



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Matemática

Departamento de Ciência da Computação

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Trabalho de Simulação:
Simulando e analisando uma rede peer-to-peer.

Gabriel Pires da Silva

Igor da Fonseca Ramos

Renan da Costa Garrot

14 de dezembro de 2011

Disciplina: Avaliação e Desempenho 2011/2

Professores: Daniel Sadoc Menasché

Paulo Henrique de Aguiar Rodrigues

Sumário

1	Introdução	4
2	Implementação do Simulador	5
2.1	Linguagem de programação e plataforma	5
2.2	Funcionamento geral	5
2.3	Modelagem do sistema	5
2.4	Fila de eventos	6
2.5	Geração de variáveis aleatórias	6
3	Simulações	7
3.1	Variáveis observadas	7
3.2	Método	7
3.3	Fase transiente	7
3.4	Rodadas	11
4	Testes de Corretude	12
4.1	Dificuldades enfrentadas	12
5	Coleta dos dados	13
5.1	Cálculo de estimadores	13
5.2	Obtenção dos intervalos de confiança	13
6	Resultados obtidos	14
6.1	Arquivo com um bloco	14
6.2	Arquivo com dois blocos	22
6.2.1	<i>Random peer / Random useful piece</i>	22
6.2.2	<i>Random peer / Rarest first piece</i>	24
6.2.3	Arquivo com 10 blocos	26
6.3	Variando as condições iniciais	29
6.4	Desafio: Otimizando o sistema	32
7	Conclusão	35

Lista de Figuras

1	Cenário 4 com 12 pessoas e política <i>Rarest first piece</i> para os blocos	9
2	Cenário 6 com 10 blocos e 40 pessoas	9
3	Cenário 5 com 10 blocos e 43 pessoas	10
4	Cenário 1 com $\lambda = 0,9$	10
5	pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,1$	16
6	pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,5$	16
7	pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,9$	17
8	CDF do tempo de download no cenário1 com $\lambda = 0.1$	18
9	CDF do tempo de download no cenário 1 com $\lambda = 0.5$	18
10	CDF do tempo de download no cenário 1 com $\lambda = 0.9$	19
11	CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.1$	19
12	CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.5$	20
13	CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.9$	20
14	Vazão do cenário 3	21
15	<i>Random peer / Random useful piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4	23
16	<i>Random peer / Random useful piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5	23
17	<i>Random peer / Random useful piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6	24
18	<i>Random peer / Rarest first piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4	25
19	<i>Random peer / Rarest first piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5	25
20	<i>Random peer / Rarest first piece</i> - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6	26
21	Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4	27
22	Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5	28
23	Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6	28
24	Visualização da fase transiente com política <i>Random peer / Random useful piece</i> e todos os peers iniciando sem nenhum bloco	30
25	Visualização da fase transiente com política <i>Random peer / Random useful piece</i> e todos os peers iniciando com 1 bloco	30
26	Visualização da fase transiente com política <i>Random peer / Rarest first piece</i> e todos os peers iniciando sem nenhum bloco	31
27	Visualização da fase transiente com política <i>Random peer / Rarest first piece</i> e todos os peers iniciando com 1 bloco	31
28	Vazão da política <i>Newest first peer / Rarest first piece</i> em função do número de pessoas no sistema	33
29	Vazão da política <i>Newest first peer / Rarest first piece</i> para o cenário 4	34
30	Vazão da política <i>Newest first peer / Rarest first piece</i> para o cenário 6	34

Lista de Tabelas

1	pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,1$	15
2	pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,5$	15
3	Média do tempo de download nos cenários 1 e 2	17
4	Mediana do tempo de download com intervalo de confiança de 95%	21
5	Duração da fase transiente com alteração da condição inicial em número de chegadas	29
6	Vazão do cenário 5 com população inicial de 50 pessoas de acordo com a política	33

1 Introdução

A tarefa que nos foi atribuída consistia em implementar um simulador de um sistema *peer-to-peer* com o objetivo de comparar os cenários apresentados e de acrescentar nossas observações sobre a escalabilidade dos mesmos.

A modelagem foi dada na descrição do trabalho e trata-se de uma simplificação de um sistema real. Estão presentes na simulação o publisher, o qual é responsável por enviar o arquivo; os peers, que desejam efetuar o download; e os seeds, que são usuários comuns que já receberam todos os dados, mas continuam presentes para ajudar na distribuição.

Ao longo da implementação, enfrentamos algumas dificuldades, mas cremos que o resultado final foi satisfatório. Este relatório tem por finalidade apresentar uma breve descrição do simulador implementado, a teoria por trás do que foi executado e os resultados finais obtidos.

2 Implementação do Simulador

2.1 Linguagem de programação e plataforma

O simulador foi implementado na linguagem C++. Esta escolha foi baseada em três fatores. O primeiro diz respeito à eficiência, pois o programa faz uso intenso da CPU e, portanto, uma linguagem compilada para *assembly* torna a execução muito mais rápida. O segundo foi a possibilidade de se programar utilizando orientação a objetos, o que foi fundamental para a forma como o código foi dividido, facilitando o entendimento e simplificando a modelagem. Por último, temos a familiaridade dos três integrantes do grupo com a programação em C++, o que permitiu que todos estivessem engajados no trabalho desde seu princípio sem que fosse necessário despendar tempo aprendendo uma nova linguagem.

O compilador utilizado foi o GCC 4.6, encontrado na maioria das distribuições mais atualizadas de Linux e de fácil acesso para download. A plataforma em que foram executados todos os testes foi o Ubuntu 11.10, embora o sistema possa ser compilado para qualquer sistema operacional para o qual haja uma versão do GCC.

2.2 Funcionamento geral

O simulador pode ser utilizado a partir do executável chamado “*sim*”, criado dentro da pasta *bin* pelo *Makefile*. Deve ser passado como parâmetro um arquivo de entrada contendo as informações sobre os cenários a serem simulados.

Alternativamente, pode-se usar o comando já preparado no *Makefile* através da linha “*make run*”. Para isso, basta alterar o arquivo “*cenarios.txt*”, presente na pasta raiz do projeto, incluindo ou removendo configurações a serem testadas.

É possível, ainda, com o auxílio do programa “*gnuplot*”, gerar diversos gráficos, dentre os quais os que encontram-se neste relatório, através do comando “*make graph*”.

No modo verborrágico, são impressas informações extras sobre as variáveis da simulação no console. Para utilizá-lo, basta adicionar “*-v*” após o nome do arquivo de entrada ou utilizar os comandos “*make vrun*” e “*make vgraph*”.

Todos os dados resultantes das simulações podem ser encontrados no arquivo “*resultados.txt*”, na raiz do projeto, e no conteúdo da pasta *log*.

2.3 Modelagem do sistema

A utilização da orientação a objetos teve como finalidade organizar o programa em classes que representassem entidades do simulador. Ao todo, foram criadas sete classes. São elas:

- **evento:** Representa todos os tipos de acontecimento que podem ocorrer e é utilizada para formar a fila de eventos a serem tratados. Guardam o tempo em que acontecerão e o seu tipo.
- **eventoChegadaPeer:** Herda de evento e representa apenas uma chegada de peer. Não há nenhuma informação adicional com relação à classe pai evento, servindo apenas como especificação de tipo.

- **eventoSaidaSeed:** Herda de evento e representa apenas a saída de um seed. Guarda, além das informações presentes em evento, qual seed irá sair.
- **eventoTransmissão:** Herda de evento e representa apenas as transmissões. Além das informações presentes em evento, guarda quem irá tentar enviar um bloco.
- **pessoa:** Representa todos os tipos de pessoa que podem estar presentes no sistema. Guarda uma identificação, o tipo (publisher, peer ou seed) e todas as informações sobre o estado dos blocos e a cor.
- **geradorAleatorio:** Responsável por gerar números pseudoaleatórios para serem usados na simulação. Pode gerar valores de uma distribuição uniforme ou de uma distribuição exponencial.
- **simulador:** Responsável por executar a simulação de fato. Cada instância é responsável por executar a simulação sobre um conjunto de parâmetros.

A coleta dos dados é feita na função principal do programa e em alguns trechos específicos da simulação.

2.4 Fila de eventos

Para a implementação da fila de eventos foi utilizada uma heap de mínimo. Com isso, obtemos tempo de inserção de um novo evento $O(\log n)$ e tempo de consulta ao próximo evento $O(1)$.

2.5 Geração de variáveis aleatórias

São utilizadas variáveis aleatórias de distribuição uniforme e exponencial para a simulação. O gerador de variáveis aleatórias recebe uma semente ou utiliza o número 1 como padrão.

Quando é requisitado um número aleatório com distribuição de probabilidade uniforme, multiplica-se o último resultado dado por 1000003 e calcula-se o resultado módulo 1073741789 - que é um número primo. Este resíduo é retornado como um valor pseudoaleatório.

Caso se deseje obter um valor aleatório com distribuição de probabilidade exponencial de média $1/\mu$, utiliza-se um número pseudoaleatório com distribuição de probabilidade uniforme e calcula-se a inversa da CDF da distribuição exponencial para este valor. O resultado da aplicação desta função é retornado como um valor pseudoaleatório.

3 Simulações

3.1 Variáveis observadas

Foram observadas as seguintes variáveis aleatórias ao longo da simulação:

- $T \triangleq$ Tempo de permanência de um indivíduo no sistema.
- $D \triangleq$ Tempo de download do arquivo.
- $V \triangleq$ Vazão do sistema.
- $N \triangleq$ Número de pessoas presentes no sistema em um dado momento.
- $P \triangleq$ Número de peers presentes no sistema em um dado momento.
- $S \triangleq$ Número de seeds presentes no sistema em um dado momento.

É possível observar que algumas das variáveis observadas são redundantes, pois podem ser obtidas a partir de outras. Podemos, por exemplo, obter a média de T a partir da média de N utilizando o resultado de Little. O principal motivo que nos levou a escolher monitorar todas estas variáveis, mesmo sem aparente necessidade, foi a ajuda que isso nos proporcionou nos testes de corretude, como deixaremos mais claro na seção 4.

3.2 Método

Para cada conjunto de parâmetros foi executada uma simulação diferente utilizando o método *batch*, ou seja, execuções em sequência de modo que os indivíduos remanescentes de uma rodada servem como condição inicial para a rodada seguinte. Como é requisito deste método, a cada peer que chegava era atribuída uma cor de modo que era possível considerar seus dados apenas no momento adequado.

Caso, por exemplo, um indivíduo receba a cor vermelha correspondente à rodada 2 da simulação e sua saída ocorra ainda nesta rodada, seu tempo de permanência influenciará a média da variável T , seu tempo de download será incluído na média da variável D , sua presença contará para as médias de N , P e S e sua saída afetará a variável V .

Por outro lado, caso este mesmo indivíduo termine o download ainda na segunda rodada, mas permaneça como seed posteriormente, seu tempo de permanência não será utilizado em nenhum cálculo. Da mesma forma, sua saída não alterará nenhuma vazão, embora sua presença ainda influencie as variáveis N e S das rodadas seguintes.

Ainda, se ele sequer terminar o download antes do fim da rodada 2, ele influenciará N , P e S das rodadas seguintes, mas seu tempo de download e seu tempo de permanência serão descartados. Sua saída também não será contada para nenhuma vazão.

3.3 Fase transiente

A fase transiente é o período em que o sistema ainda não está em equilíbrio, de forma que os resultados obtidos ao longo dela não são confiáveis e tendem

a aumentar a variância e, com isso, aumentar o intervalo de confiança. Nosso objetivo é, portanto, tentar encontrar o seu fim para que possamos desconsiderá-la em nossos resultados.

Determinar o final da fase transiente é uma tarefa que depende de heurísticas, ou seja, não há nenhum método que nos forneça um resultado exato. Tentamos, então, escolher uma heurística que nos desse uma boa aproximação e nossa opção foi pelo seguinte algoritmo:

Algoritmo 1 Heurística para detecção do final da fase transiente

```

Faça  $X0 = 0$ 
Faça  $\Delta = 500$ 
Faça  $k = 5000$ 
Faça  $p = 0,025$ 
Seja  $c$  o número de chegadas até o momento
Para cada chegada faça
  Se  $c < k$  então
    Ignore
  Senão, se  $c - k$  é múltiplo de  $\Delta$  então
    Seja  $X1$  a média da variável  $X$ 
    Se  $X1 - X0 < p * X1$  então
      Encerre a fase transiente
    Senão
       $X0 \leftarrow X1$ 

```

Os valores de c , k e p foram determinados experimentalmente através de diversos testes. Optamos, no final, por aqueles que proporcionaram bons resultados sem estender demais a fase transiente, pois deixá-la muito longa significa aumentar o tempo de execução do programa sem a contrapartida de resultados melhores.

Podemos observar o comportamento de algumas variáveis através dos gráficos nas figuras 1 e 2. Nestes casos o final da fase transiente foi detectado de maneira satisfatória.

Na figura 1, a fase transiente foi concluída com 13500 chegadas. Podemos observar que isto ocorre no momento aproximado em que as curvas que representam o número médio de peers no sistema e a média da vazão tornam-se estáveis.

De forma semelhante, na figura 2 temos os tempos de download e de permanência aproximando-se de uma estabilidade em um momento próximo das 11500 chegadas, momento que a heurística determinou como final da fase transiente.

Apesar do sucesso nestes dois casos, podemos observar nas figuras 3 e 4 que houve algumas situações em que a fase transiente poderia ter sido estendida, pois ainda havia grande variação nas médias. Na primeira, o fim da fase transiente terminou, para o simulador, após 7500 chegadas e, na segunda, após 49500. Em ambos os casos, podemos notar que se tratava de um período de aparente estabilidade da média, seguido por novas variações acentuadas.

Mesmo com casos como os dois últimos, o resultado final não foi insatisfatório, como discutiremos na seção 5, e tornar a heurística mais restritiva não apresentou melhora visível. Desta forma, optamos por fixar os valores de k , c e Δ naqueles exibidos no algoritmo 1.

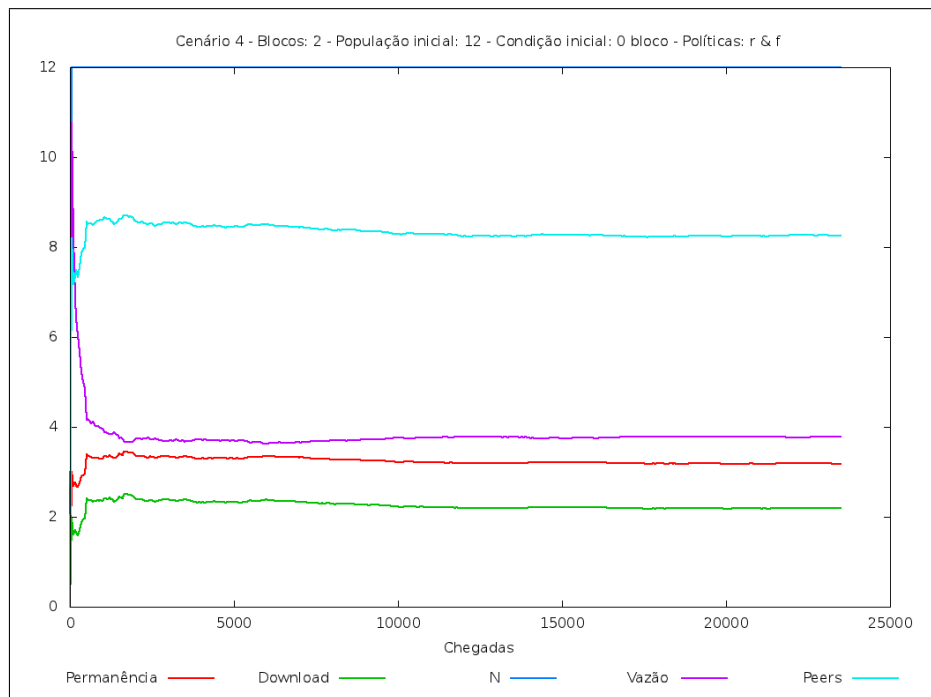


Figura 1: Cenário 4 com 12 pessoas e política *Rarest first piece* para os blocos

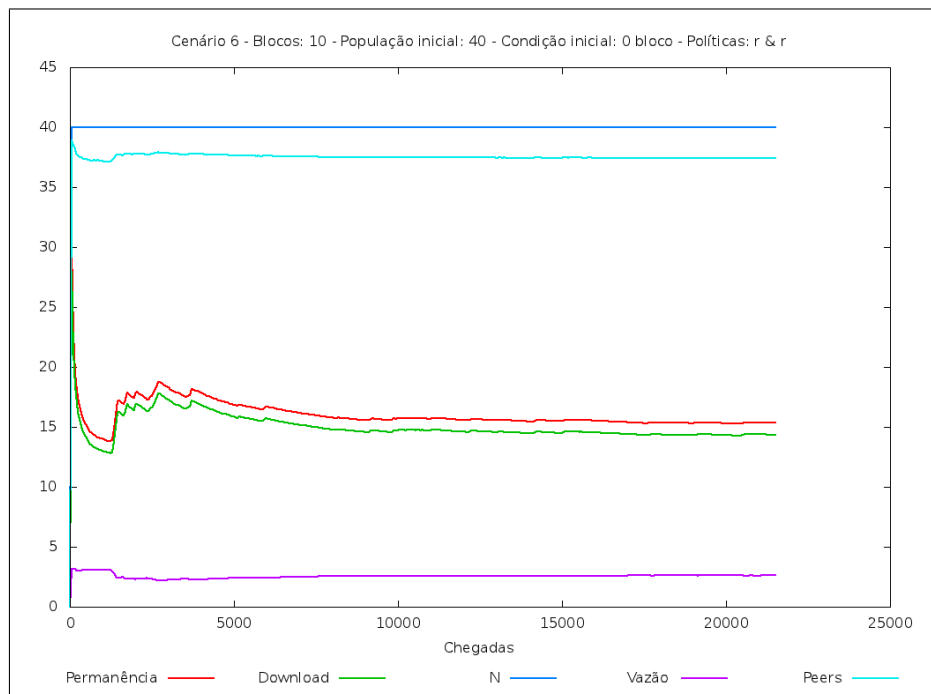


Figura 2: Cenário 6 com 10 blocos e 40 pessoas

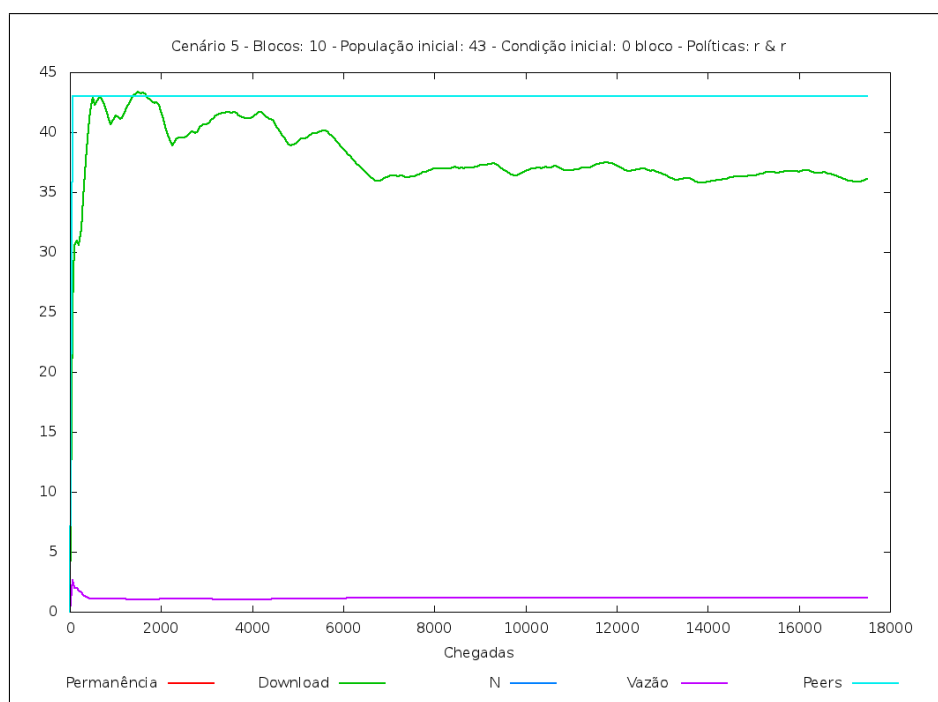


Figura 3: Cenário 5 com 10 blocos e 43 pessoas

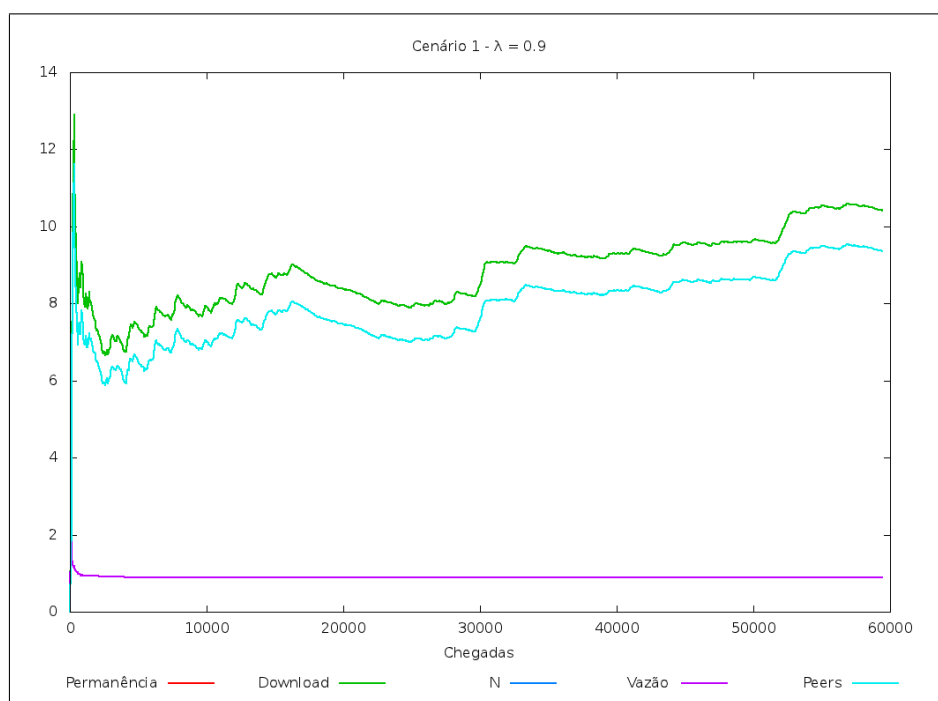


Figura 4: Cenário 1 com $\lambda = 0,9$

3.4 Rodadas

Para que os intervalos de confiança sejam pequenos, é preciso que cada rodada tenha um bom tamanho e que o número total de rodadas seja suficientemente grande. Inicialmente, fixamos esses números em 30 rodadas com 5000 chegadas cada, mas alguns intervalos ainda estavam grandes demais e decidimos passar a 100 rodadas.

Posteriormente, aumentamos o tamanho de cada rodada para 10000 chegadas quando buscávamos o motivo de um dos resultados não seguir o padrão que esperávamos. Mesmo tendo resolvido esta questão de outra forma, optamos por manter, no final, um total de 100 rodadas com 10000 chegadas cada.

Adicionalmente, no caso improvável de algum intervalo de confiança ser maior do que 10%, são executadas novas rodadas até que esta condição seja satisfeita. Esta precaução mostrou-se desnecessária, visto que nenhuma simulação ultrapassou 100 rodadas.

4 Testes de Corretude

Para testar nossa implementação, comparamos a saída do simulador com resultados que poderíamos obter analiticamente. Desta forma, fomos capazes de concluir quando o programa estava muito próximo de estar correto. Em alguns momentos, também utilizamos fórmulas conhecidas para obter valores para algumas variáveis em função de outras, a fim de confirmar que os resultados eram coerentes entre si.

O cenário 1 proposto na descrição do trabalho representa exatamente uma $M/M/1$, visto que temos o arquivo com apenas um bloco, chegadas de peers seguindo um processo Poisson e a ausência total de seeds ou chegadas por recomendação. Dado que a disciplina de atendimento não afeta a média das variáveis observadas, podemos calcular analiticamente todos os resultados e compará-los com a saída da simulação. Com isso, pudemos executar o ajuste inicial do programa.

4.1 Dificuldades enfrentadas

Apesar de os testes com o cenário 1 terem eliminado a maior parte de nossas dúvidas, tivemos um grande problema já no final do desenvolvimento. Ao executar as simulações, percebemos que as vazões dos cenários 4 a 6 não se comportavam exatamente como esperado.

Esta falha nos tomou vários dias para ser resolvida. Uma das causas foi não sabermos como calcular analiticamente o resultado esperado para nos certificarmos de que, de fato, havia algo errado.

Outra causa foi o efeito do erro nos resultados. O problema no código fazia com que simulássemos um cenário diferente daquele que desejávamos. Com isso, tínhamos o resultado de Little valendo para todas as variáveis e isso fez com que, novamente, ficássemos em dúvida se havia mesmo algum erro.

Terminamos por descobrir que, quando um peer chegava por recomendação, ele não transmitia nenhum dado. Desta forma, simulávamos um cenário em que um peer chegava, só recebia o arquivo do publisher e poderia ou não ficar um tempo no sistema sem fazer nada de fato. Uma vez corrigido o problema, obtivemos os dados apresentados nas próximas seções deste relatório.

5 Coleta dos dados

5.1 Cálculo de estimadores

Para calcular os estimadores da média ($\hat{\mu}$) e do desvio padrão ($\hat{\sigma}$), são armazenados a soma das médias ($\sum_{i=1}^n X_i$) e dos quadrados das médias ($\sum_{i=1}^n X_i^2$) de cada variável aleatória ao longo das rodadas. Desta forma, podemos obter ambos os estimadores.

O estimador da média vem diretamente de sua fórmula:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

Já o estimador da variância necessita de alguma manipulação na sua fórmula original:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \hat{\mu})^2 \quad (2)$$

$$= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2\hat{\mu}X_i + \hat{\mu}^2) \quad (3)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\hat{\mu} \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n \hat{\mu}^2 \right] \quad (4)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\hat{\mu} \sum_{i=1}^n X_i + n\hat{\mu}^2 \right] \quad (5)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\hat{\mu} \frac{n}{n} \sum_{i=1}^n X_i + n\hat{\mu}^2 \right] \quad (6)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\hat{\mu}^2 \right] \quad (7)$$

Com isto, podemos calcular $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ incrementalmente para qualquer variável aleatória.

5.2 Obtenção dos intervalos de confiança

Os intervalos de confiança foram obtidos com base na aproximação da distribuição t-Student pela distribuição normal com $n > 30$. Como pedia o enunciado, utilizamos um intervalo de confiança de 95%. Desta forma, temos:

$$P \left(\hat{\mu} - \frac{1,96\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} < \mu < \hat{\mu} + \frac{1,96\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right) \approx 0,95, \quad n > 30 \quad (8)$$

ou seja, a probabilidade de a média real estar entre os dois valores exibidos como limites do intervalo é de aproximadamente 95%.

6 Resultados obtidos

6.1 Arquivo com um bloco

Nas figuras 5, 6 e 7, temos as pmfs do número de usuários no sistema para o cenário 1. Estão sobrepostos, para fins de comparação, o intervalo de confiança e o resultado analítico.

Apesar de o intervalo de confiança ser muito pequeno na maioria das vezes, podemos observar visualmente que ele engloba a média real em alguns casos. Como há muitos valores a serem exibidos quando $\lambda = 0,9$, este relatório apresenta apenas as tabelas 1 e 2, que contêm, respectivamente, os valores para $\lambda = 0,1$ e $\lambda = 0,5$.

Podemos observar na tabela 2 que, para $k = 17$, temos um valor fora do intervalo de confiança. A justificativa para isso é que trata-se de um evento raro (com probabilidade $< 4 \cdot 10^{-6}$ de ocorrer) e, portanto, a simulação sem nenhum cuidado especial com este tipo de situação pode não gerar um bom intervalo de confiança para ele. Apesar disso, podemos notar que o valor analítico está ainda bem próximo do limite superior.

Na tabela 3, temos os tempos médios de download com seus respectivos intervalos de confiança. Em seguida temos as figuras 8, 9, 10, 11, 12 e 13 com os gráficos contendo a CDF do tempo de download em cada rodada para os conjuntos de parâmetros da tabela. Através das CDFs, calculamos as medianas do tempo de download, exibidas na tabela 4.

Observando os resultados do parágrafo anterior, podemos concluir que a presença de usuários como seeds no sistema torna o tempo de download menor. Isto se deve ao fato de que um seed, apesar de mais lento, permitirá que mais peers sejam servidos além da capacidade do publisher.

O último cenário com apenas um bloco é o de número 3. Como trata-se de um sistema fechado, podemos avaliar a vazão como métrica de eficiência. Isto não pode ser feito nos cenários 1 e 2 porque a taxa de saída não pode ser outra que não a taxa de entrada uma vez que o sistema entre em equilíbrio. O gráfico que coloca a vazão em função do número de pessoas no sistema pode ser visto na figura 14. Nota-se que o sistema não é escalável, pois, sendo o publisher o único responsável por enviar o arquivo, a vazão máxima fica limitada por sua capacidade de upload.

Tabela 1: pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,1$

k	$P(N = k)$ (analítico)	Limite inferior	Limite superior
0	0,9	0,899822017190	0,900399632035
1	0,09	0,089602836420	0,090092549640
2	0,009	0,008951846470	0,009130388423
3	0,0009	0,000879138968	0,000932046458
4	0,00009	0,000077180141	0,000093780926
5	0,000009	0,000005460491	0,000011068471
6	0,0000009	0,000000013627	0,000001910427
7	0,00000009	0,0 ¹	0,000000164662

Tabela 2: pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,5$

k	$P(N = k)$ (analítico)	Limite inferior	Limite superior
0	0,5	0,497976050425	0,500863861786
1	0,25	0,249420542842	0,250861882491
2	0,125	0,124654767781	0,125790005825
3	0,0625	0,062187016865	0,063157683324
4	0,03125	0,030623810927	0,031492326347
5	0,015625	0,015384256463	0,016031342774
6	0,0078125	0,007638869747	0,008123794203
7	0,00390625	0,003668546214	0,003983212940
8	0,001953125	0,001869532721	0,002092272616
9	0,0009765625	0,000935911990	0,001100733438
10	0,00048828125	0,000461616564	0,000582360346
11	0,000244140625	0,000231226212	0,000321205960
12	0,000122070312	0,000114439879	0,000169397027
13	0,000061035156	0,000049574184	0,000091966384
14	0,000030517578	0,000025214314	0,000054621483
15	0,000015258789	0,000006174981	0,000019933314
16	0,000007629395	0,000000902206	0,000012079891
17	0,000003814697	0,0 ¹	0,000003125728
18	0,000001907349	0,0 ¹	0,000000273893

¹O limite inferior calculado aqui tem valor negativo, mas, uma vez que probabilidades são necessariamente não negativas, podemos alterá-lo para 0 sem modificar a probabilidade do intervalo. Temos $P(\mu \in [L, U]) = 0,95$ e $P(\mu \in [L, 0]) = 0$, o que significa que $P(\mu \notin [L, 0]) = 1$. Como $[L, 0] \subset [L, U]$, $P(\mu \in [L, U], \mu \in [L, 0]) = P(\mu \in [L, U])$. Logo, $P(\mu \in [0, U] \mid \mu \notin [L, 0]) = \frac{P(\mu \in [L, U])}{P(\mu \notin [L, 0])} = 0,95$.

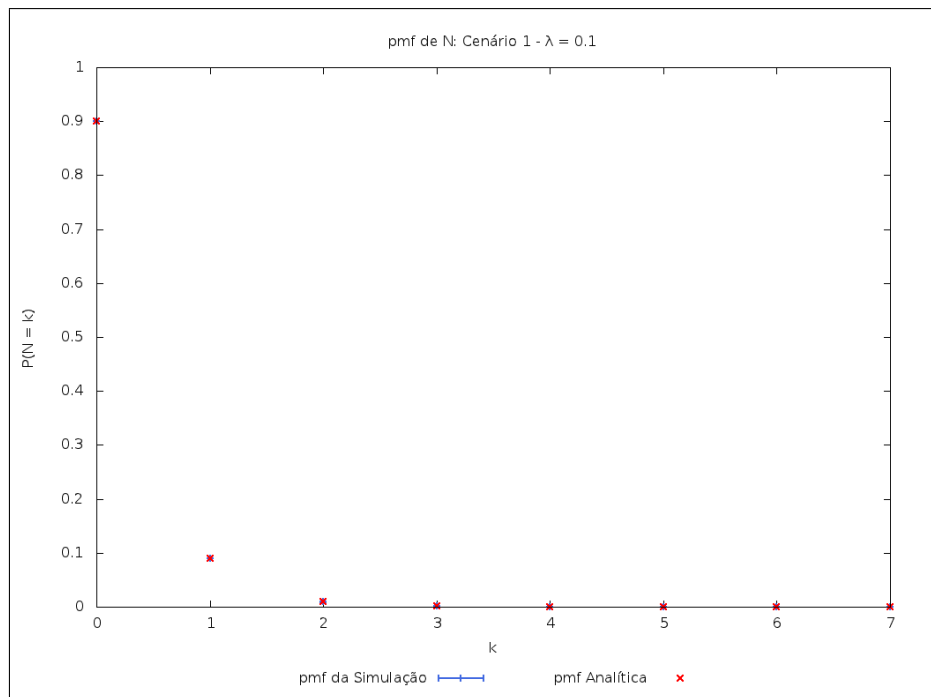


Figura 5: pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,1$

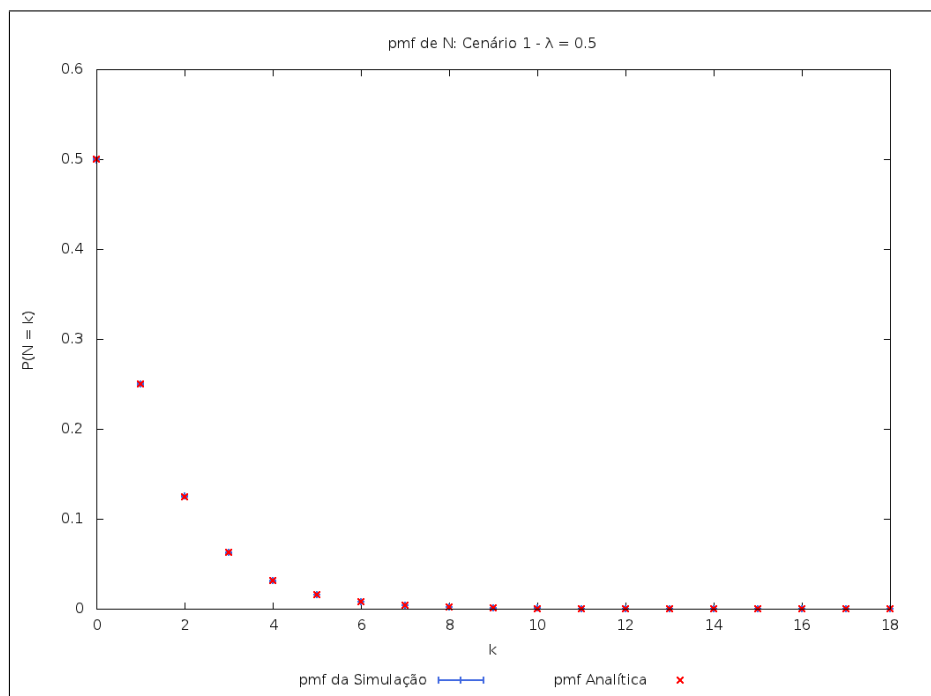


Figura 6: pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,5$

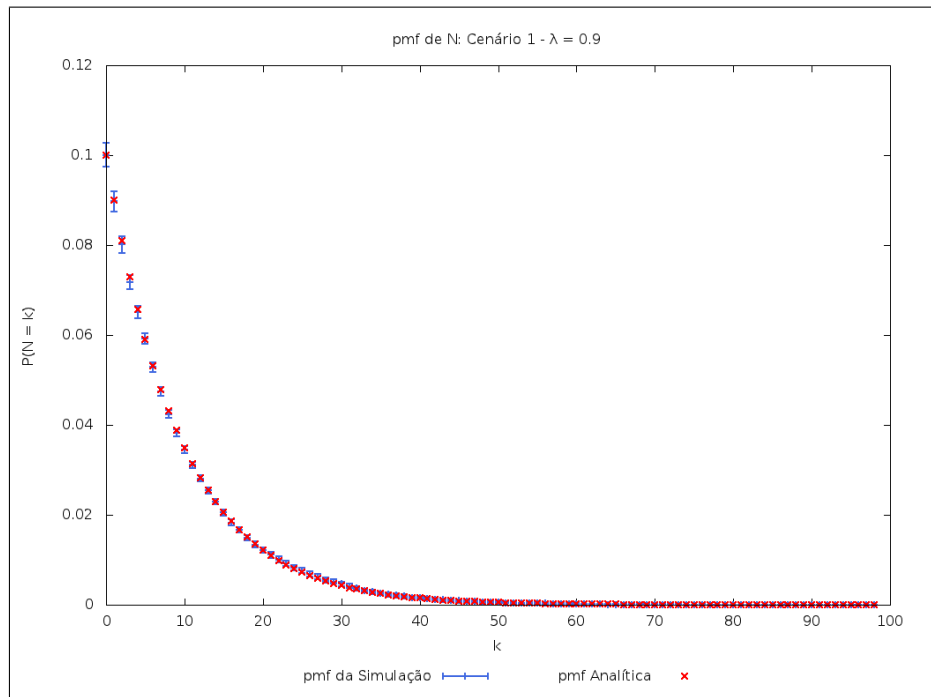


Figura 7: pmf do número de pessoas no sistema com $\lambda = 0,9$

Tabela 3: Média do tempo de download nos cenários 1 e 2

λ	μ	γ	Tempo médio de download	Limite inferior do intervalo de confiança	Limite superior do intervalo de confiança
0,1	-	∞	1,109913531662	1,107213957314	1,112613106010
0,5	-	∞	2,002085122497	1,991433307156	2,012736937837
0,9	-	∞	10,135659151670	9,749186384809	10,522131918532
0,1	0,1	0,1	1,006295891166	1,003802169978	1,008789612354
0,5	0,1	0,1	1,046063420675	1,041709828877	1,050417012473
0,9	0,1	0,1	1,085723681141	1,079771062357	1,091676299925

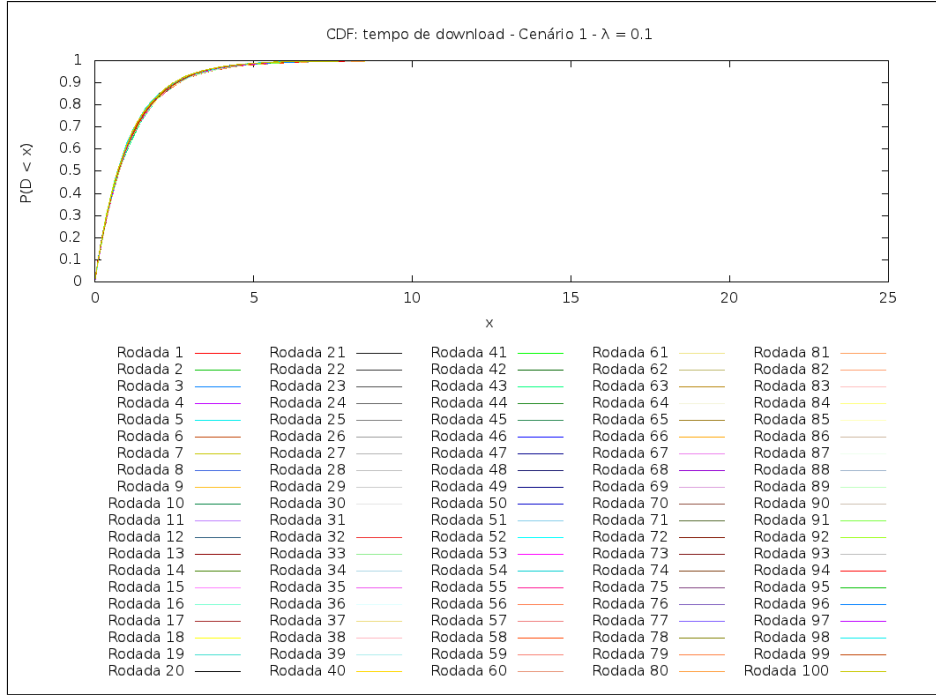


Figura 8: CDF do tempo de download no cenário1 com $\lambda = 0.1$

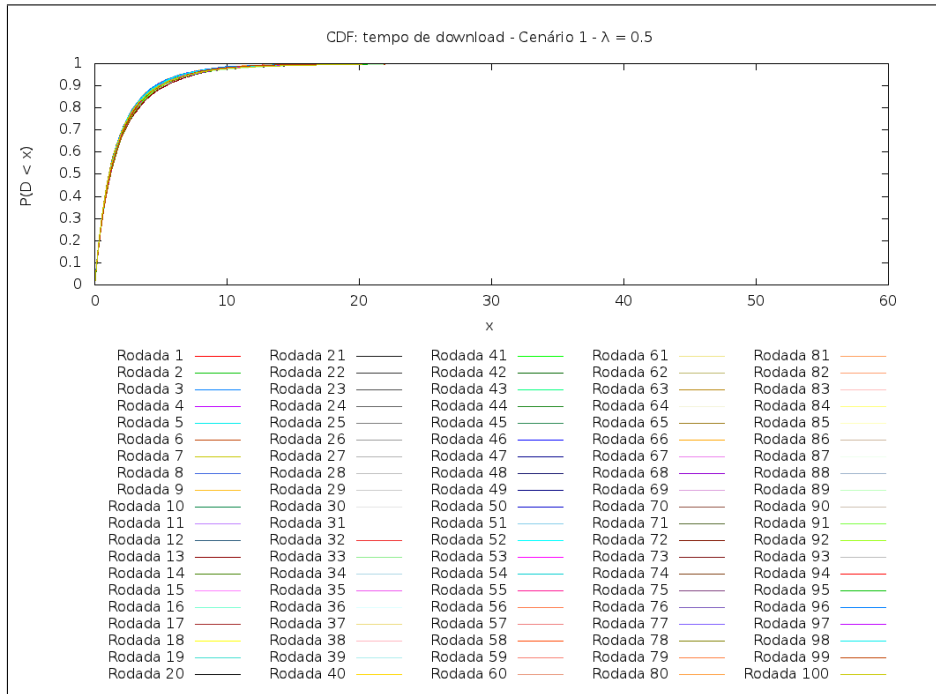


Figura 9: CDF do tempo de download no cenário 1 com $\lambda = 0.5$

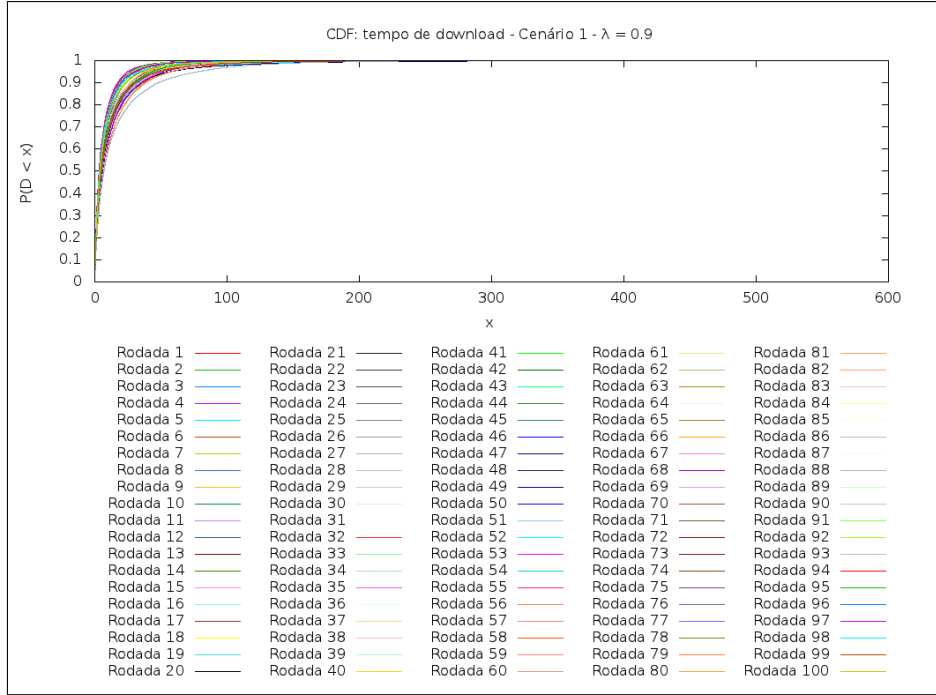


Figura 10: CDF do tempo de download no cenário 1 com $\lambda = 0.9$

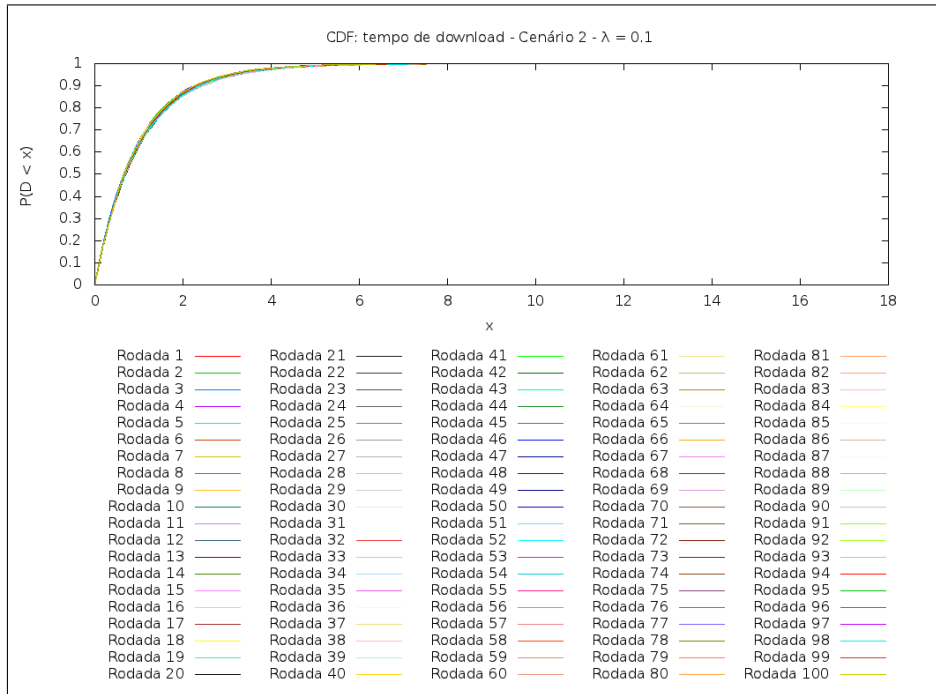


Figura 11: CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.1$

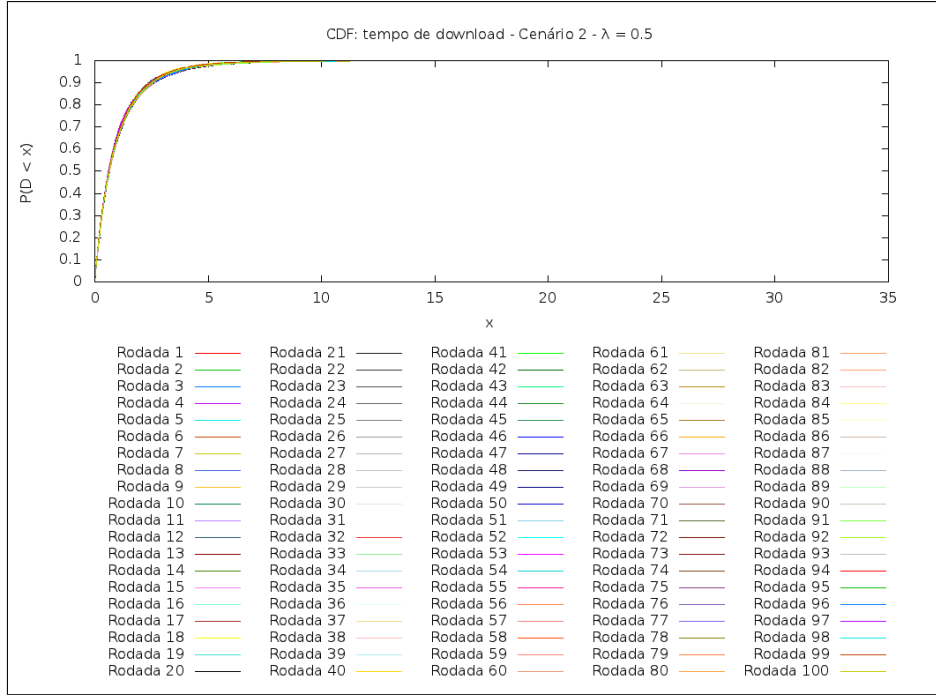


Figura 12: CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.5$

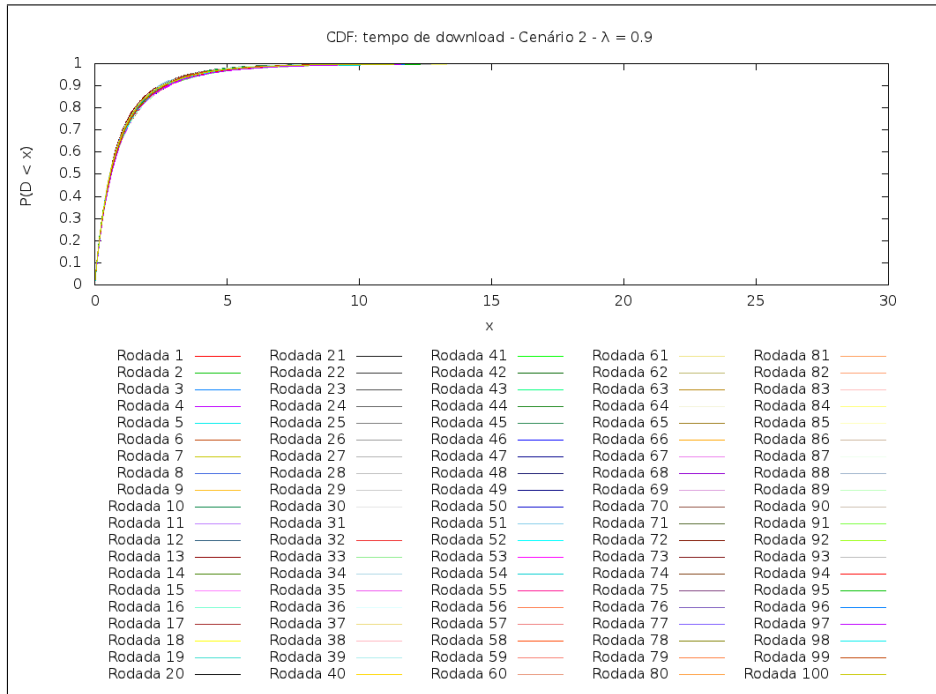


Figura 13: CDF do tempo de download no cenário 2 com $\lambda = 0.9$

Tabela 4: Mediana do tempo de download com intervalo de confiança de 95%

λ	μ	γ	Mediana do tempo de download	Limite inferior do intervalo de confiança	Limite superior do intervalo de confiança
0,1	-	∞	0,737047408215	0,722433655393	0,751661161036
0,5	-	∞	1,124063814379	1,101496212869	1,146631415889
0,9	-	∞	4,405159232804	4,245628264486	4,564690201122
0,1	0,1	0,1	0,667048594407	0,653845586561	0,680251602253
0,5	0,1	0,1	0,616956850412	0,604620695764	0,629293005060
0,9	0,1	0,1	0,585914289199	0,574149924840	0,597678653559

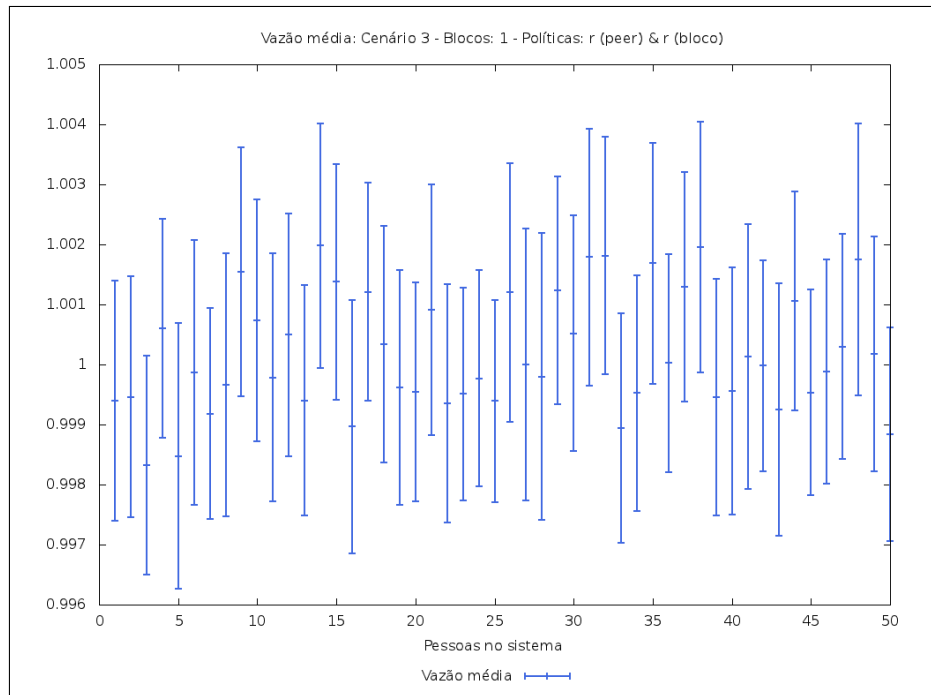


Figura 14: Vazão do cenário 3

6.2 Arquivo com dois blocos

6.2.1 *Random peer / Random useful piece*

Nas figuras 15, 16 e 17 podemos ver a evolução da vazão com o aumento do número de pessoas no sistema, respectivamente, nos cenários 4, 5 e 6 com seus intervalos de confiança de 95%.

Comparando as curvas correspondentes aos cenários 4 e 5, podemos observar que a presença de seeds influencia a escalabilidade do sistema, mesmo os peers transmitindo blocos entre si. No primeiro cenário, podemos ver que a vazão cresce com o número de usuários até o limite desta simulação, enquanto no cenário 5 ela estabiliza em torno de 1 saída por unidade de tempo. É notável o fato de que isto acontece mesmo que, em razão do seu tempo de permanência no sistema, a média seja de apenas 1 transmissão por seed.

Demonstração. Sejam K o número de transmissões de um seed e X o tempo de permanência do mesmo após terminar o download. Sabemos que

$$E[K] = K'(z)|_{z=1} \quad (9)$$

e também que

$$K(z) = X^*(\mu - \mu z) = \frac{\gamma}{\gamma + (\mu - \mu z)} \quad (10)$$

Unindo as equações 9 e 10, temos

$$E[K] = K'(z)|_{z=1} \quad (11)$$

$$= \frac{\gamma\mu}{(\gamma - \mu + \mu)^2} \quad (12)$$

$$= \frac{\mu}{\gamma} \quad (13)$$

$$= 1 \text{ transmissão por seed.} \quad (14)$$

□

Observando agora as curvas obtidas para os cenários 4 e 6, notamos que reduzir a capacidade de serviço do publisher diminui a vazão do sistema, mas que o efeito desta mudança não é tão acentuado quanto se esperaria caso todas as transmissões dependessem dele. Uma redução da taxa de envio do publisher à metade levou a vazão a uma redução de aproximadamente 33% para 25 pessoas presentes no sistema e de cerca de 25% para 50 pessoas.

À medida em que aumentamos o número de pessoas presentes, é esperado que a capacidade de serviço do publisher tenha cada vez menos influência. Isto porque, com mais pessoas, temos um maior fluxo de dados entre os próprios usuários e o publisher fica responsável por uma fração cada vez menor do tráfego. Desta forma, a diferença entre os cenários 4 e 6 tende a diminuir cada vez mais caso simulemos cenários ainda maiores.

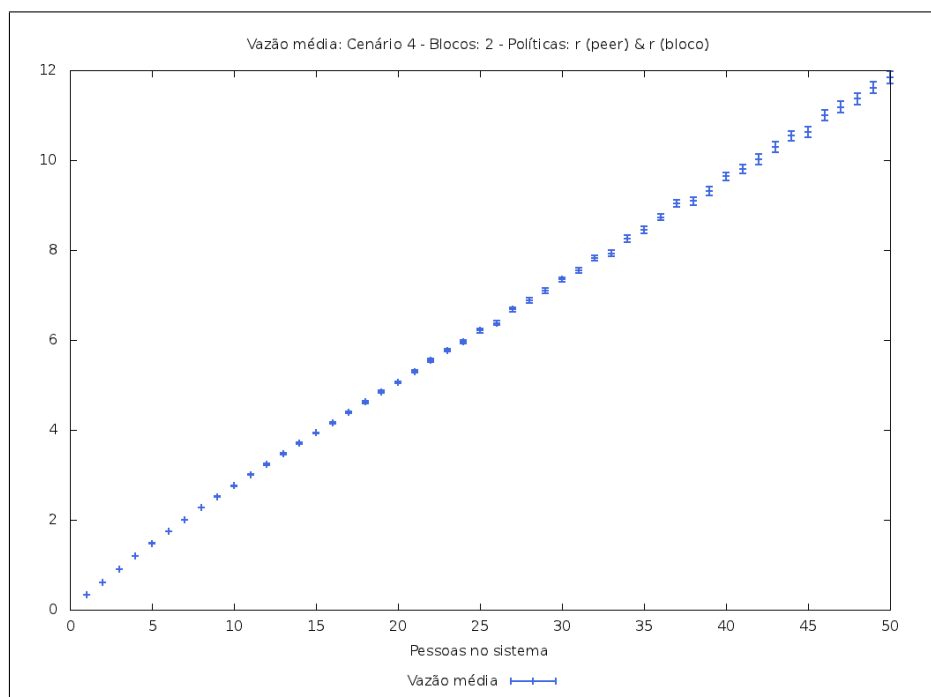


Figura 15: *Random peer / Random useful piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4

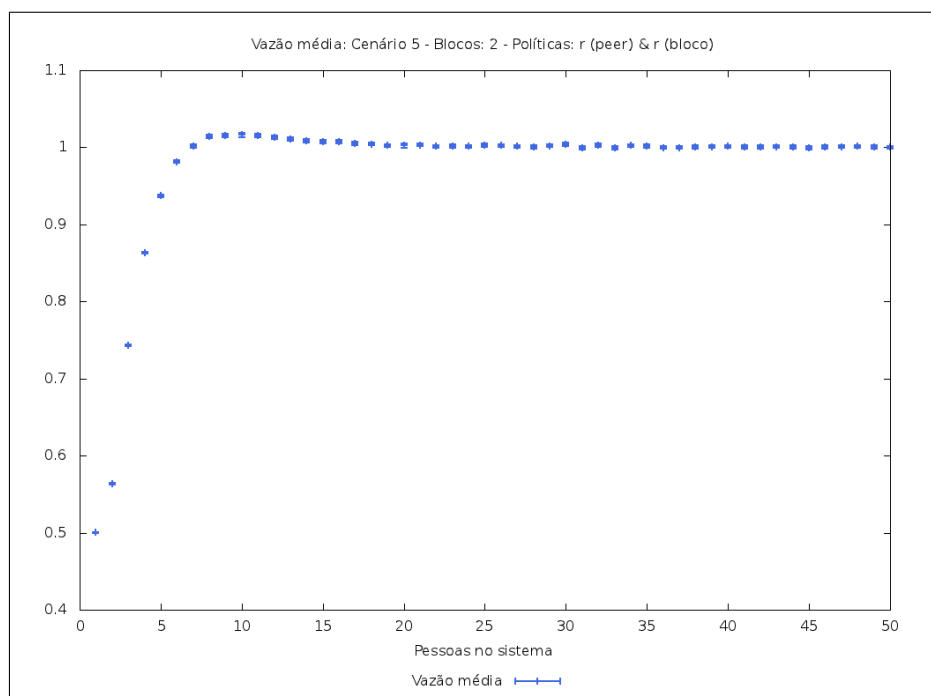


Figura 16: *Random peer / Random useful piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5

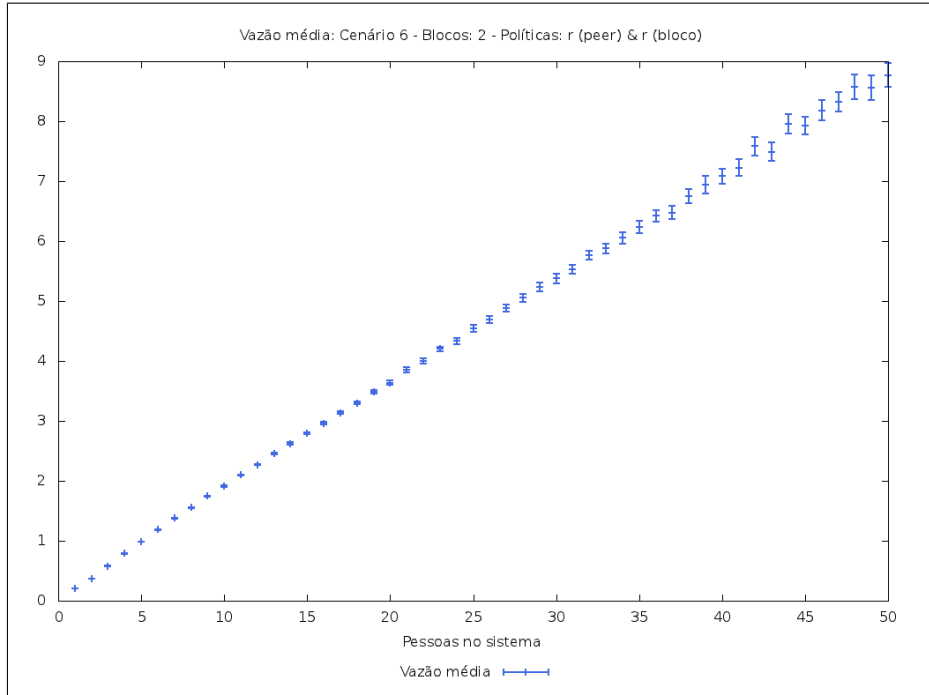


Figura 17: *Random peer / Random useful piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6

6.2.2 *Random peer / Rarest first piece*

Nas figuras 18, 19 e 20 podemos ver a evolução da vazão com o aumento do número de pessoas no sistema, respectivamente, nos cenários 4, 5 e 6 com seus intervalos de confiança de 95%.

Nos cenários 4 e 6 é possível notar um aumento efetivo na vazão. Já no cenário 5, ela parece aumentar bem, até que regride e torna a se aproximar do mesmo valor de 1 saída por unidade de tempo ao redor do qual estabilizou-se no cenário de mesmo número com a política *Random peer / Random useful piece*. A melhora observada na presença de seeds deve-se ao fato de que o envio do bloco mais raro faz com que os blocos mais comuns passem a ser enviados pelos outros peers. Com isso, há um melhor direcionamento da capacidade de serviço do publisher e dos seeds e um melhor aproveitamento das transmissões entre peers. No cenário 5, o publisher ainda é responsável por suprir a maior parte da demanda por blocos mais raros e, assim, não é possível um aumento real da vazão deste sistema.

Com esta nova política, a diminuição da capacidade de serviço do publisher teve um efeito ainda menor sobre o sistema como um todo, como podemos perceber ao notar a vazão muito próxima nos cenários 4 e 6. Entendemos que isto se deve ao fato de que, agora, as transmissões entre peers passam a ser mais eficientes, sendo o publisher e os seeds responsáveis apenas por evitar que um determinado bloco não esteja mais presente no sistema. Isso faz com que uma maior quantidade de transmissões entre peers tenha sucesso e equilibra os dois cenários, visto que estes diferenciam-se apenas pela taxa de upload do publisher.

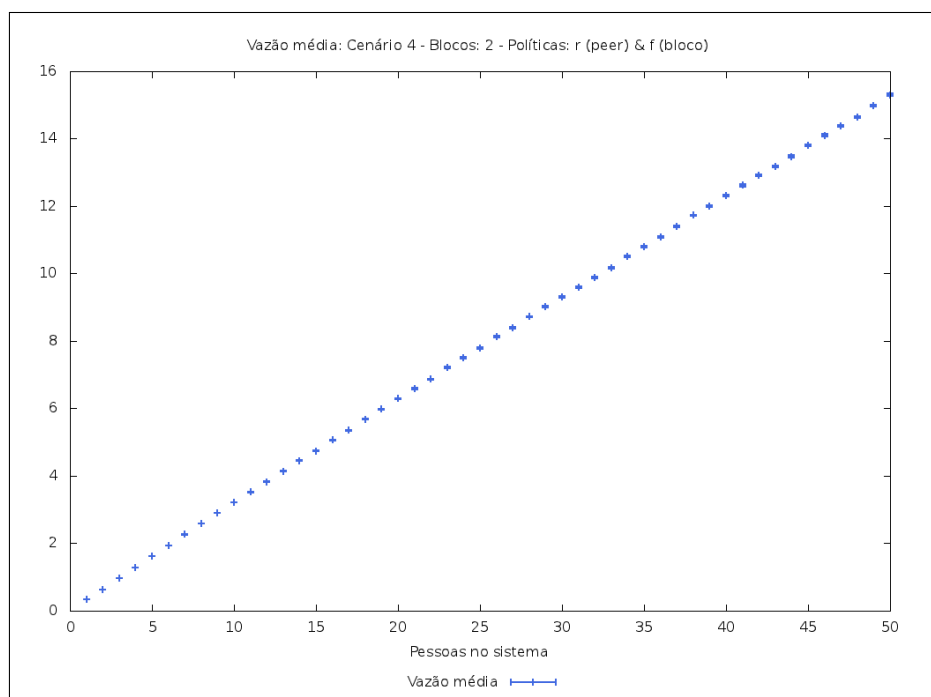


Figura 18: *Random peer / Rarest first piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4

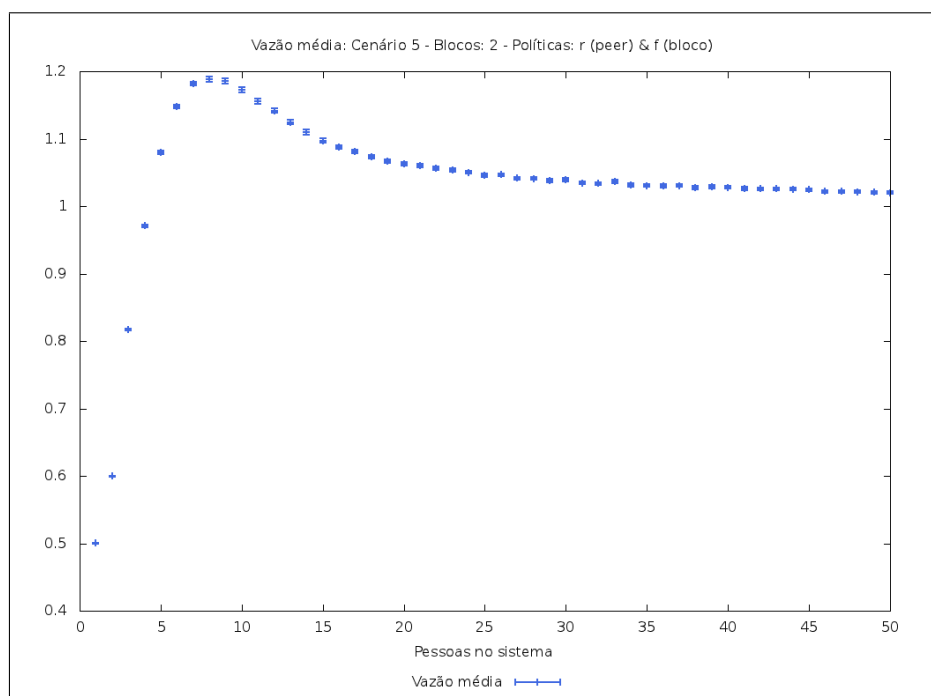


Figura 19: *Random peer / Rarest first piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5

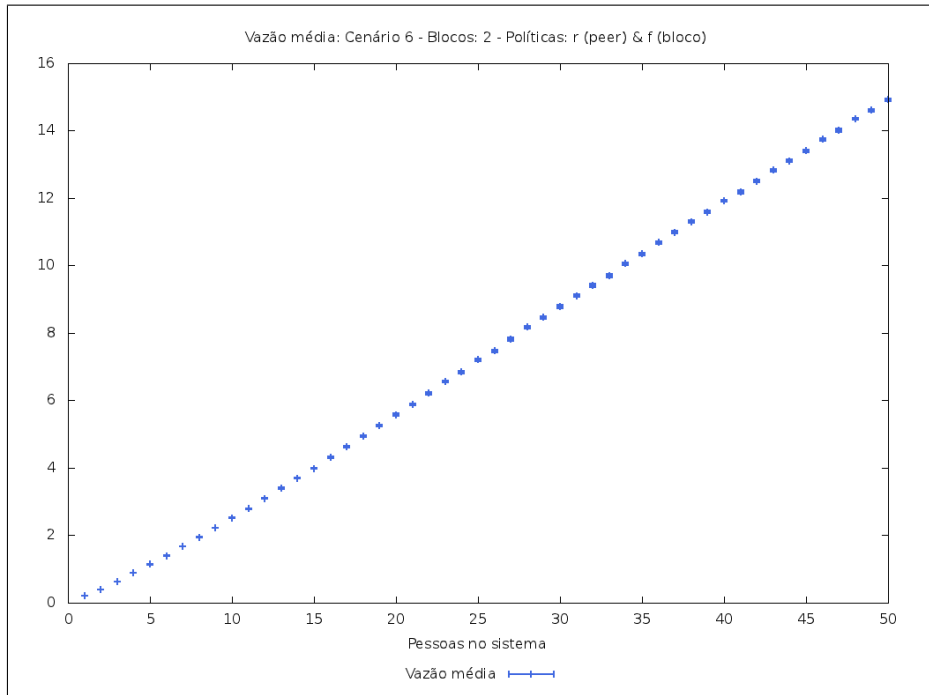


Figura 20: *Random peer / Rarest first piece* - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6

6.2.3 Arquivo com 10 blocos

Nas figuras 21, 22 e 23 podemos ver a evolução da vazão com o aumento do número de pessoas no sistema, respectivamente, nos cenários 4, 5 e 6 com seus intervalos de confiança de 95%. Para os cenários com 10 blocos, foi utilizada a política *Random peer / Random useful piece*.

Com o aumento no número de blocos, as tendências observadas em cada cenário com dois blocos mantiveram-se, isto é, os cenários 4 e 6 apresentaram crescimento, enquanto no cenário 5, a partir de uma determinada quantidade de pessoas presentes no sistema, a vazão tendeu a estabilizar-se. Essas comparações com as situações em que havia apenas 2 blocos, no entanto, devem parar por aqui, pois ir além disso não representaria a realidade. Uma vez que a taxa de upload destas simulações é dada em blocos por segundo, temos, na realidade, arquivos 5 vezes maiores.

Apesar disso, é notável o fato de que a vazão do cenário 5 aumentou, mesmo que os arquivos tenham tornado-se muito maiores. Isto, acreditamos, deve-se ao fato de que os peers devem esperar receber todos os 10 blocos para concluir o download, ou seja, precisam continuar no sistema enquanto possuem uma quantidade maior de blocos e têm, assim, uma maior chance de aproveitar suas tentativas de transmissão. O tempo de download não aumenta, visto que isso iria de encontro ao resultado de Little, mas há uma maior chance de não se desperdiçar uma tentativa de envio de um bloco.

A vantagem de haver seeds no sistema ainda é evidente. A vazão, nos cenários 4 e 6, apresenta a mesma tendência de crescimento contínuo, enquanto, no cenário 5 continua tendendo a estabilizar-se ao redor de um valor fixo.

Já a redução da capacidade de serviço do publisher teve um efeito menos acentuado do que o que pode ser observado nas figuras 15 e 17. Isto ocorre pelo mesmo motivo que a vazão do sistema aumentou para o cenário 5, que é a maior influência dos peers no envio do arquivo, assim como quando alteramos a política de seleção de bloco para *Rarest first piece*.

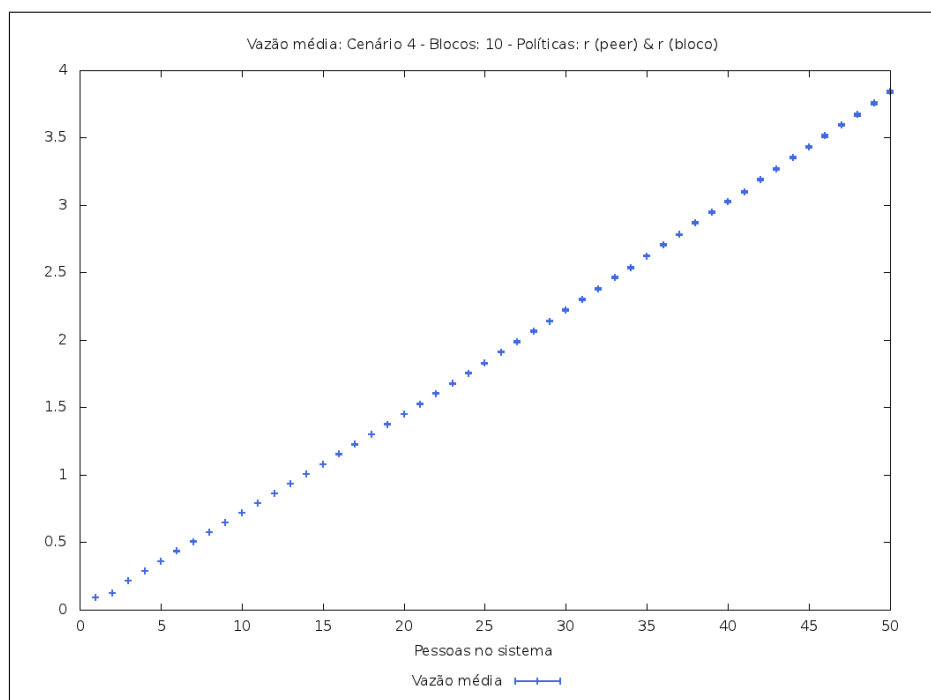


Figura 21: Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 4

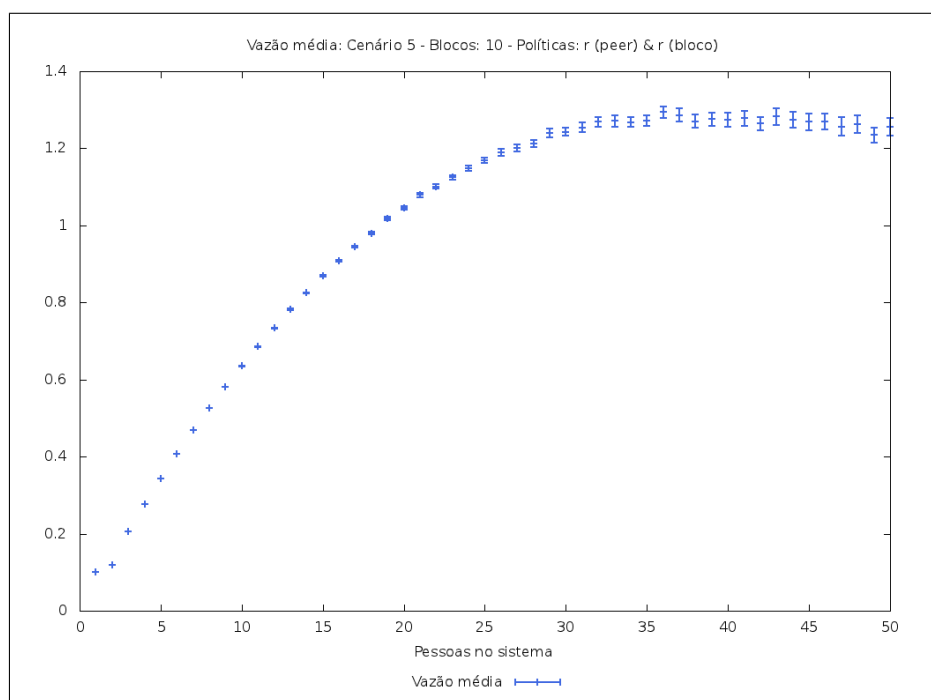


Figura 22: Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 5

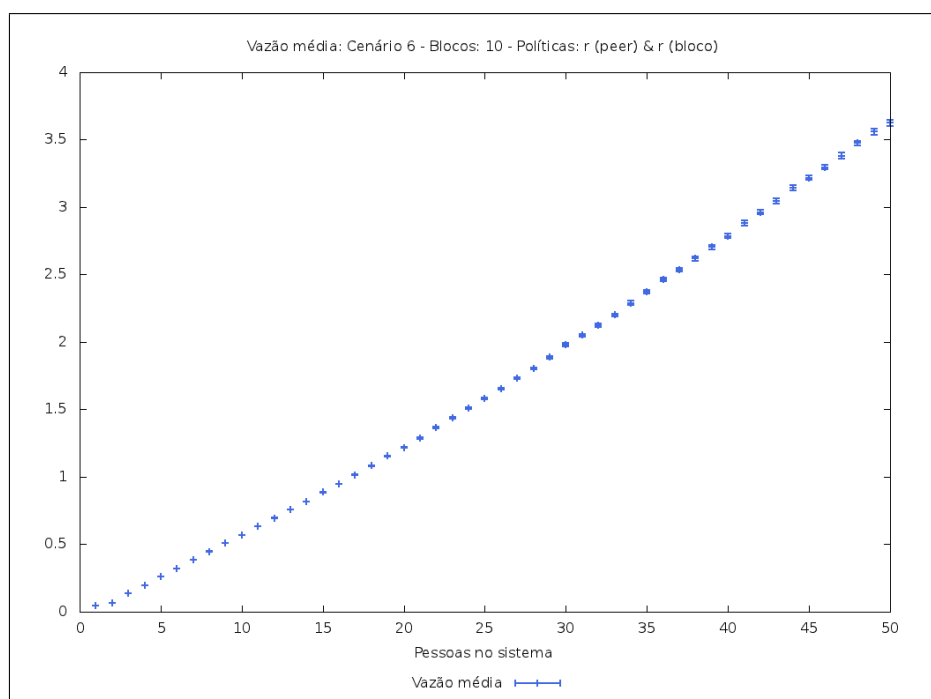


Figura 23: Arquivo com 10 blocos - Vazão por quantidade de pessoas no cenário 6

6.3 Variando as condições iniciais

Simulamos o cenário 5, no caso em que a população inicial era de 50 pessoas, sob as seguintes condições:

1. Política *Random peer* / *Random useful piece* e todos os peers iniciando sem nenhum bloco;
2. Política *Random peer* / *Random useful piece* e todos os peers iniciando com 1 bloco;
3. Política *Random peer* / *Rarest first piece* e todos os peers iniciando sem nenhum bloco;
4. Política *Random peer* / *Rarest first piece* e todos os peers iniciando com 1 bloco.

Pode-se ver um exemplo de simulação em cada uma das figuras 24, 25, 26 e 27, mas, ao todo, executamos 30 vezes cada um dos itens. Obtivemos, ao final, os resultados exibidos na tabela 5 com um intervalo de confiança de 95%. A numeração das configurações refere-se aos itens acima.

Tabela 5: Duração da fase transiente com alteração da condição inicial em número de chegadas

Configuração	Média	Limite inferior	Limite Superior
1	6283,33333333	5784,55073878	6782,11592789
2	6533,33333333	5939,10830275	7127,55836392
3	6566,66666667	6252,40089828	6880,93243505
4	6316,66666667	5911,14786079	6722,18547254

Com base nos dados da tabela, não podemos afirmar que existe, de fato, alguma diferença entre as durações das fases transientes.

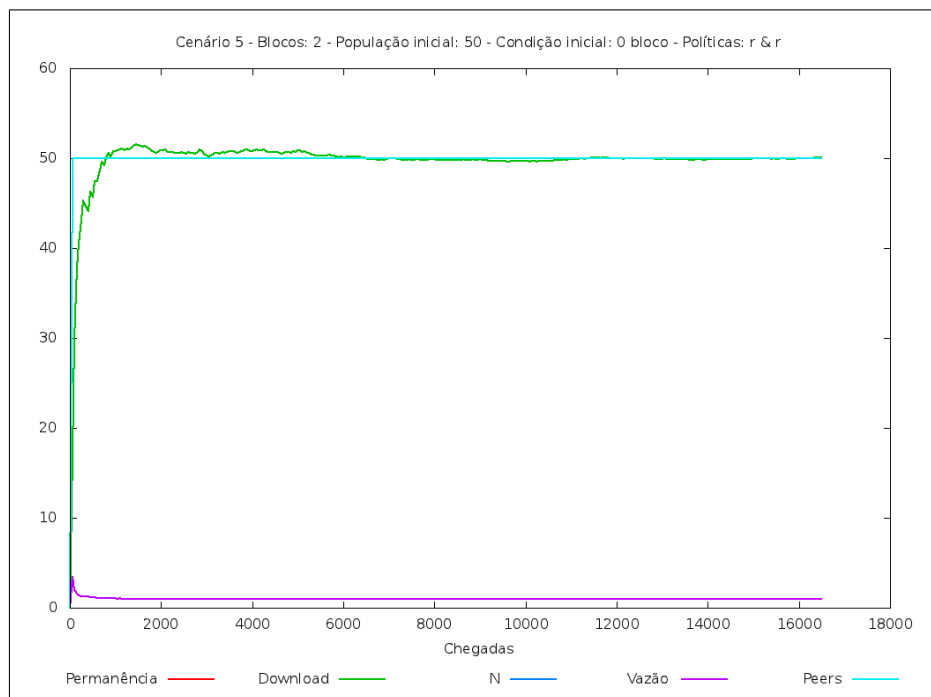


Figura 24: Visualização da fase transiente com política *Random peer* / *Random useful piece* e todos os peers iniciando sem nenhum bloco

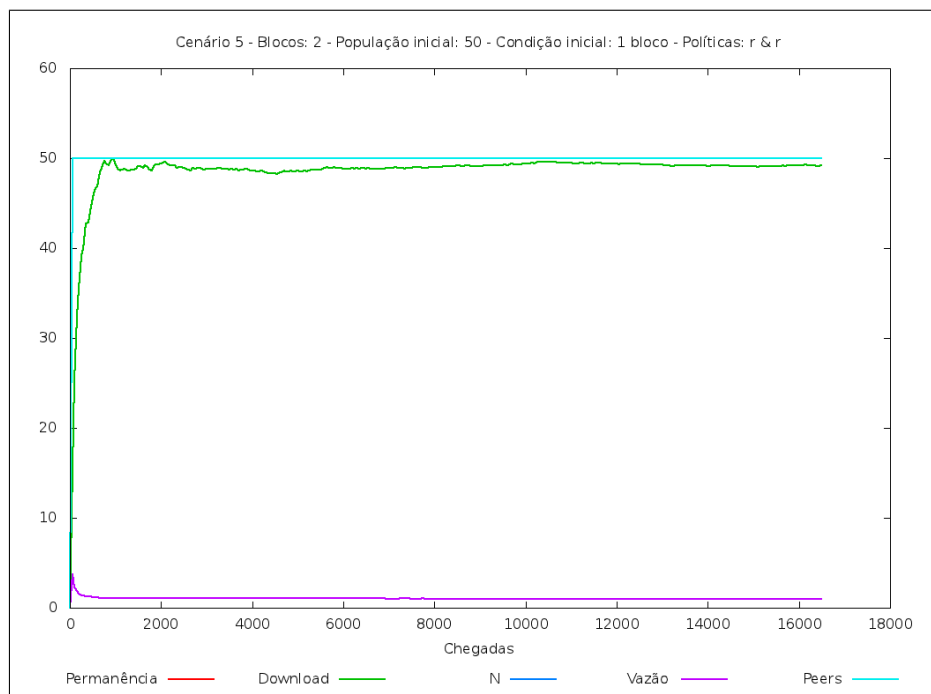


Figura 25: Visualização da fase transiente com política *Random peer* / *Random useful piece* e todos os peers iniciando com 1 bloco

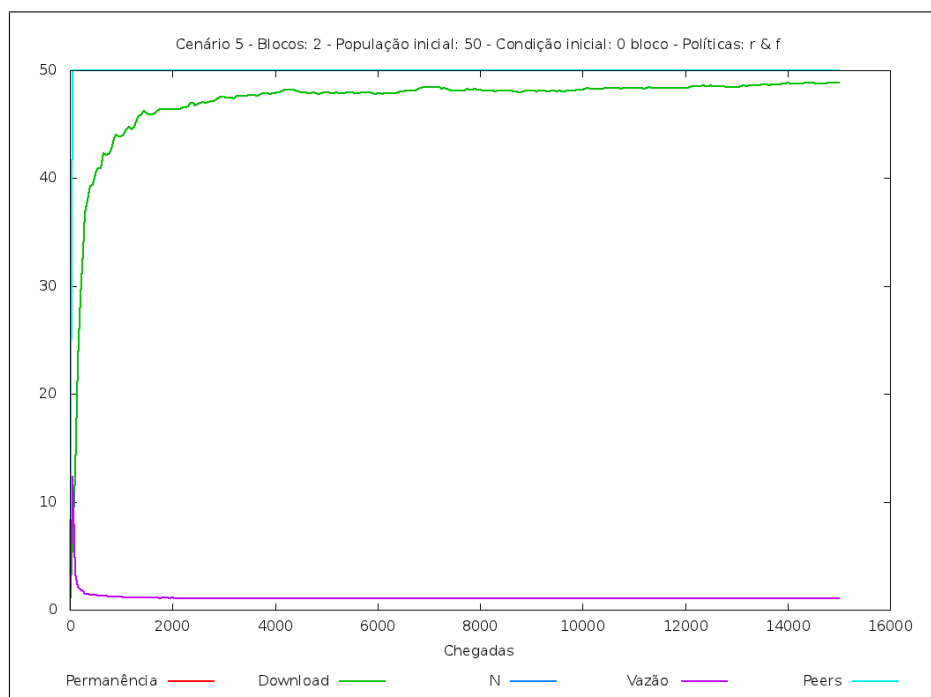


Figura 26: Visualização da fase transiente com política *Random peer* / *Rarest first piece* e todos os peers iniciando sem nenhum bloco

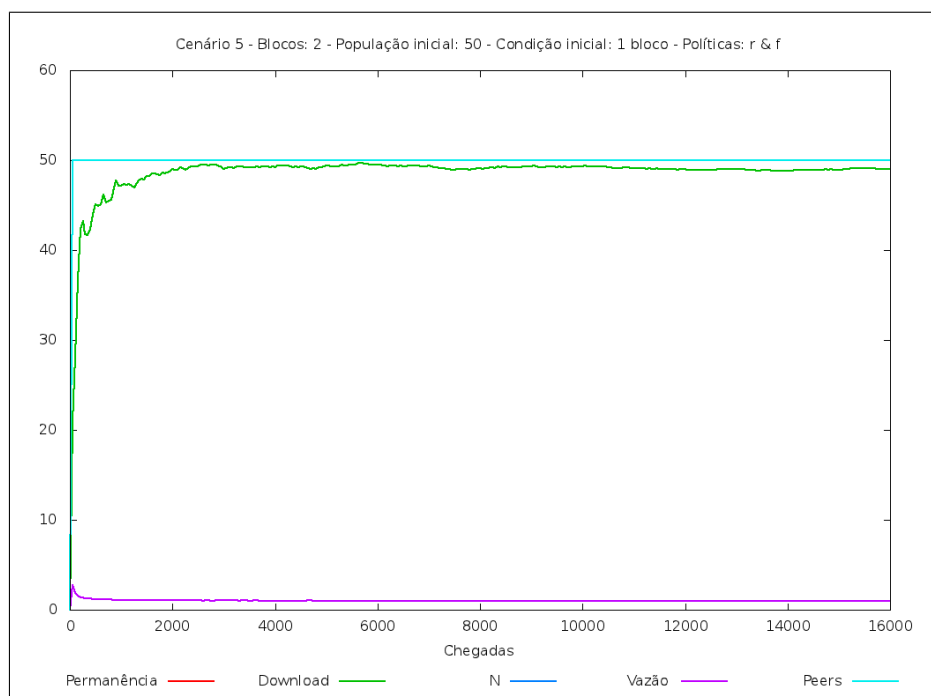


Figura 27: Visualização da fase transiente com política *Random peer* / *Rarest first piece* e todos os peers iniciando com 1 bloco

6.4 Desafio: Otimizando o sistema

Tendo em vista os resultados anteriores, nosso objetivo para escolher políticas de seleção de peers e blocos foi maximizar a utilidade da interação entre os peers. Os dois pontos principais para isso foram:

1. Manter os peers sempre tentando enviar blocos
2. Maximizar o aproveitamento das tentativas de transmissão

Para alcançar o ponto 1, é necessário que o peer passe a maior parte do tempo em que está no sistema de posse de algum bloco. Caso o peer passe muito tempo sem nenhum bloco, além de estar muito longe de concluir o download, ele não poderá enviar nada e, portanto, não permitirá que o sistema se beneficie de sua capacidade de upload.

Já no sentido de alcançar o ponto 2, é razoável querermos que a distribuição dos blocos entre os peers seja a melhor possível. Esta ideia já vem dos resultados obtidos com a política *Random peer / Rarest first piece*, que mostram uma melhora da velocidade quando as peças raras têm envio prioritário.

Cabe notar aqui que 1 nos sugere uma política de seleção de peer, enquanto 2 sugere uma política de seleção de bloco. Decidimos que utilizaríamos a política *Rarest piece first*, pois não conseguimos encontrar saída que parecesse melhor para o problema da escolha do bloco. Ficou, portanto, faltando escolher como seriam escolhidos os peers.

O próprio item 1 já nos leva a imaginar que um peer que chega deve receber rapidamente um bloco. Apesar disso, uma política que se assemelhasse totalmente a uma fila LCFS não parecia promissora. Optamos, então, por diferenciar a forma de envio do publisher da forma de envio dos peers. A função do publisher é suprir rapidamente o bloco mais raro para um peer recém chegado, enquanto os peers estão encarregados de transmitirem o que falta para os outros terminarem o download. Chamamos essa política, de forma nada criativa, de *Newest first peer*.

Experimentalmente, a política *Newest first peer / Rarest first piece* foi a que nos apresentou melhor resultado. Testamos algumas mudanças como fazer com que os peers se comportassem como o publisher com alguma probabilidade, mas nenhuma delas teve um resultado mesmo parecido. Na figura 28, pode ser vista a evolução da vazão em função do número de pessoas no sistema.

Adicionalmente, testamos esta política na presença de seeds e, para isso, tentamos determinar qual deveria ser o comportamento dos mesmos para que a vazão fosse maximizada. O melhor resultado que obtivemos veio quando havia probabilidade 0,5 de os seeds enviarem um bloco para o peer mais novo no sistema e 0,5 de enviarem para um peer escolhido aleatoriamente. Como podemos observar nas figuras 29 e 30, caso as comparemos com as figuras 18 e 20, vemos que houve uma pequena melhora em relação à política *Random peer / Rarest first piece*, embora a diferença não seja grande. Não houve, também, mudança perceptível no efeito causado pela redução da capacidade de serviço do publisher.

Tabela 6: Vazão do cenário 5 com população inicial de 50 pessoas de acordo com a política

Política	Média	Limite inferior do IC	Limite Superior IC
<i>Random peer / Random useful piece</i>	1,000273939678	0,998534202593	1,002013676762
<i>Random peer / Rarest first piece</i>	1,021024283678	1,018733796930	1,023314770425
<i>Newest first peer / Rarest first piece</i>	1,205942388016	1,202367432504	1,209517343527

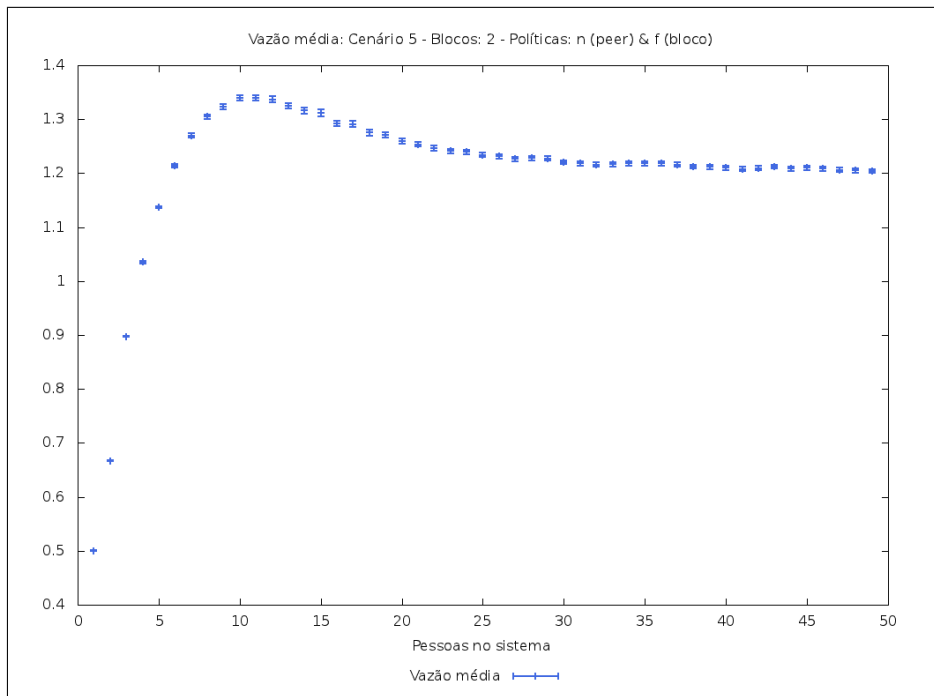


Figura 28: Vazão da política *Newest first peer / Rarest first piece* em função do número de pessoas no sistema

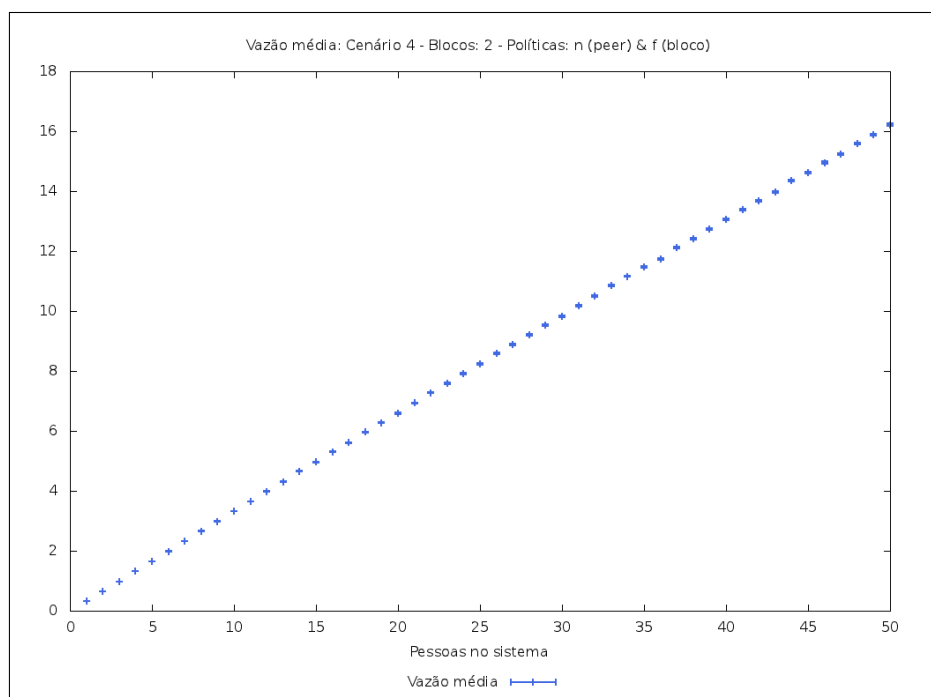


Figura 29: Vazão da política *Newest first peer / Rarest first piece* para o cenário 4

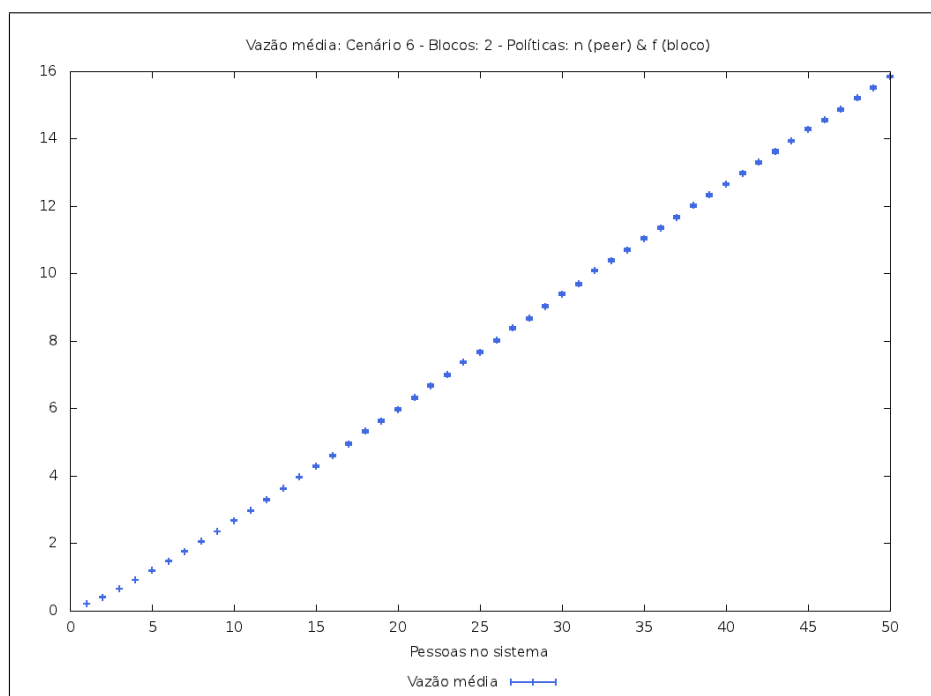


Figura 30: Vazão da política *Newest first peer / Rarest first piece* para o cenário 6

7 Conclusão

Com base nos dados coletados, pudemos concluir que a presença de seeds no sistema tem um grande efeito sobre a escalabilidade do mesmo. Além disso, pudemos perceber que aumentar o número de blocos também tem um efeito positivo na vazão. Estas observações nos levam a compreender melhor os sistemas *peer-to-peer* que utilizamos com frequência na internet de hoje em dia.

Os resultados apresentados nos chamam a atenção para a necessidade da presença de seeds para que um sistema seja escalável. Isto não é surpreendente, uma vez que, neste caso, o modelo se comporta como uma fila $M/M/k$. Também a utilização de uma quantidade adequada de blocos pode fazer com que os peers contribuam mais entre si, levando os downloads a terminarem mais rapidamente.

Uma grande motivação ao longo do desenvolvimento do trabalho foi a possibilidade de observar na prática os resultados teóricos estudados no decorrer do período. Toda a teoria ganha uma nova vida quando aplicada e isto foi uma das coisas que mais nos despertou o interesse.

Entendemos, porém, que o modelo proposto pelo trabalho é bastante simplificado, mas ainda acreditamos que as observações e dados aqui expostos têm grande valia para a compreensão total da realidade. A tarefa foi, portanto, bastante enriquecedora.