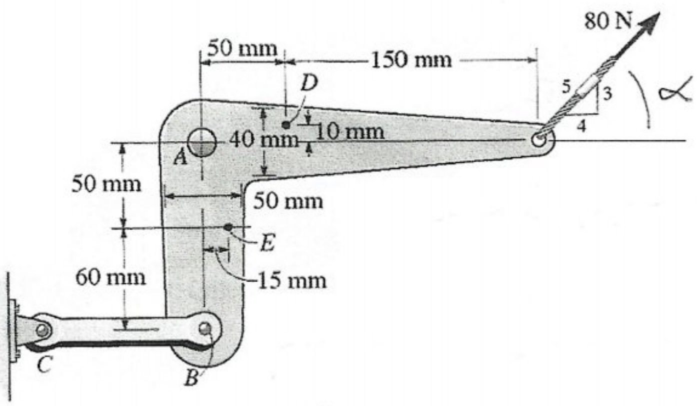
A alavanca angular da figura é rotulada em *A* e suportada por um pequeno elemento de ligação *BC*. Se ela é submetida à força de 80 N, determine as tensões principais no ponto *D*. A alavanca é construída a partir de uma placa de alumínio com espessura de 20 mm.



$\cos\alpha = 3/5 = 0{,}6$

$\operatorname{sen}\alpha = 4/5 = 0{,}8$

SOLUÇÃO

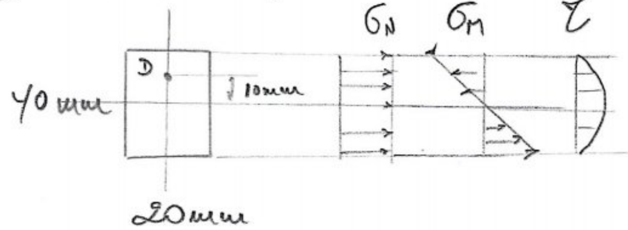
① Esforços na seção reta do ponto D

Esforço normal: $N = 80\cos\alpha = 64\ N$

Esforço cortante: $V = 80\operatorname{sen}\alpha = 48\ N$

Momento fletor: $M = 48 \times 150 = 7200\ N.mm$

② Tensões



$A = 40 \times 20 = 800\ mm^2$

$I = \dfrac{bh^3}{12} = \dfrac{20 \times 40^3}{12} = 0{,}1066 \times 10^6\ mm^4$

$\sigma_N = \dfrac{N}{A} = \dfrac{64}{800} = 0{,}08\ MPa = 80\ kPa$

$\sigma_M = \dfrac{-My}{I} = -\dfrac{7200 \times 10}{0{,}1066 \times 10^6} = -0{,}675\ MPa = -675\ kPa$

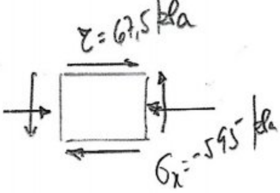
$\tau = \dfrac{VQ}{It} = \dfrac{48 \times (20 \times 10) \times 15}{0{,}1066 \times 10^6 \times 20} = 0{,}0675\ MPa = 67{,}5\ kPa$

Estado de tensão em D:

$\sigma_x = 80 - 675 = -595\ kPa$

$\tau_{xy} = 67{,}5\ kPa$

$\sigma_y = 0$



③ Tensões principais

$$\sigma_{1,2} = \frac{-595+0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-595-0}{2}\right)^2 + 67{,}5^2}$$

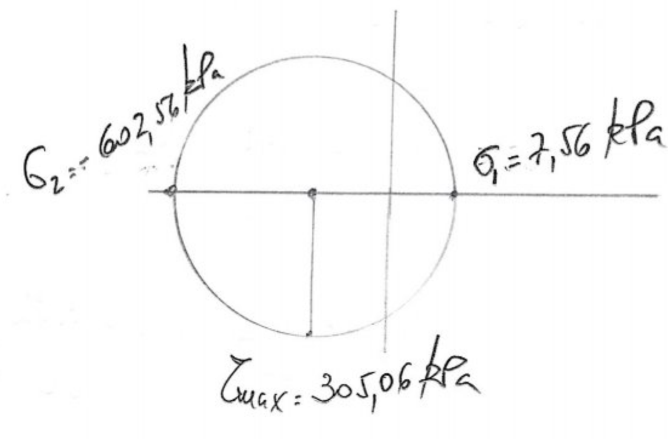
$\sigma_1 = 7{,}56$ kPa

$\sigma_2 = -602{,}56$ kPa

④ Tensão cisalhante máxima

$$\tau_{max} = \frac{7{,}52-(-602{,}56)}{2} = 305{,}06 \text{ kPa}$$

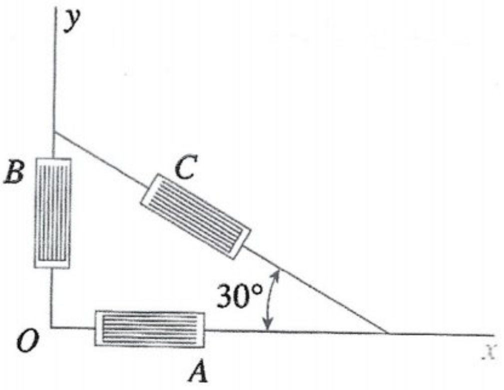
⑤ Círculo de Mohr



$$\sigma_{méd} = \frac{7{,}56-602{,}56}{2} = -297{,}5 \text{ kPa}$$

Digitalizado com CamScanner

Na superfície de um componente estrutural em um veículo espacial as deformações são monitoradas por meio de três extensômetros como ilustrado na figura. Durante uma certa manobra as seguintes deformações foram obtidas: $\varepsilon_a = 1100 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_b = 200 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_c = 200 \times 10^{-6}$. Determine as tensões principais no material que é uma liga de magnésio. Dados: E = 44,7 GPa e ν = 0,30.



SOLUÇÃO

(1) Estado de deformações

$$\varepsilon = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \operatorname{sen}^2\theta + \gamma_{xy} \operatorname{sen}\theta\cos\theta$$

$$\varepsilon_a = 1100 \times 10^{-6} = \varepsilon_x$$

$$\varepsilon_b = 200 \times 10^{-6} = \varepsilon_y$$

$$\varepsilon_c = 0{,}74\,\varepsilon_x + 0{,}25\,\varepsilon_y - 0{,}43\,\gamma_{xy} = 200 \times 10^{-6}$$

$$\gamma_{xy} = 1544 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_x = 1100 \times 10^{-6}$$
$$\varepsilon_y = 200 \times 10^{-6}$$
$$\gamma_{xy} = 1544 \times 10^{-6}$$

(2) Estado de tensões

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{44{,}7}{2(1+0{,}3)} = 17{,}2 \text{ GPa}$$

$$\tau = G\gamma \qquad \tau = 17{,}2 \times 10^{3} \times 1544 \times 10^{-6} = 26{,}55 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x = \frac{E}{(1-\nu^2)}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = \frac{44{,}7\times10^{-3}}{(1-0{,}3^2)}(1100 + 0{,}3\times200) = 57\ MPa$$

$$\sigma_y = \frac{44{,}7\times10^{-3}}{(1-0{,}3^2)}(200 + 0{,}3\times1100) = 26\ MPa$$

$\sigma_x = 57\ MPa$

$\sigma_y = 26\ MPa$

$\tau_{xy} = 26{,}55\ MPa$

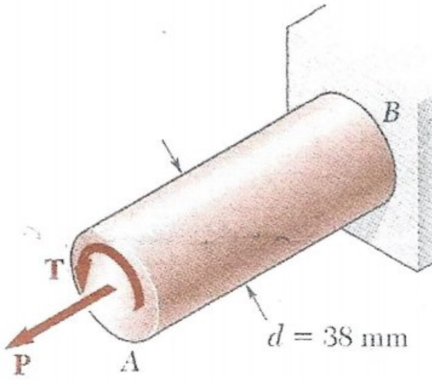
(3) Tensões principais

$$\sigma_{1,2} = \underbrace{\frac{57+26}{2}}_{41{,}5} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{57-26}{2}\right)^2 + 26{,}55^2}}_{30{,}74}$$

$\sigma_1 = 72{,}24\ MPa$

$\sigma_2 = 10{,}5\ MPa$

O eixo *AB* de 38 mm de diâmetro é feito de uma classe de aço para o qual a tensão de escoamento é σ_E = 250 MPa. Usando o critério de Tresca determine a intensidade do torque *T* para a qual ocorre o escoamento quando *P* = 240 kN. Resolva o problema também usando o critério de Von Mises. Qual o mais conservativo?



SOLUÇÃO

① Estado de tensão nos pontos críticos (qualquer ponto da superfície externa do eixo)

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{240\times10^3\ N}{\pi\times38^2/4\ mm^2} = 211\ MPa$$

$$\tau = \frac{Tr}{J} = \frac{Tr}{\pi r^4/2} = \frac{2T}{\pi r^3} = \frac{2T}{\pi\times19^3} = 92{,}8\times10^{-6}T \quad N.mm$$

② Tensões principais e cisalhamento máximo

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{méd} \pm \tau_{max}$$

$$\sigma_{méd} = \frac{211}{2} = 105{,}5\ MPa$$

$$\tau_{máx} = \sqrt{(105{,}5)^2 + (92{,}8\times10^{-6}T)^2}$$

$$\sigma_1 = 105{,}5 + \sqrt{(105{,}5)^2 + (92{,}8\times10^{-6}T)^2}$$

$$\sigma_2 = 105{,}5 - \sqrt{(105{,}5)^2 + (92{,}8\times10^{-6}T)^2}$$

③ Critério de Tresca (máxima tensão cisalhante)

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_E}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{(105,5)^2 + (92,8 \times 10^{-6} T)^2} = 125$$

Elevando ao quadrado $(105,5)^2 + (92,8 \times 10^{-6} T)^2 = 125^2$

Tirando o valor de T → $T = 722 \text{ N.m}$

④ Critério de Von Mises (máxima energia de distorção)

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_E^2 = 250^2$$

$A = 105,5$

$B = \sqrt{(105,5)^2 + (92,8 \times 10^{-6} T)^2}$

$$\begin{cases} \sigma_1 = A + B \\ \sigma_2 = A - B \end{cases}$$

$$(A+B)^2 - (A+B)(A-B) + (A-B)^2 = \cancel{A^2} + \cancel{2AB} + B^2 - \cancel{A^2} + B^2 + A^2 - \cancel{2AB} + B^2 = A^2 + 3B^2$$

$$105,5^2 + 3\left[105,5^2 + (92,8 \times 10^{-6} T)^2\right] = 250^2$$

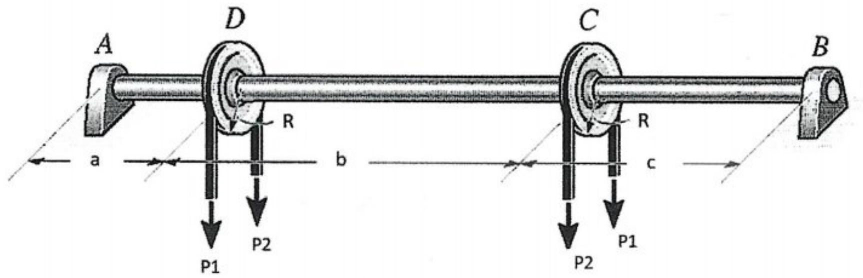
Resolvendo: $T = 834 \text{ N.m}$

⑤ Mais conservativo → critério de Tresca

$T = 722 \text{ N.m}$ é o máximo

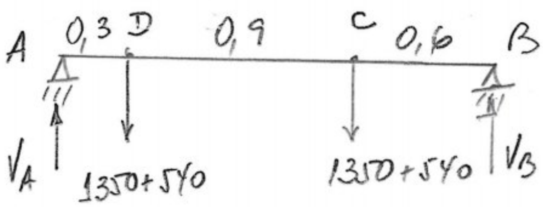
O critério de Von Mises permite um torque maior $T = 834 \text{ N.m}$

Os mancais em A e B exercem apenas reações verticais sobre o eixo. Determine o diâmetro necessário ao eixo com aproximação de 1 mm, utilizando o critério da máxima tensão cisalhante. Dados: ζ_{adm} = 85 MPa; P1 = 1350 N; P2 = 540 N; a = 0,3 m; b = 0,9 m; c = 0,6 m; R = 150 mm.



Solução

① Equilíbrio



$\Sigma F_y = 0$

$V_A + V_B = 3780\ N \quad (1)$

$\Sigma M_A = 0$

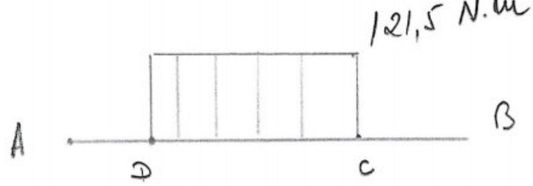
$V_B \times 1,8 - 1890 \times 1,2 - 1890 \times 0,3 = 0 \quad \therefore \quad V_B = 1575\,N$

Substituindo em (1): $V_A = 2205\ N$

$\Sigma T = 0 \quad (1350-540) \times 0,15 - (1350-540) \times 0,15 = 0$

② Diagramas

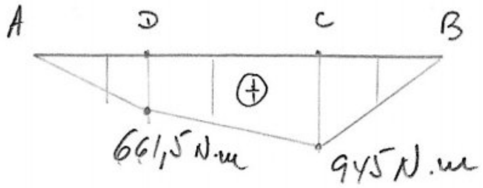
Torque



Momento fletor

$M_D = 2205 \times 0,3 = 661,5 \text{ N.m}$

$M_C = 2205 \times 1,2 - 1890 \times 0,9 = 945 \text{ N.m}$



Ponto crítico: C $\quad T = 121,5 \text{ N.m}$

$M = 945 \text{ N.m}$

(3) Dimensionamento

$$c = \left(\frac{2}{\pi \tau_{adm}} \sqrt{T^2 + M^2} \right)^{1/3} = 19,25 \text{ mm} \rightarrow 20 \text{ mm}$$

Diâmetro: $d = 40 \text{ mm}$