BIEG PO INDEKS Edycja XXV

Etap 1

Zestaw 1

Matematyka

Zadanie 1.

Liczby x_1 , x_2 są pierwiastkami (niekoniecznie różnymi) równania $x^2+(m+2)x+m+4=0$. Dla jakich wartości parametru *m* punkt $P(x_1,x_2)$ nie będzie należał do koła o środku $S(0,0)$ i promieniu $r=\sqrt{11}$?

Zadanie 2.

Znaleźć sumę wszystkich pierwiastków równania $2\cos^4 x-\cos 2x=\frac{3}{4}$ leżących w przedziale $\left[0;20\pi\right]$.

Zadanie 3.

Punkt $A(-2,-3)$ jest wierzchołkiem trapezu równoramiennego *ABCD*, którego pole jest równe 45. Podstawa *AB* tego trapezu zawiera się w prostej $x-2y-4=0$, a punkt $S(0,3)$ jest punktem przecięcia jego przekątnych. Obliczyć współrzędne pozostałych wierzchołków trapezu *ABCD*.

Zadanie 4.

W stożek, dla którego cosinus kąta rozwarcia wynosi $\frac{7}{25}$ wpisano kulę. Obliczyć, jaki procent objętości stożka stanowi objętość kuli.

Zadanie 5.

Rzucamy trzy razy kostką do gry. Obliczyć prawdopodobieństwo, że suma liczby oczek wyrzuconych w pierwszym i w drugim rzucie jest mniejsza od liczby oczek wyrzuconych w trzecim rzucie.

Informatyka

Zadanie 1

Program z poniższego listingu, dla następujących wartości tablicy `unsigned char tab[6] = { 0x20, 0xB5, 0x28, 0xAD, 0x2C, 0xB1 };` wypisze w konsoli „A Z Q V Y X". Jaką treść wpisze ten program przy następujących wartościach `unsigned char tab[6] = {0x24, 0x9d, 0x89, 0x22, 0x97, 0xA7 };`. Podpowiedź: $65_{(10)}$ = 'A', $90_{(10)}$ = 'Z', $97_{(10)}$ = 'a', $122_{(10)}$ = 'z'.

```
int main()
{
	unsigned char tab[6] = {0x24, 0x9d, 0x89, 0x22, 0x97, 0xA7 };
	for (int i = 0; i < 6; i++)
	{
		if (tab[i] % 2 == 0)
		{
			tab[i] = tab[i] << 1;
			tab[i]++;
		}
		else
		{
			tab[i]--;
			tab[i] = tab[i] >> 1;
		}
	}
	for (int i = 0; i < 6; i++)
	{
			cout << tab[i];
			cout << ' ';
	}
	std::getchar();
    return 0;
}
```

Zadanie 2

Liczba 6174 jest znana jako stała Kaprekara (od nazwiska indyjskiego matematyka D.R. Kaprekara).
Jest ona ciekawa z uwagi na następującą zasadę:
1. Weź dowolną czterocyfrową liczbę, używając co najmniej dwóch różnych cyfr (dozwolone są wiodące zera).
2. Ułóż cyfry w kolejności malejącej, a następnie rosnącej, aby uzyskać dwie liczby czterocyfrowe, w razie potrzeby dodając wiodące zera.
3. Odejmij mniejszą liczbę od większej liczby.
4. Wróć do kroku 2 i powtórz.

Powyższa zasada, znana jako procedura Kaprekara, zawsze osiągnie swój stały punkt 6174, w co najwyżej 7 iteracjach.
Po osiągnięciu 6174 proces będzie nadal dawał 7641 – 1467 = 6174.
Na przykład dla liczby 2022 stałą 6174 osiąga się po czterech iteracjach:

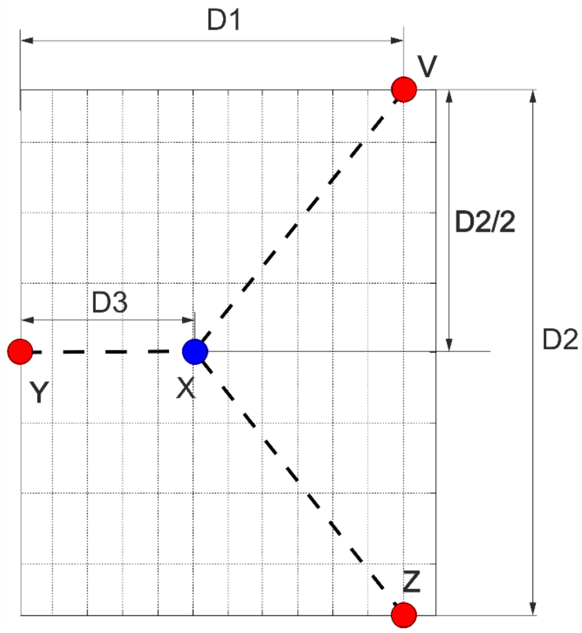
```
Iteracja 1 dla 2022: 2220 - 0222 = 1998
Iteracja 2 dla 1998: 9981 - 1899 = 8082
Iteracja 3 dla 8082: 8820 - 0288 = 8532
Iteracja 4 dla 8532: 8532 - 2358 = 6174
```

Jedynymi czterocyfrowymi liczbami, dla których procedura Kaprekara nie osiąga wartości 6174, są liczby utworzone z jednakowych cyfr jak 1111. Dają one wynik 0000 po pojedynczej iteracji.

Pozostałe czterocyfrowe liczby w końcu osiągają 6174, jeśli wiodące zera są używane do utrzymania liczby cyfr na poziomie 4.
Opracuj w pseudokodzie lub w dowolnym języku programowania funkcję, która dla zadanej dowolnej liczby czterocyfrowej zwróci liczbę iteracji potrzebną do osiągnięcia stałej Kaprekara. Przy czym dla liczby składającej się z tych samych cyfr funkcja powinna zwracać wartość -1.

Zadanie 3

Studenci Mechaniki i Budowy Maszyn oprogramowali robota, który stacjonuje w punkcie X i z tego miejsca przemieszcza się po linii prostej do punktów V, Y i Z w celu wykonania w nich pewnych czynności (rysunek 1). W dowolnym języku programowania lub w pseudokodzie opracuj program, który dla zadanych długości D1 i D2 zwróci długość D3, dla której |VX|=|YX|=|XZ|.



Rysunek 1. Schemat do analizy położenia punktów charakterystycznych drogi robota

Zadanie 4

Napisz w dowolnym języku programowania program, który dokonuje konwersji wartości maksymalnie 32-bitowej między następującymi systemami liczbowymi (w dowolną stronę):

- binarny,
- trójkowy,
- dziesiętny,
- szesnastkowy.

System liczbowy **wejściowy** program powinien rozpoznawać poprzez interpretację następujących symboli występujących tuż przed liczbą do zamiany:

- dla systemu binarnego symbol **b,**
- dla systemu trójkowego symbol **t**,
- dla systemu dziesiętnego brak symbolu – system domyślny,
- dla systemu szesnastkowego symbol **h**.

System liczbowy **wyjściowy** program powinien rozpoznawać poprzez interpretację powyższych symboli występujących bez liczby. W przypadku gdy celem jest system dziesiętny, program nie potrzebuje żadnego symbolu.

Program powinien uwzględniać wykrywanie cyfr nieprawidłowych dla danego systemu liczbowego i sygnalizować takie użycie przy pomocy stosownego komunikatu.

Przykładowe wykonanie programu w konsoli może wyglądać następująco:

Cel: Konwersja liczby binarnej 101100 do systemu szesnastkowego

Polecenie: konwerter.exe b101100 h

Wynik: 2C

Cel: Konwersja liczby trójkowej 10220 do systemu dziesiętnego

Polecenie: konwerter.exe t10220

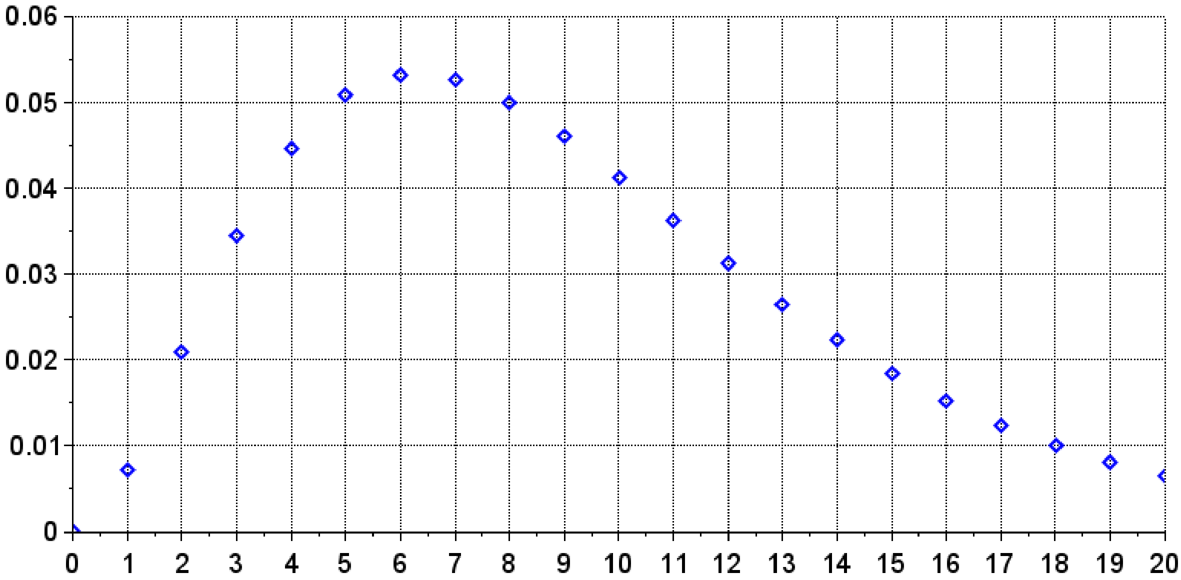
Wynik: 105

Cel: Konwersja liczby dziesiętnej 2022 do systemu binarnego

Polecenie: konwerter.exe 2022 b

Wynik: 11111100110

Zadanie 5



Rysunek 2. Przebieg poboru mocy

Na rysunku 2 przedstawiono przykładowy przebieg poboru mocy w jednostce czasu. Wartości wszystkich punktów pomiarowych umieszczono w tabeli jednowymiarowej o nazwie P[20]. Stwórz funkcję, która będzie liczyć, a następnie zwracać przybliżoną wartość pola powierzchni pod krzywą.

Podpowiedź: Krzywą można podzielić na mniejsze trapezy.

Fizyka

Zadanie 1

Prostopadłościenny zbiornik o podstawie 14 na 17 cm wypełniany jest identycznymi cukierkami o objętości 50 mm^3 i masie 0,02 g. Załóż, że pusta przestrzeń pomiędzy cukierkami jest zaniedbywalnie mała. Jeżeli wysokość warstwy cukierków rośnie z szybkością 0,25 cm/s, to z jaką szybkością (w kg/min) rośnie ich masa w zbiorniku?

Zadanie 2

Sprawność mechaniczną organizmu człowieka szacuje się na ok 25% to znaczy, że pozostałe 75% energii chemicznej przekształcane jest na ciepło. Rozważmy amatora biegów trenującego podbiegi na schodach wieżowca o wysokości 100 m (30 pięter). O ile stopni powinna wzrosnąć temperatura biegacza gdyby organizm nie oddawał ciepła otoczeniu? Jaka ilość wody zostałaby odparowana gdyby założyć, że tylko w ten sposób (przez pocenie) organizm jest chłodzony? W drugim przypadku zakładamy, że temperatura biegacza nie wzrosła.

Zadanie 3

Z niezakręconego dokładnie prysznica wiszącego 2 m nad dnem wanny, kapią krople w regularnych odstępach czasowych. Jednocześnie, gdy pierwsza kropla uderza o wannę, czwarta odrywa się od prysznica. Oblicz jak wysoko znajduje się wtedy druga i trzecia kropla.

Zadanie 4

Elektron poruszający się poziomo z prędkością $1.2 \cdot 10^7$ m/s wpada w przestrzeń gdzie działa na niego pionowa siła o wartości $4{,}5 \cdot 10^{-16}$ N. Masa elektronu to $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg. Oblicz odległość na jaką w pionie przesunie się elektron gdy w poziomie przemieści się o 30 mm.

Zadanie 5

Blok o masie 250 g upada na pionową sprężynę o współczynniku sprężystości 2.5 N/cm, po czym powoduje odkształcenie sprężyny o 12 cm (do momentu chwilowego zatrzymania się). Jaką pracę wykonała w tym czasie siła grawitacji a jaką siła sprężystości? Jaką prędkość miał blok tuż przed zetknięciem ze sprężyną?