МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

Отчет по лабораторной работе

Спектральный анализ

Выполнил:

Кислюк И. В.

студент группы K4120

Проверил: Ананченко И. В.

Санкт-Петербург
2017

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СПРАВКА:

Спектральный анализ базируется на выполнении преобразований Фурье и заключается в разложении сигнала на его частотные или спектральные составляющие, а также оценке их спектральных характеристик – амплитуды, фазы, спектральной плотности мощности.

Преобразование Фурье — операция, сопоставляющая одной функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной.

Прямое преобразование Фурье — это формула для коэффициентов An, выражающая их значения через исходную функцию. **Обратное преобразование Фурье**, в данном случае — формула для восстановления значений функции по известным коэффициентам разложения ее в ряд Фурье.

Для осуществления дискретного преобразования Фурье необходимо:

1. Задать функцию тестового сигнала;
2. Провести процедуру прямого и обратного преобразования Фурье с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ);
3. Вывести результаты в виде графиков:

   функция сигнала (в зависимости от числа отсчетов);

   прямое преобразование Фурье (в зависимости от частоты);

   обратное преобразование Фурье (в зависимости от числа отсчетов).

Быстрым преобразованием Фурье (БПФ) называют набор алгоритмов, реализация которых приводит к существенному уменьшению вычислительной сложности ДПФ. Основная идея БПФ состоит в том, чтобы разбить исходный N-отсчетный сигнал $x(n)$ на два более коротких сигнала, ДПФ которых могут быть скомбинированы таким образом, чтобы получить ДПФ исходного N-отсчетного сигнала.

Так, если исходный N-отсчетный сигнал разбить на два $N/2$-отсчетных сигнала, то для вычисления ДПФ каждого из них потребуется около $(N/2)^2$ комплексных умножений. Тогда для вычисления искомого N-отсчетного ДПФ потребуется порядка $2 \times (N/2)^2 = N2/2$ комплексных умножений , т.е. вдвое меньше по сравнению с прямым вычислением. Операцию разбиения можно повторить, вычисляя вместо $(N/2)$-отсчетного ДПФ два $(N/4)$-отсчетных ДПФ и сокращая тем самым объем вычислений еще в два раза. Выигрыш в два раза является приблизительным, поскольку не учитывается, каким образом из ДПФ меньшего размера образуется искомое N-отсчетное

ДПФ. Существует большое количество алгоритмов БПФ. К примеру алгоритм БПФ с прореживанием по времени.

Алгоритм БПФ для комплексных данных встроен в соответствующие функции, в имя которых входит литера «с».

1. `cfft(y)` –- вектор прямого комплексного преобразования Фурье;
2. `CFFT(y)` –- вектор прямого комплексного преобразования Фурье в другой нормировке;
3. `icfft(y)` –- вектор обратного комплексного преобразования Фурье;
4. `ICFFT(y)` –- вектор обратного комплексного преобразования Фурье в другой нормировке.

Для стационарного случайного процесса $X(t)$ справедлива теорема Винера-Хинчина, которая устанавливает связь между его энергетическим спектром $F()$ и корреляционной функцией R() с помощью преобразований Фурье.

Функцию частоты $F(\omega)$ называют энергетическим спектром стационарного случайного процесса. Этот спектр дает только усредненную картину распределения энергии процесса по частотам элементарных гармонических составляющих, но не учитывает их фазовой структуры. Поэтому величина $F(\omega)$ представляет удельную мощность, приходящийся на спектральную составляющую сигнала $X(t)$ в окрестности выбранной частоты. Применимость теоремы Винера-Хинчина только стационарными процессами, среднее значение которых равно нулю. Если это условие выполнено то энергетический спектр $F()$ стационарного случайного процесса – непрерывная функция частоты.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучить спектральный анализ, Фурье-преобразование сигнала, спектральный анализ случайных сигналов и выполнить примеры в `Mathcad` и `Matlab`.

ХОД РАБОТЫ:

Выполним примеры реализации преобразований Фурье в пакете `Mathcad` и `Matlab`

Пример 5.1 Прямое и обратное преобразование Фурье детерминированного сигнала.

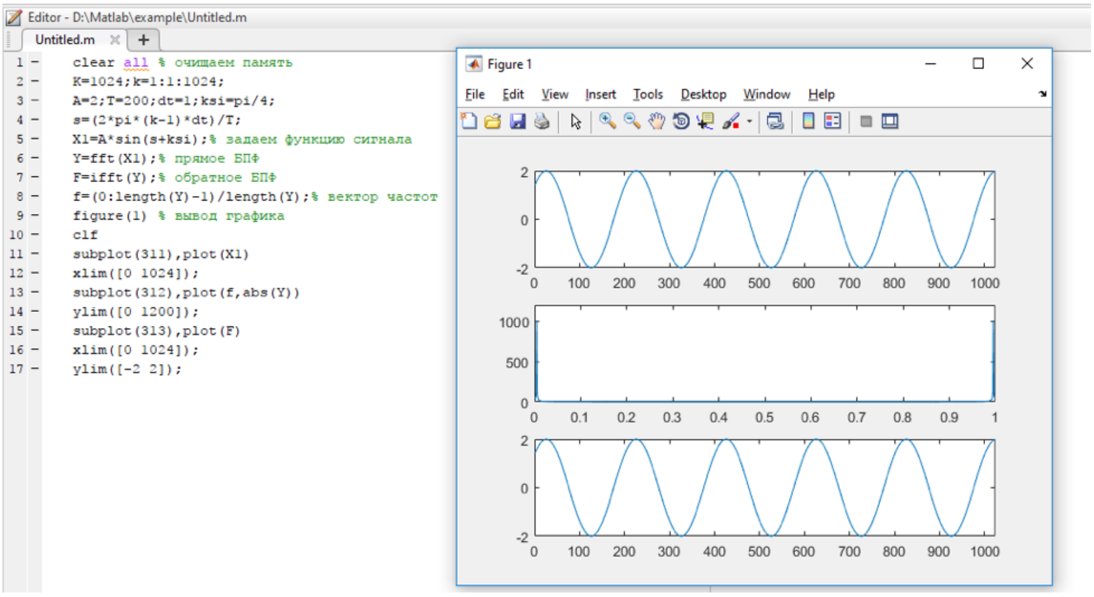

Рисунок 1 – Пример прямого и обратного преобразования Фурье детерминированного сигнала.

Пример 5.2 Прямое и обратное преобразование Фурье случайного сигнала.

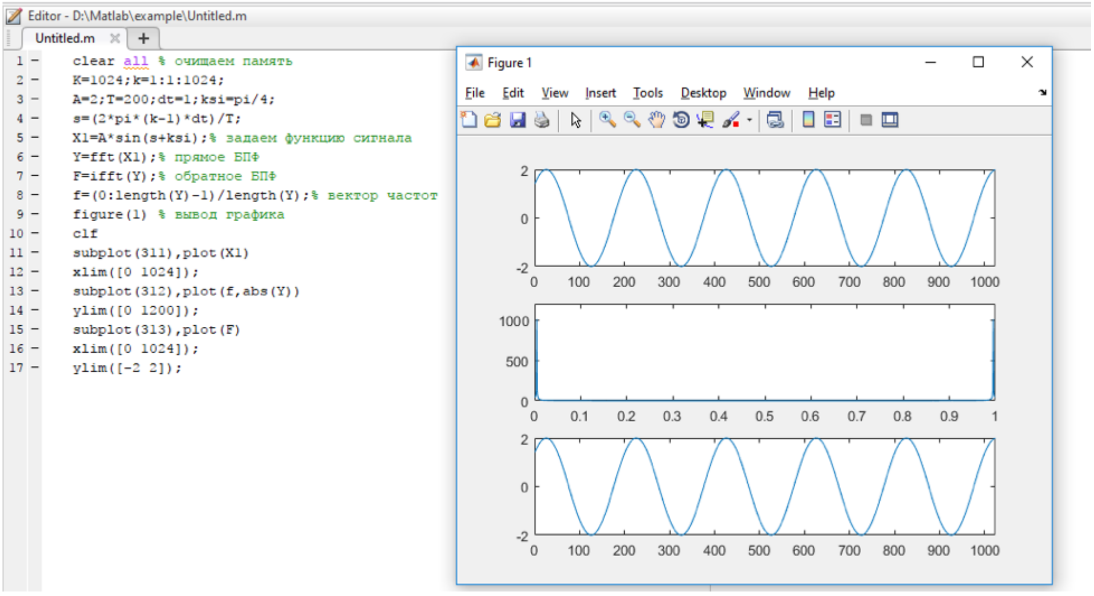

Рисунок 2 – Прямое и обратное преобразование Фурье случайного сигнала

Пример 5.3 Прямое и обратное преобразования Фурье в пакете `Matlab`. Приведем пример реализации быстрого преобразования Фурье в `Matlab` для дискретной функции.

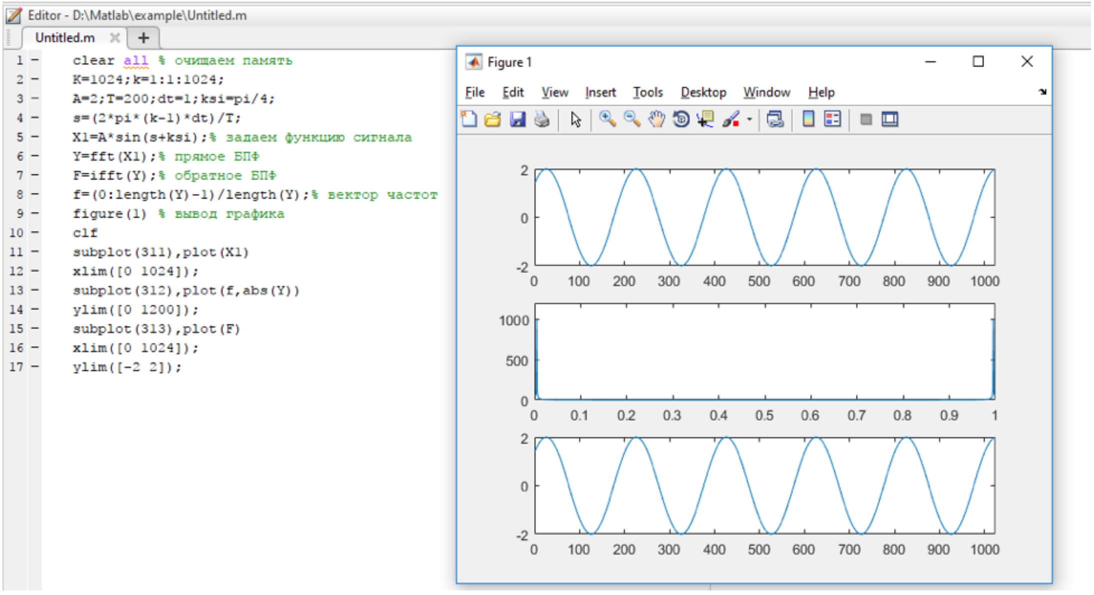

Рисунок 3 – Графики сигнала и его прямого и обратного преобразований Фурье

Индивидуальное задание. Следующим этапом было выполнение индивидуального задания согласно установленного варианта. Пример задач и их решений приведены на рисунках с **??** по **??**.

№1. $X_k = A\sin\left(2\cdot\pi\cdot\frac{(k\cdot 0.3)^n\,\Delta t}{T}+\psi\right)+2$, где $A=3$, $T=200, \Delta t=1$, $\psi=\pi/6$, $n=1{,}45$, $k=0{,}1,\ldots 1023$.

Рисунок 4 – Индвидуальное задание #1

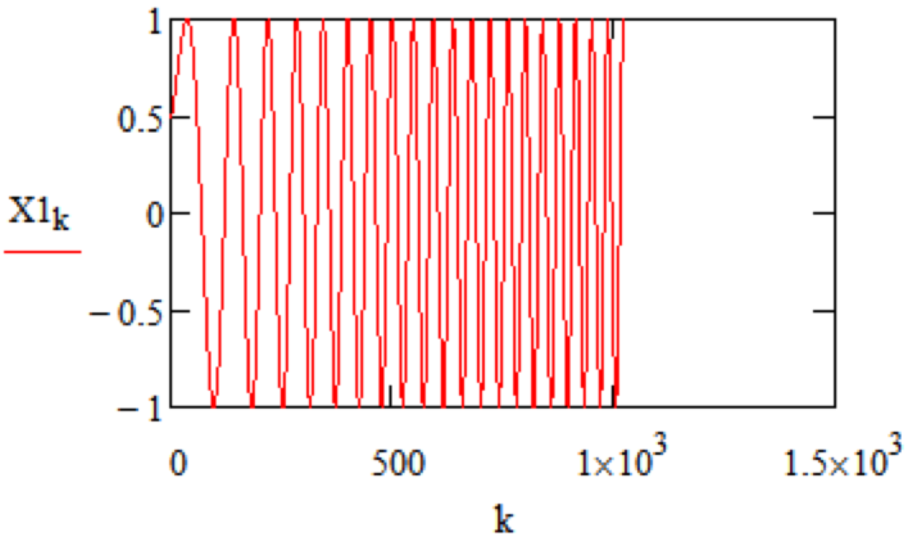

Рисунок 5 – Пример выполнения индвидуального задания #1

№2. $X_k = A\sin\left(2\cdot\pi\cdot\frac{(k\cdot 0.3)^n\,\Delta t}{T}+\psi_k\right)+2$, где ψ_k – случайная фаза, равномерно распределенная (с постоянной вероятностью) на отрезке $[0, \pi/6]$. Остальные параметры сигнала такие же, как для сигнала №1.

Рисунок 6 – Индвидуальное задание #2

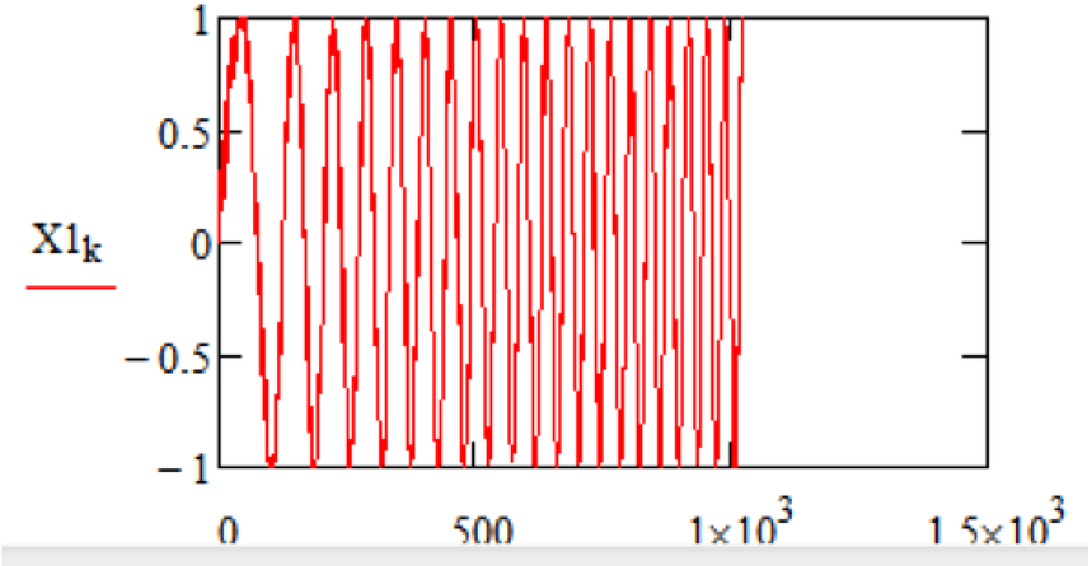

Рисунок 7 – Пример выполнения индвидуального задания #2

ВЫВОД:

В ходе практической работы, был изучен спектральный анализ, Фурье-преобразование случайного сигнала и детерминированного сигнала. Также были сделаны примеры в `Mathcad` и `Matlab`, с помощью которых можно построить графики сигналов.