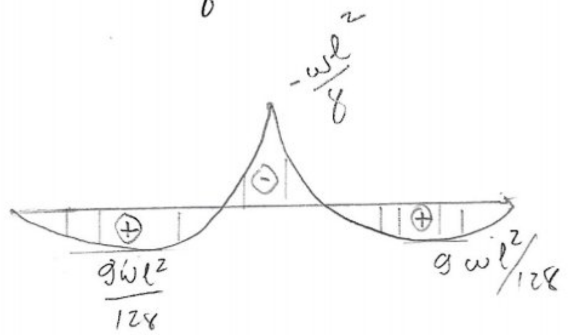
Substituindo em (1) $\boxed{V_A = 3/8\, \omega l}$

③ Diagramas

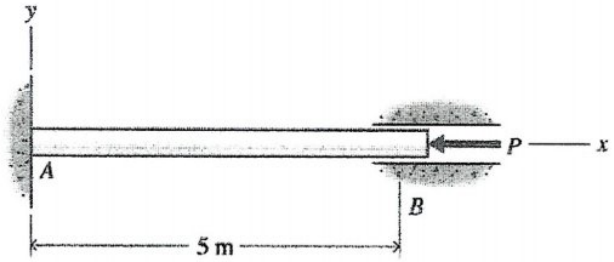
DEC



DMF



Uma barra de aço estrutural tem diâmetro de 50 mm, possui 5 m de comprimento e suporta uma carga axial *P*. A extremidade *A* está engastada. O apoio na extremidade *B* permite movimento livre nas direções *x* e *z* mas impede rotações em torno do eixo *z*. Determinar a carga máxima *P* que pode ser aplicada se for especificado um fator de segurança igual a 2 em relação à falha estrutural por flambagem.



SOLUÇÃO

① Fator de comprimento efetivo (bi-engastado)

$K = 0,5$

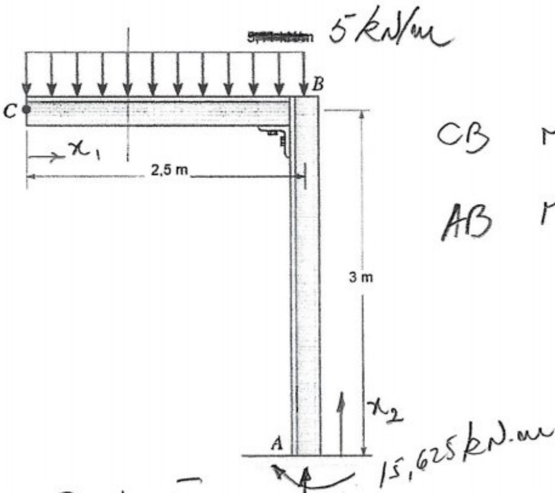
② Carga crítica

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \, 200\times10^3 \times \pi (25)^4/4}{(0,5\times 5\times10^3)^2} = 96,9 \text{ kN}$$

③ Carga máxima

$$P_{máx} = \frac{P_{cr}}{2} = 48,77 \text{ kN}$$

Determinar os deslocamentos horizontal e vertical do ponto *C*. A estrutura está engastada em *A*. Considerar apenas o efeito de flexão. *EI* = constante.



M

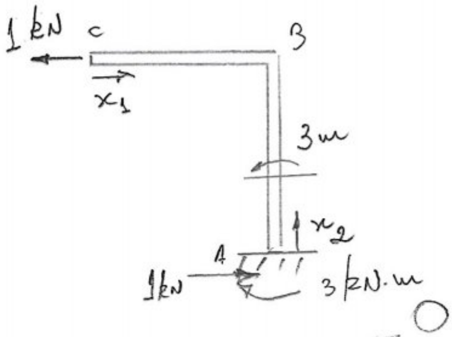
CB $M = 2,5x_1^2$ kN.m

AB $M = 15,625$ kN.m

SOLUÇÃO

Utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais

① Deslocamento horizontal



$m_{CB} = 0$

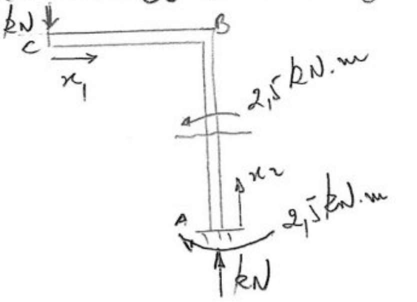
$m_{AB} = 3 - x_2$

$$1 . \Delta = \int_0^L \frac{mM}{EI}\,dx$$

$$\Delta c_h = \frac{1}{EI}\left[\int_0^{2,5} (0)\cancel{(2,5x_1^2)}\,dx_1 + \int_0^3 (3 - x_2)(15,625)\,dx_2\right] =$$

$$= \frac{1}{EI}\int_0^3 (46,875 - 15,625x_2)\,dx = \frac{1}{EI} \times 70,31 \text{ kN.m}^3$$

② Deslocamento vertical



$m_{CB} = 1x_1$

$m_{AB} = 2,5$

$$\Delta c_v = \frac{1}{EI}\left[\int_0^{2,5} 1x_1(2,5x_1^2)\,dx_1 + \int_0^3 2,5 \times 15,625\,dx_2\right] =$$

$$= \frac{1}{EI}\left[\int_0^{2,5} 2,5x_1^3\,dx_1 + \int_0^3 39\,dx_2\right] =$$

$$= \frac{141,4 \text{ kN.m}^3}{EI}$$