

BPI 2021

Etap 1

Zestaw 3

MATEMATYKA

Zadanie 1. Dla jakich wartości parametru a równanie $2^{\frac{3}{x^2+x+1}} = a$ ma przynajmniej jedno rozwiązanie?

Zadanie 2. Trzy liczby tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli drugi wyraz zwiększymy o 8, to liczby te utworzą ciąg arytmetyczny, ale jeżeli w tak otrzymanym ciągu arytmetycznym trzeci wyraz zwiększymy o 64, to ponownie otrzymamy ciąg geometryczny. Znaleźć liczby tworzące wyjściowy ciąg geometryczny.

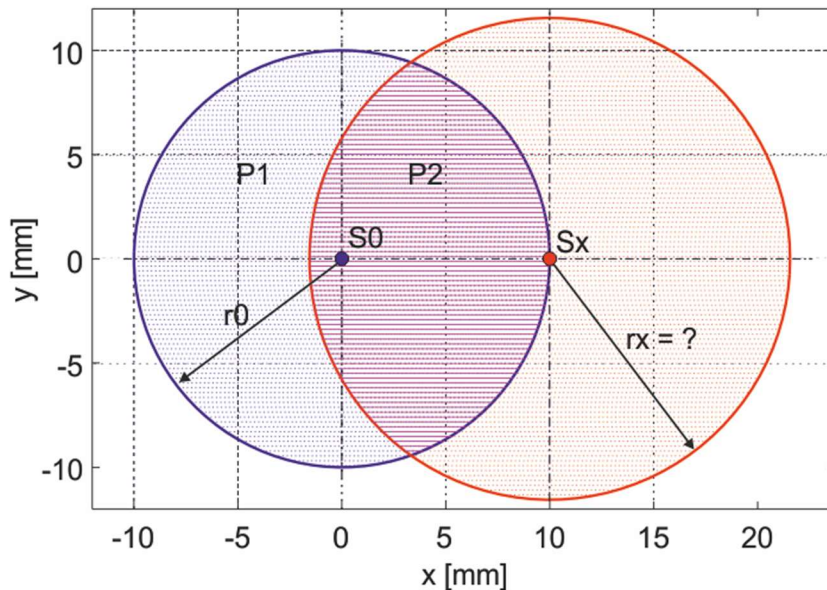
Zadanie 3. Punkt $P = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ jest środkiem podstawy AB trójkąta ABS . Obliczyć pole tego trójkąta wiedząc, że wierzchołki A, B leżą na okręgu o równaniu $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 12 = 0$, a wierzchołek S jest środkiem tego okręgu.

Zadanie 4. W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCA'B'C'$ poprowadzono płaszczyznę przechodzącą przez krawędź AB dolnej podstawy oraz środek ciężkości górnej podstawy. Płaszczyzna ta nachylona jest do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60^\circ$, a pole otrzymanego przekroju jest równe $10\sqrt{3}$. Obliczyć objętość graniastosłupa $ABCA'B'C'$.

Zadanie 5. Sporządzić wykres funkcji $f(x) = |2^x - 2| - 2$, a następnie na jego podstawie podać liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, w zależności od parametru $m \in \mathbb{R}$.

INFORMATYKA

Zadanie 1. Studenci dyscypliny Inżynieria mechaniczna na zajęciach laboratoryjnych z Podstaw programowania mieli za zadanie rozwiązać następujący problem: „Dany jest walec o promieniu r_0 . Opracować algorytm, który umożliwi wyznaczenie wartości promienia r_x narzędzia (frez). Frez ma wykonać cylindryczne wyżłobienie o osi stycznej do powierzchni walca przy założeniu, że pole obszaru P_1 ma być równe polu obszaru P_2 (patrz rys. 1.).” Opracuj program w pseudokodzie lub w dowolnym języku programowania, który rozwiąże ten problem.



Rys. 1. Schemat do analizy szukania promienia rx freza (widok 2D z góry)

Zadanie 2. Na listingu przedstawiono pewien program w języku C++. Analizując go, odpowiedz na następujące pytania:

- Jak nazywa się algorytm zastosowany w listingu?
- Jaka jest złożoność obliczeniowa (czasowa i pamięciowa) tego algorytmu?

Napisz wersję algorytmu realizującą tę samą funkcjonalność bez zmiennej tymczasowej z. Nie wprowadzaj żadnych nowych zmiennych.

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

int main(int argc, char *argv[])
{
    int g[] = { 148, 324, 295, 598, 477, 71, 9289, 991, 072 };
    int z = 0;

    for (int b = 0; b < sizeof(g) / 4; b++) {
        for (int x = 0; x < sizeof(g) / 4; x++) {
            if (g[b] > g[x]) {
                z = g[b];
                g[b] = g[x];
                g[x] = z;
            }
        }
    }

    system("pause");
    return 0;
}
```

Zadanie 3. Napisz program kompresujący dowolny ciąg znaków ASCII, analogicznie jak w poniższym przykładzie. Wykorzystaj kompresję bezstratną, która jest stosowana do kompresji obrazów w dokumentach tekstowych, np. faksach. Algorytm takiej kompresji polega na zastępowaniu odpowiednią informacją ciągu takich samych znaków.

Ciąg znaków przed kompresją: AAAAAAcccDDDTTTTWWssssGGGTTTTTTTg

Ciąg znaków po kompresji: 6A3c3D4T3W4s3G7Tg

Zadanie 4. Opracować w dowolnym języku programowania lub w pseudokodzie algorytm generujący tablicę danych jak na rysunku 3.

0	9	0	9	0	9	0	9	0	9
1	8	1	8	1	8	1	8	1	8
2	7	2	7	2	7	2	7	2	7
3	6	3	6	3	6	3	6	3	6
4	5	4	5	4	5	4	5	4	5
5	4	5	4	5	4	5	4	5	4
6	3	6	3	6	3	6	3	6	3
7	2	7	2	7	2	7	2	7	2
8	1	8	1	8	1	8	1	8	1
9	0	9	0	9	0	9	0	9	0

Rys. 3

Zadanie 5. Dana jest 32-bitowa liczba V zapisana w systemie szesnastkowym.

Numer cyfry	8	7	6	5	4	3	2	1
Wartość cyfry	?	?	?	?	?	?	?	?

Wartości cyfr liczby V zapisanej w systemie szesnastkowym podano poniżej. Liczby te zapisano przy użyciu różnych systemów liczbowych.

- Wartość cyfry numer 1 = $(24)_5$
- Wartość cyfry numer 2 = $(B)_{13}$
- Wartość cyfry numer 3 = $(15)_{10}$
- Wartość cyfry numer 4 = $(100)_3$
- Wartość cyfry numer 5 = $(7)_9$
- Wartość cyfry numer 6 = $(14)_8$
- Wartość cyfry numer 7 = $(13)_7$
- Wartość cyfry numer 8 = $(13)_4$

Przyjmując, że cyfra numer 1 jest cyfrą najmłodsza (najmniej znaczącą), wykonaj poniższe polecenia.

1. Dla każdej wartości cyfry dokonaj konwersji do szesnastkowego systemu liczbowego.
2. Podaj wartość 32-bitowej liczby V w zapisie szesnastkowym.
3. Przyjmując że liczba V jest 32-bitową liczbą ze znakiem, czy jest to liczba dodatnia, czy ujemna? Odpowiedź uzasadnij.
4. Wykonaj następujące operacje bitowe i podaj wyniki w systemie szesnastkowym:

- a. $K = V \text{ OR } (82145827)_{16}$
- b. $E = V \text{ XOR } (88B80B8B)_{16}$
- c. $R = V \text{ AND } (7368B5579)_{12}$

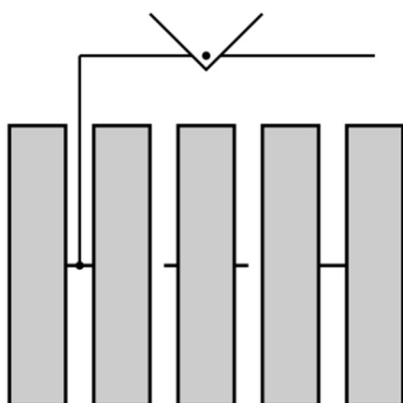
FIZYKA

Zadanie 1. Pewien dietetyk zaleca swoim klientom picie lodowatej wody jako sposób na wydatkowanie dodatkowej energii a tym samym spalanie niepotrzebnego tłuszczu. Oblicz ile wody należałoby wypić aby spalić 0,5 kg tłuszczu? Złożmy tu ogrzewanie od 0 do 37°C. Ciepło uzyskane z 1 kg tłuszczu można szacować na 7000 kcal.

Zadanie 2. Na jednakowych nitkach zawieszono jedno pod drugim trzy ciała o masie m . Następnie, gdy układ był już w spoczynku, przecięto najwyższą nić. Jakie były przyspieszenia ciał w chwili tuż po przecięciu nici? Rozważ dwie możliwości; gdy nici są zupełnie nierozciągliwe oraz gdy są one gumkami o pewnej stałej sprężystości k .

Zadanie 3. „Pocisk” o masie m_1 poruszający się z prędkością v_1 zderza się całkowicie niesprężysto z wózkiem o masie m_2 . Jaka część energii kinetycznej zostanie przy takim zderzeniu utracona? Jaka powinna być masa wózka aby energia kinetyczna po zderzeniu była n razy mniejsza niż energia przed zderzeniem?

Zadanie 4. W walcu drogowym koła zamocowane są dźwigniowych wspornikach, podobnie jak na poniższym niedokończonym rysunku. Odgadnij jaki powinien być układ dźwigni i jakiej one powinny być długości w stosunku do siebie (poziome ich elementy) by każde z kół naciskało na podłoże z jednakową siłą.



Zadanie 5. Która ze szklanek jest bardziej stabilna, pusta czy z cukrem? Przypuśćmy, że znaleźliśmy taką ilość cukru, że szklanka jest najstabilniejsza (największy kąt przy granicy równowagi), gdzie znajduje się wówczas środek ciężkości?