

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №1  
з курсу “Дискретна математика ”

Виконав:  
ст. гр. КН-110  
Холод Ігор

Викладач:  
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

## Тема:

### ”Моделювання основних логічних операцій”

#### Мета роботи:

Ознайомитись на практиці із основними поняттями математичної логіки, навчитись будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій та знаходити їхні істинні значення таблицями істинності, використовувати закони алгебри логіки, освоїти методи доведень.

#### Теоретичні відомості:

##### 1.1. Основні поняття математичної логіки. Логічні операції

**Просте висловлювання (атомарна формула, атом)** – це розповідне речення, про яке можна сказати, що воно *істинне* (Т або 1) або *хибне* (F або 0), але не те й інше водночас.

**Складне висловлювання** – це висловлювання, побудоване з простих за допомогою *логічних операцій (логічних зв’язок)*. Найчастіше вживаними операціями є 6: **заперечення** (читають «не», позначають  $\neg$ ,  $-$ ), **кон’юнкція**

(читають «і», позначають  $\wedge$ ), **диз’юнкція** (читають «або», позначають  $\vee$ ), **імплікація** (читають «якщо ..., то», позначають  $\Rightarrow$ ), **альтернативне «або»**

(читають «додавання за модулем 2», позначають  $\oplus$ ), **еквівалентність** (читають «тоді і лише тоді», позначають  $\Leftrightarrow$ ).

**Тавтологія** – формула, що виконується у всіх інтерпретаціях

(тотожно істинна формула). **Протиріччя** – формула, що не виконується у жодній інтерпретації (тотожно хибна формула). Формулу називають **нейтральною**, якщо вона не є ні тавтологією, ні протиріччям (для неї існує

принаймні один набір пропозиційних змінних, на якому вона приймає значення Т, і принаймні один набір, на якому вона приймає значення F).

**Виконана формула** – це формула, що не є протиріччям (інакше кажучи, вона принаймні на одному наборі пропозиційних змінних набуває значення Т).

### Варіант № 13

**Завдання 1.** Формалізувати речення.

Якщо вчитель і учень присутні на уроці то вони опрацьовують тему.

$x$  - вчитель присутній;

$y$  - учень присутній;

$z$  - вони опрацьовують тему.

Тоді:

$$(x \wedge y) \Rightarrow z$$

**Завдання 2.** Побудувати таблицю істинності для висловлювань:

$$(x \Leftrightarrow y) \Rightarrow (((y \Leftrightarrow z) \Rightarrow (z \Leftrightarrow x)) \Rightarrow (x \Leftrightarrow z))$$

$x$	$y$	$z$	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	$F$
0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	1

$$A = x \Leftrightarrow y ;$$

$$B = y \Leftrightarrow z ;$$

$$C = z \Leftrightarrow x ;$$

$$D = B \Rightarrow C ;$$

$$E = D \Rightarrow C ;$$

$$F = A \Rightarrow E ;$$

**Завдання 3.** Побудовою таблиць істинності вияснити чи висловлювання є тавтологіями або суперечностями:

$$\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow (q \vee r) \wedge (\overline{p} \vee r)$$

r	p	q	$\overline{p \wedge q}$	$q \vee r$	A	B	$\overline{p} \vee r$	Z
0	0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0

Запишемо:

$$\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow (q \vee r) = A;$$

$$\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow (q \vee r) = B;$$

$$\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow (q \vee r) \wedge (\overline{p} \vee r) = Z;$$

Оскільки при одних значеннях атомів висловлювання набуває значення 0 (FALSE), а в деяких інших 1(TRUE), то дане висловлювання не є ні тавтологією, ні суперечністю.

**Завдання 4.** За означенням без побудови таблиць істинності та виконання еквівалентних перетворень перевірити, чи є тавтологіями висловлювання:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (\bar{p} \Rightarrow q)) \Rightarrow q$$

Нехай дане висловлювання набуває значення хибності. Тоді

$$((p \Rightarrow q) \wedge (\bar{p} \Rightarrow q))$$

має набувати значення істинності, а  $q$  - хибності.

Однак, або  $(p \Rightarrow q)$  або  $(\bar{p} \Rightarrow q)$  завжди набувають значення хибності, а отже ця частина твердження не може бути істиною. Тому дане висловлювання завжди набуває значення істини, а, отже, воно є тавтологією.

**Завдання 5.** Визначити, чи формули еквівалентні:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \text{ та } (r \wedge q) \vee (q \Rightarrow r)$$

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	A	$r \wedge q$	$q \Rightarrow r$	B
0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1

Нехай перша формула буде A, друга - B.

Згідно з таблицею істинності, дані формули не є еквівалентними, оскільки при певних значеннях атомів вони набувають різних значень.

**Завдання 6.** Реалізувати програмно визначення значень таблиці істинності логічних висловлювань при різних інтерпретаціях для формули:

$$(x \Leftrightarrow y) \Rightarrow (((y \Leftrightarrow z) \Rightarrow (z \Leftrightarrow x)) \Rightarrow (x \Leftrightarrow z))$$

Таблицю істинності див. в Завданні 2.

Програмний код:

```
1 #include <stdio.h>
2 int main()
3 {
4 //variables for atoms
5 int x, y, z;
6 //inputing atoms value
7 printf ("Input x, y, z (use SPACE between the numbers!):\n");
8 scanf ("%i%i%i", &x, &y, &z);
9 //checking for the correct numbers
10 while (((x != 0) && (x != 1)) || ((y != 0) && (y != 1)) || ((z != 0) && (z != 1)))
11 //if numbers are not correct: Error, repeating inputing
12 {
13 printf ("Wrong numbers. Use only 0 or 1.\nRetry: ");
14 scanf ("%i%i%i", &x, &y, &z);
15 }
16 //all the cases when result is FALSE
17 if (((x==0)&&(y==0)&&(z==1)) || ((x==1)&&(y==1)&&(z==0))) printf ("Result: FALSE\n");
18 //every other case is TRUE
19 else printf ("Result: TRUE\n");
20 return 0;
21 }
```

Результати:

а) Результат TRUE:

```
Input x, y, z (use SPACE between the numbers!):
0 0 0
Result: TRUE
```

б) Результат FALSE:

```
Input x, y, z (use SPACE between the numbers!):
1 1 0
Result: FALSE
```

в) Введено невірні числа:

```
Input x, y, z (use SPACE between the numbers!):
1 2 33
Wrong numbers. Use only 0 or 1.
Retry: █
```

**Висновок:** я ознайомився і навчився застосовувати на практиці основні поняття математичної логіки, будувати таблиці істинності, розрізняти

тавтології, суперечності та нейтральні висловлювання, а також програмно реалізовувати таблиці істинності.