

## **POMORSKA LIGA ZADANIOWA ZDOLNI Z POMORZA**

### **Konkurs dla uczniów szkół ponadpodstawowych i ponadgimnazjalnych województwa pomorskiego w roku szkolnym 2020/2021**

#### **Etap III – wojewódzki**

#### **Przedmiot: MATEMATYKA – część II (DRUGA)**

**Czas przewidziany na rozwiązanie zadań konkursowych: godz. 9:00 – 9:40 (40 minut)**

**Dodatkowy czas przewidziany na czynności organizacyjne: godz. 9:40 – 9:50 (10 minut)**

#### **Instrukcja dla ucznia**

**Zanim przystąpisz do rozwiązywania testu, przeczytaj uważnie poniższą instrukcję.**

1. Arkusz składa się z 2 stron i zawiera 2 zadania (numerowane od 4 do 5).
2. Na rozwiązanie zadań części drugiej masz 40 minut. Dodatkowo 10 minut jest przeznaczone na zrobienie skanu pracy lub zdjęć i wysłanie rozwiązań zadań.
3. Za rozwiązanie dwóch zadań w tej części możesz uzyskać maksymalnie 20 punktów – za każde poprawnie rozwiązane zadanie możesz maksymalnie dostać 10 punktów.
4. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz na własnych kartkach. Staraj się, żeby Twoje odpowiedzi były precyzyjne i jednoznaczne. Na każdej kartce z rozwiązaniami zapisz swoje imię i nazwisko.
5. Pisz samodzielnie.
6. Pisz czytelnie. Nie używaj korektora i ołówka. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu.
7. Wszystkie rozwiązania zadań zamieść jako załączniki (w formacie \*.doc, \*.docx, \*.pdf) w jednym lub co najwyżej dwóch przesłankach mailowych. Załączone pliki powinny mieć nazwę: *imię\_nazwisko\_miejscowość*. List elektroniczny z rozwiązaniami zadań prześlij na adres mailowy: [matematyka\\_plz\\_Pp@odn.slupsk.pl](mailto:matematyka_plz_Pp@odn.slupsk.pl).
8. W treści wysłanego listu elektronicznego podaj swoje dane identyfikacyjne tzn. imię, nazwisko, nazwę szkoły i adres szkoły. Uczestnik zobowiązany jest podać tytuł wiadomości zgodny z wzorem: np. Kowalski Jan – matematyka – szkoła – ponadpodstawowa.
9. Czas przeznaczony na odbiór treści zadań, lekturę instrukcji oraz przygotowanie i wysłanie rozwiązań nie jest zaliczany do czasu przeznaczonego na rozwiązanie zadań. Czas przeznaczony na te czynności wynosi: 10 minut.

**Życzymy powodzenia!**

#### Zadanie 4. (0-10 p.)

a) Załóżmy, że w trójkącie  $ABC$  dwusieczna kąta przy wierzchołku  $A$  przecina bok  $BC$  w punkcie  $D$ . Udowodnij, że jeśli dla punktu  $S$ , leżącego na dwusiecznej  $AD$  na zewnątrz trójkąta  $ABC$ , kąt wypukły  $BSC$  ma miarę  $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ , gdzie  $\angle BAC = \alpha$ , to  $S$  jest środkiem okręgu dopisanego do tego trójkąta.

b) Na boku  $LM$  kwadratu  $KLMN$  wybrano punkt  $A$ , a na boku  $MN$  punkt  $B$  tak, że  $\angle AKB = 45^\circ$ . Wykaż, że odległość punktu  $K$  od prostej, przechodzącej przez punkty  $A$  i  $B$ , jest równa długości boku kwadratu.

Przedstaw tok swojego rozumowania.

#### Zadanie 5. (0-10 p.)

a) Dla jakiego  $n \in \mathbb{N}$  prawdziwa jest równość:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = \frac{2016}{2^n}$$

Przedstaw tok swojego rozumowania i obliczenia.

b) Liczba  $n$  oznacza liczbę kul o promieniu  $r$ . Kule układamy w piramidę wewnątrz ostrosłupa prawidłowego czworokątnego tak, aby były one styczne do siebie i do wszystkich ścian ostrosłupa. Podaj długości krawędzi tego ostrosłupa.

Przedstaw tok swojego rozumowania i obliczenia.