

## BPI 2020

### Etap 1

### Zestaw 1

## MATEMATYKA

**Zadanie 1.** Wykazać, że wielomian określony wzorem  $W(x) = x^3 - 8x + 6$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , ma trzy różne pierwiastki rzeczywiste. Wyznaczyć sumę kwadratów tych pierwiastków.

**Zadanie 2.** Tworzymy wszystkie możliwe podzbiory zbioru  $X = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ , a następnie losujemy jeden z nich. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wylosowanym podzbiorze suma elementu najmniejszego i największego wynosi 13?

**Zadanie 3.** Przez punkt  $P(6, 3)$  poprowadzono dwie proste prostopadłe: prostą  $l_1$ , która jest styczna do paraboli  $y = x^2 - 8$  w punkcie  $A$  leżącym w czwartej ćwiartce układu współrzędnych oraz prostą  $l_2$ , która przecina tę parabolę w punktach  $B$  i  $C$ . Oblicz pole trójkąta  $ABC$ .

**Zadanie 4.** W stożek o promieniu podstawy  $R = 6$  wpisano kulę o promieniu  $r = 2$ . Następnie stożek ten przecięto płaszczyzną przechodzącą przez okrąg, wzdłuż którego kula styka się z powierzchnią boczną stożka. Obliczyć objętość otrzymanego stożka ściętego.

**Zadanie 5.** Wyznaczyć sumę stu najmniejszych dodatnich pierwiastków równania:

$$3^{\sin^2 x} = 2 + 3^{\cos^2 x}.$$

## INFORMATYKA

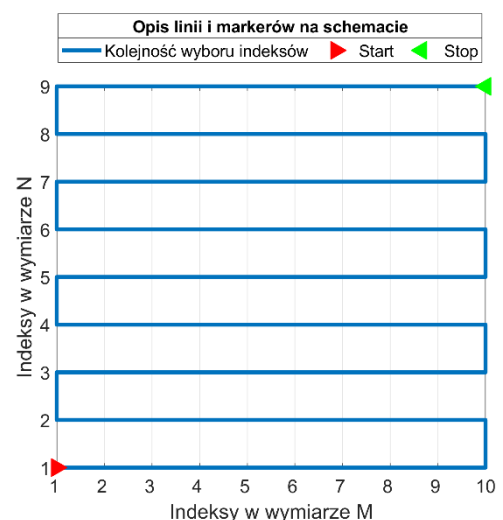
**Zadanie 1.** Opracuj w pseudokodzie lub w dowolnym języku programowania funkcję, która dla zadanej liczby kolumn  $M$  i wierszy  $N$  tablicy dwuwymiarowej wypisze pary indeksów według strategii przedstawionej na rysunku 1.

Rys. 1. Schemat do analizy strategii wyboru par indeksów dla tablicy dwuwymiarowej (przykład opracowany dla  $M = 10$ ,  $N = 9$ )



Lista par indeksów dla np.  $M = 10$  i  $N = 4$  jest następująca:

1,1;2,1;3,1;4,1;5,1;6,1;7,1;8,1;9,1;10,1;10,2;9,2;8,2;7,2;6,2;5,2;4,2;3,2;2,2;1,2;1,3;2,3;3,3;4,3;5,3;6,3;7,3;8,3;9,3;10,3;10,4;9,4;8,4;7,4;6,4;5,4;4,4;3,4;2,4;1,4.

Uwaga: w przykładzie przyjęto, że elementy tablicy indeksowane są od wartości 1.



**Zadanie 2.** Baza danych prostego sklepu internetowego lub systemu do fakturowania składa się z tabel reprezentujących kontrahenta (kupującego), towary oraz tabel lub relacji pomiędzy wymienionymi. Pomóż projektantowi bazy danych w wyborze odpowiednich typów danych oraz relacji łączących tabele z rysunku 2, a jeśli uznasz za stosowne to dodaj do tabel odpowiednie klucze. Zadbaj również o to, żeby nie mogło powstać zamówienie, które nie ma przypisanego kontrahenta. Rozwiązanie podaj w odniesieniu do programu MS Access.

ElementyZamowienia	Kontrahent	Towar	Zamowienie
 ELZ_Id ELZ_LiczbaSztuk ELZ_Uwagi	 KNT_Id KNT_Imie KNT_Nazwisko KNT_Adres KNT_DataRejestracji KNT_CzyAktywny	 TWR_Id TWR_EAN TWR_Nazwa TWR_Cena	 ZAM_Id ZAM_Numer ZAM_DataUtworzeni ZAM_CzyWyslane

**Zadanie 3.** Przeanalizuj uważnie listing, który zawiera program napisany w asemblerze x86 (składnia FASM/Intel).

Listing zawiera jednoargumentową funkcję *zxf* wykonującą pewien algorytm. Argumentem funkcji *zxf* jest zawartość 16-bitowego rejestru BX. Funkcja *zxf* zwraca wartość w rejestrze AX. Przykładowe wywołanie funkcji *zxf* znajduje się pod etykietą *txz* i daje  

wynik

 $AX = (72)_{10}$ .

Napisz program w dowolnym języku innym niż asembler implementujący identyczną funkcjonalność funkcji *zxf* z powyższego listingu. Zaimplementowana w programie funkcja również musi być jednoargumentowa (argument musi być 16-bitowy bez znaku) i musi zwracać wartość 16-bitową bez znaku.

```

---
    jmp txz

xf:
    mov cx, 16
    xor ax, ax

xg:
    cmp cx, 0
    je kzf
    test bx, 1
    jnz bxf
    inc ax

xf:
    shr bx, 1
    dec cx
    jmp zyg

zf:
    shl ax, 3
    ret
txz:
    mov bx, 202
    call zxf

```

**Zadanie 4.** Na podstawie stanów logicznych przedstawionych w tabeli 1, narysuj układ bramek logicznych zgodny z tą tabelą.

X	Y	Z	WYJŚCIE
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

**Zadanie 5.** Na listingu 4 przedstawiono kod źródłowy znanego algorytmu stosowanego w matematyce. Niestety, gdzieś wkradł się błąd i w wyniku działania programu uzyskiwany jest zły wynik. Prawidłowe wyniki dla wybranych parametrów wejściowych przedstawia tabela 2. Popraw błąd w kodzie programu oraz określ jaki to algorytm.

Tabela 2.

a	w	a	w
2	1	5	5
3	2	6	8
4	3	7	13

```
#include "stdafx.h"
#include <iostream>
using namespace std;

int f(int n)
{
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return f(n - 1) - f(n - 2);
}

int main()
{
    int a, w;
    cout << "Podaj a: " << endl;
    cin >> a;
    w = f(a);

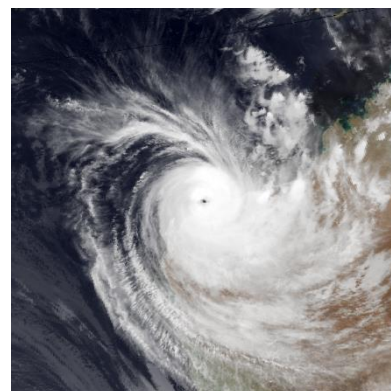
    cout << "wynik: " << w << endl;
    system("pause");
    return 0;
}
```

## FIZYKA

**Zadanie 1.** Sprawność elektrowni wiatrowej o poziomej osi obrotu może wynosić około 30%, co oznacza, że taka właśnie część energii kinetycznej wiatru przyływającego przez pole zakreślane łopatom wirnika przekształcana jest na energię elektryczną. Oblicz długość łopat potrzebną dla uzyskania w ciągu doby energii zużywanej przez średnie gospodarstwo domowe (10 kWh), przy „świeżym” wietrze (10 m/s). Za gęstość powietrza przyjmij  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**Zadanie 2.** Rozważania teoretyczne i badania eksperymentalne wskazują, że dla trójpłatowej turbiny wiatrowej najkorzystniejszy stosunek prędkości obwodowej końcówki płata do prędkości wiatru wynosi ok 7,5. Oblicz prędkość końcówki skrzydła (w m/s oraz km/h) oraz prędkość obrotową (w obr/min) turbiny o średnicy 50 m. Do obliczeń weź prędkość wiatru 10 m/s, przy którym to wietrze większość turbin wiatrowych osiąga moc znamionową.

**Zadanie 3.** Oblicz siłę wiatru działającą na człowieka podczas rekordowego podmuchu wiatru, najszybszego jaki zarejestrowano na Ziemi – 408 km/h podczas cyklonu Olivia, 10 kwietnia 1996 roku na wyspie Barrowa w Australii. Przyjmij, że siła ta jest równa parciu ciśnienia dynamicznego powietrza (z prawa Bernouliego). Za gęstość powietrza przyjmij  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , a pole przekroju postaci człowieka oszacuj samodzielnie.



**Zadanie 4.** Do podgrzewania wody stosuje się coraz częściej w domach kolektory słoneczne.



W różnych źródłach dotyczących energii odnawialnej można znaleźć informację, że natężenie promieniowania słonecznego ma w naszym kraju średnią wartość około  $700 \text{ W/m}^2$ . Jaką powierzchnię powinien mieć kolektor aby w ciągu godziny ogrzać 200 l wody od temperatury  $15$  do  $45^\circ\text{C}$ ? Załóżmy, że sprawność takiej instalacji wynosi 30%.

**Zadanie 5.** Krążący w układzie kolektora słonecznego płyn (najczęściej glikol) nagrzewany jest w kolektorze na dachu a następnie oddaje ciepło wodzie. Układ rurek w pojedynczym panelu kolektora ma pojemność ok. 2 litrów. System rurek doprowadzających i odprowadzających ciecz może mieć pojemność ok 10 litrów. Projekt instalacji musi uwzględniać tak zwane naczynie wyrównawcze, które gromadzi nadmiar objętości płynu związany z rozszerzalnością cieplną. Oblicz jak zmieniać się będzie objętość płynu w instalacji składającej się z 4 paneli? Temperatura płynu może zmieniać się od  $-10$  do nawet  $150^\circ\text{C}$ . Współczynnik rozszerzalności znajdź samodzielnie.