МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

Отчет по лабораторной работе

Корреляционный анализ

Выполнил:
Кислюк И. В.
студент группы К4120
Проверил: Ананченко И. В.

Санкт-Петербург
2017

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СПРАВКА:

Корреляция – статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин. При этом, изменения одной или нескольких из этих величин приводят к систематическому изменению другой или других величин. Математической мерой корреляции двух случайных величин служит коэффициент корреляции.

Корреляционные характеристики принимаемых сигналов в значительной степени определяются корреляционными свойствами передаваемых сигналов. Радиус корреляции может быть определен графически. Радиус корреляции определяется по первому пересечению линии $Y = 0.1 \times f_n^{max}$ и графика нормированной АКФ.

Область допустимых значений линейного коэффициента корреляции от -1 до $+1$.

Свойства автокорреляционной функции:

1. $R(\tau) = R(-\tau)$. Функция $R(\tau)$ -– является чётной.

2. Если $x(t)$ -– синусоидальная функция времени, то её автокорреляционная функция – косинусоидальная той же частоты. Информация о начальной фазе теряется. Если $x(t) = A \times sin(\omega t + \phi)$, то $R(\tau) = \frac{A_2}{2} \times cos(\omega\tau)$.

3. Функция автокорреляции и спектра мощности связаны преобразованием Фурье.

4. Если $x(t)$ -– любая периодическая функция, то $R(\tau)$ для неё может быть представлена в виде суммы автокорреляционных функций от постоянной составляющей и от синусоидально изменяющейся составляющей.

5. Функция $R(\tau)$ не несёт никакой информации о начальных фазах гармонических составляющих сигнала.

6. Для случайной функции времени $R(\tau)$ быстро уменьшается с увеличением τ. Интервал времени, после которого $R(\tau)$ становится равным 0 называется интервалом автокорреляции.

7. Заданной $x(t)$ соответствует вполне определённое $R(\tau)$, но для одной и той же $R(\tau)$ могут соответствовать различные функции $x(t)$.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Изучить вопрос о нахождении автокорреляционной функции.

ХОД РАБОТЫ:

Пример 4.1. Приведем пример вычисления корреляционных характеристик случайных сигналов.

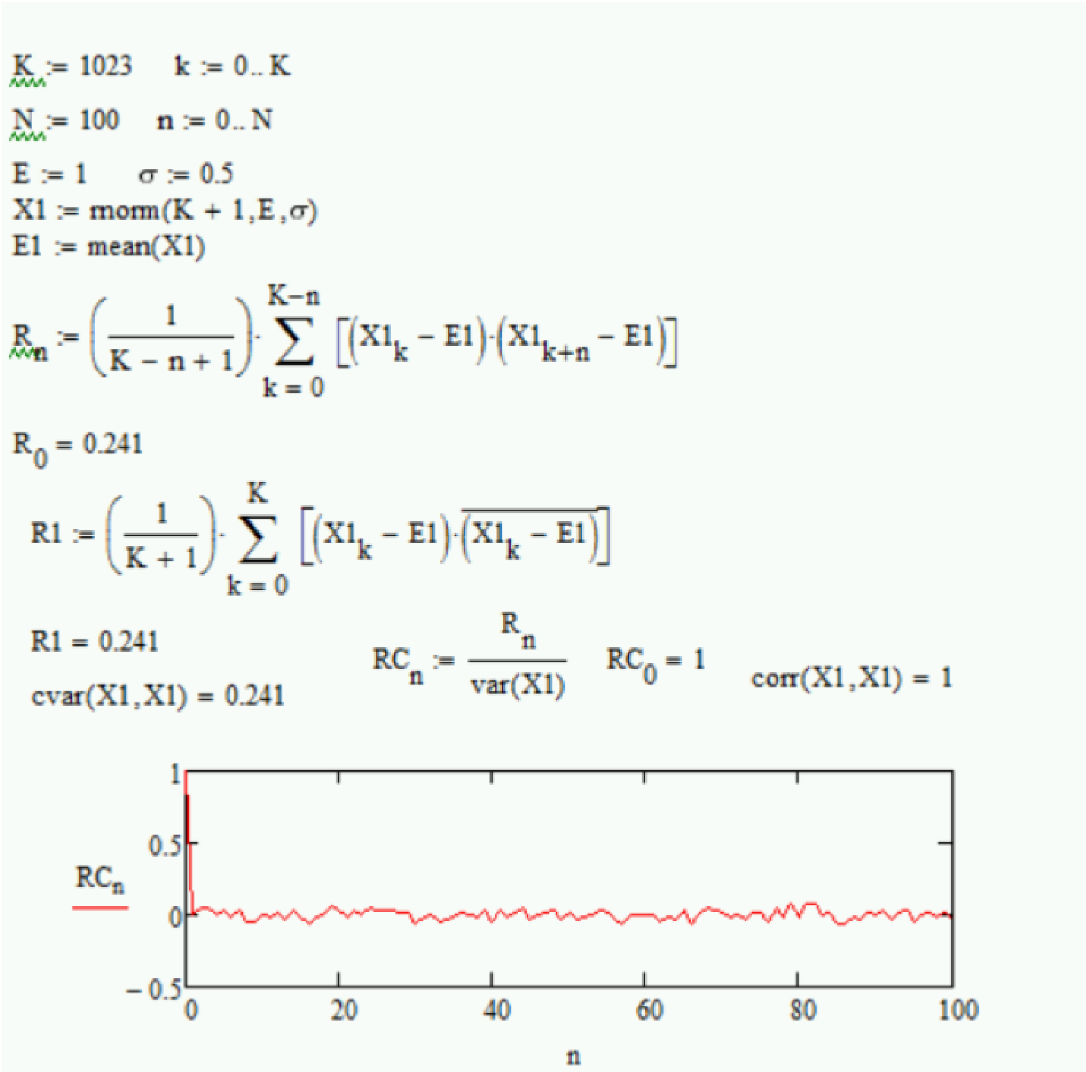

Рисунок 1 – Листинг вычисления автокорреляционной функции и коэффициента корреляции сигнала с нормальным распределением вероятностей

Пример 4.2. Вычислим функцию и коэффициент взаимной корреляции для двух сигналов, заданных в виде функций X1 – с нормальным распределением вероятностей и параметрами $E = 1$ – математическое ожидание, $\sigma = 0,5$ – стандартное отклонение, $K \times 1023$ и $X2$ – с β -распределением вероятностей и параметрами $u = 20$, $v = 4$.

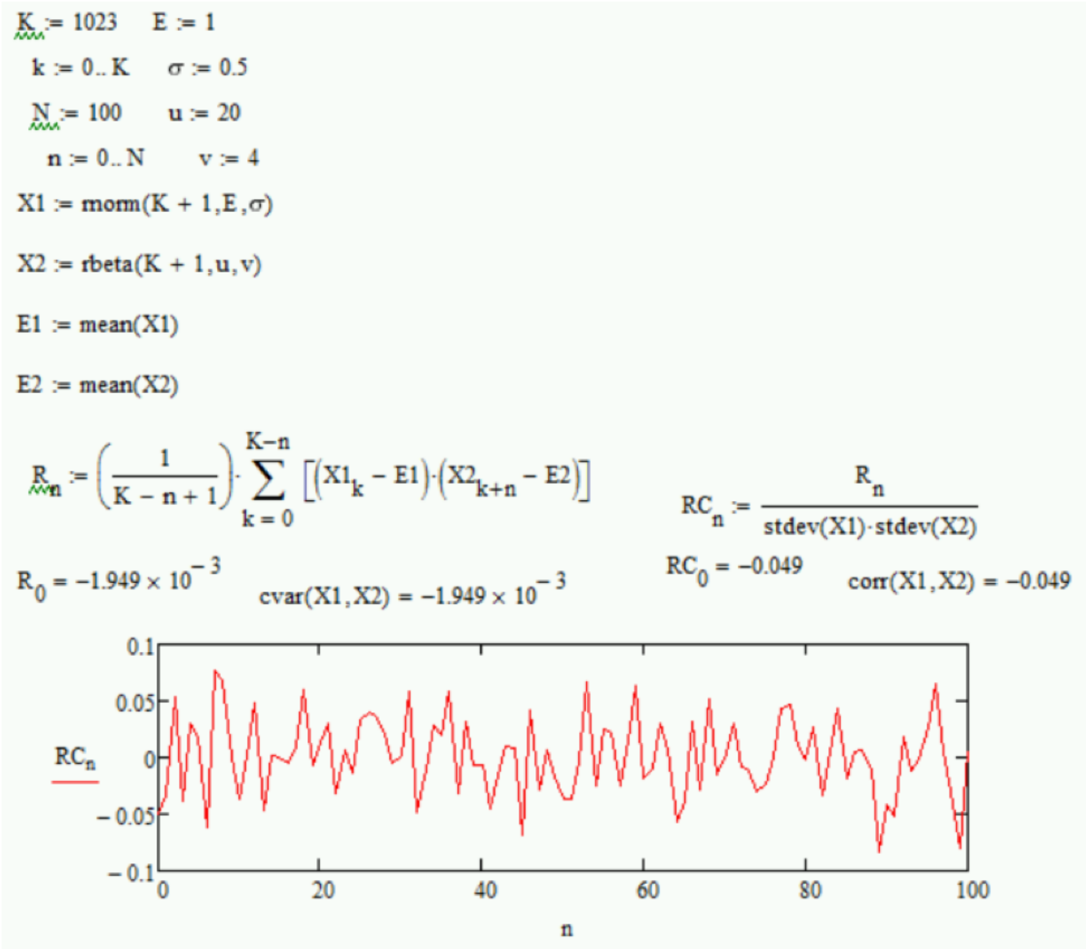

Рисунок 2 – Листинг вычисления функции и коэффициента взаимной корреляции

Пример 4.3. Вычислим автокорреляционную функцию сигнала Rn, заданного функцией Вейерштрасса.

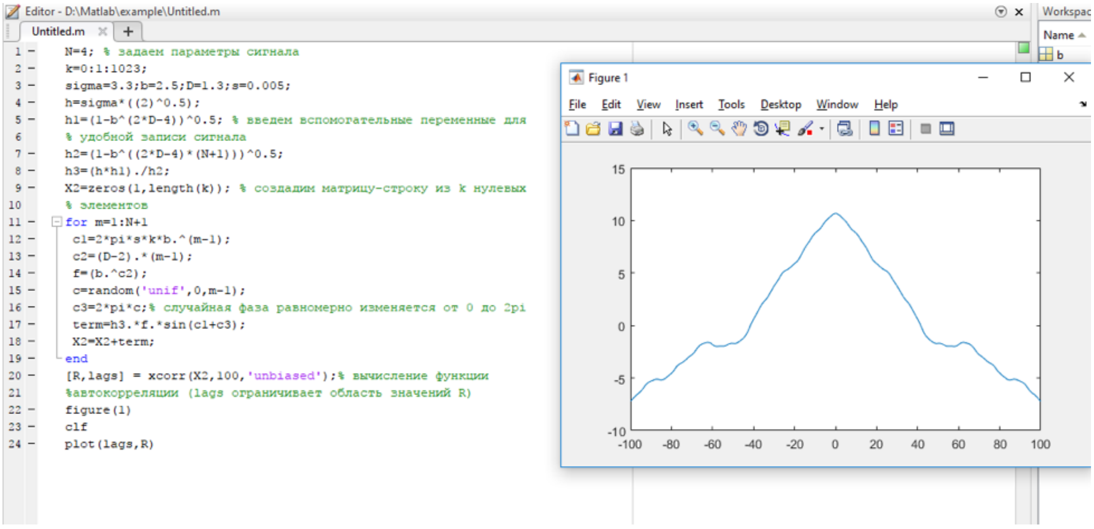

Рисунок 3 – Фрагмент автокорреляционной функции заданного сигнала

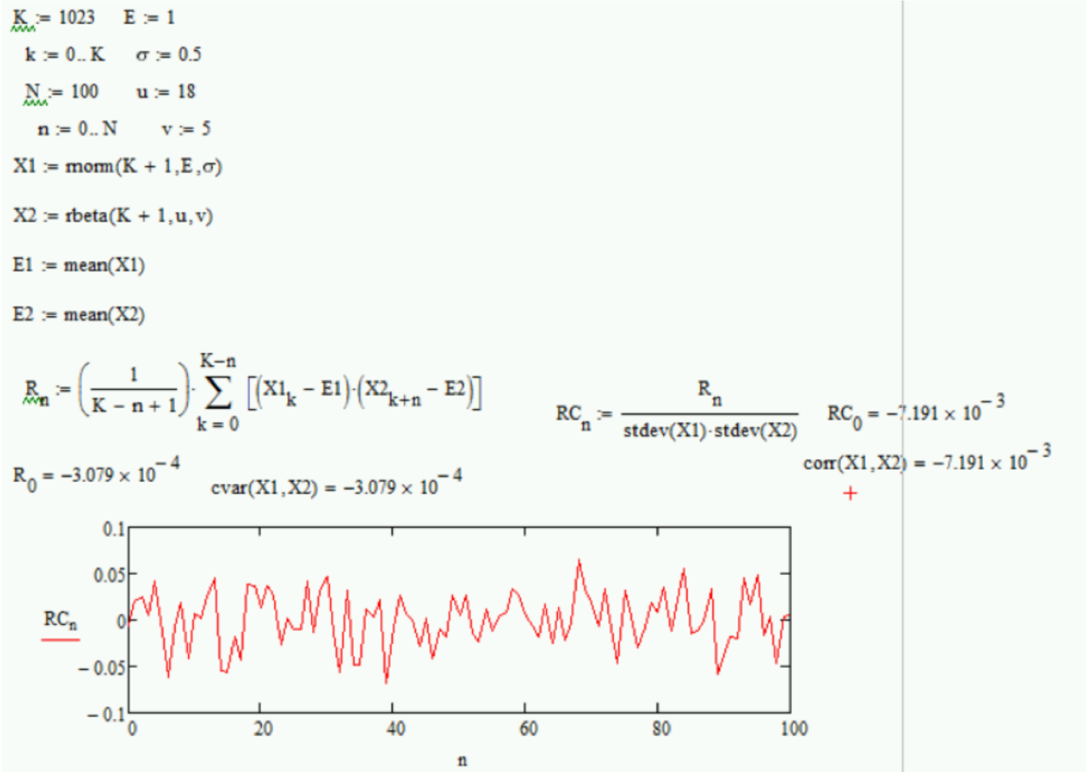

Рисунок 4 – Автокорреляционная функция и RCn коэффициент корреляции для сигнала

Упражнение 2. Вычислите автокорреляционную функцию и коэффициент корреляции для сигнала, заданного в виде функции с $X1$ - распределением вероятностей и параметрами $u = 18$, $v = 5$, $k = 0, 1..1023$. Постройте график автокорреляционной функции в зависимости от числа n, где $n = 0, 1..100$.

$K := 1023 \quad E := 1 \quad b := 2.2 \quad s := 0.005$

$k := 0..K \quad \sigma := 3.3 \quad D := 1.5 \quad \Delta t := 1$

$N := 4 \quad u := 18 \quad t_k := k \cdot \Delta t$

$n := 0..N \quad v := 5 \quad \psi_n := 2 \cdot \pi$

$X1 := rnorm(K + 1, E, \sigma)$

$$X2_k := \sqrt{2} \cdot \sigma \cdot \frac{\left(1 - b^{2D-4}\right)^{0.5} \cdot \sum_{n=0}^{N} \left[b^{(D-2) \cdot n} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot s \cdot b^{n} \cdot t_k + \psi_n\right) \right]}{\left[1 - b^{(2 \cdot D - 4) \cdot (N+1)}\right]^{0.5}}$$

$E1 := mean(X1)$

$E2 := mean(X2)$

$$R_n := \left(\frac{1}{K - n + 1}\right) \cdot \sum_{k=0}^{K-n} \left[\left(X1_k - E1\right) \cdot \left(X2_{k+n} - E2\right) \right]$$

$R_0 = 0.051$

$cvar(X1, X2) = 0.051$

$$RC_n := \frac{R_n}{stdev(X1) \cdot stdev(X2)} \qquad RC_0 = 4.811 \times 10^{-3}$$

$corr(X1, X2) = 4.811 \times 10^{-3}$

Рисунок 5 – Автокорреляционная функция и коэффициент корреляции

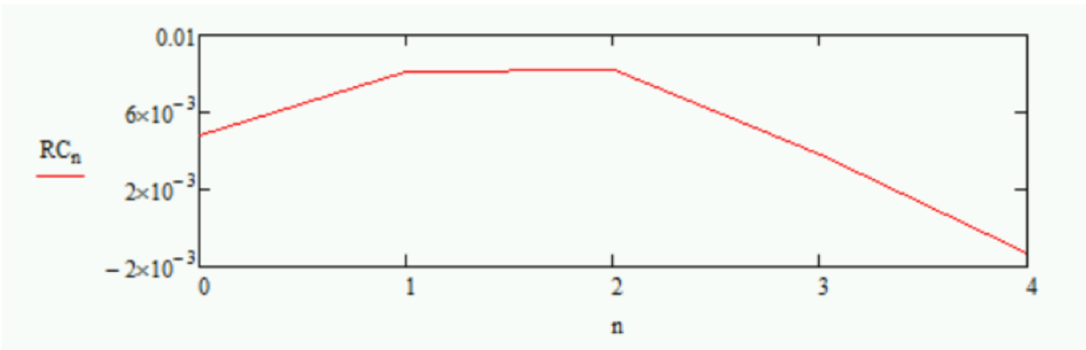

Рисунок 6 – Коэффициент корреляции

ВЫВОД:

В ходе лабораторной работы был изучен способ нахождения коэффициента корреляции и процесс построения автокорреляционной функции.