МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

ОТЧЁТ
по лабораторной работе

«КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ»

Выполнила: студентка группы K4120
Загряжская Н.И

Проверил: к.т.н., доцент И.В. Ананченко

Санкт – Петербург
2017

Цель: Изучить основные методы корреляционного анализа сигналов в среде Mathcad.

Ход работы:

1. Выполним вычисление корреляционных характеристик
случайных сигналов. Пример расчетов в среде Mathcad изображен на Рисунке 1.

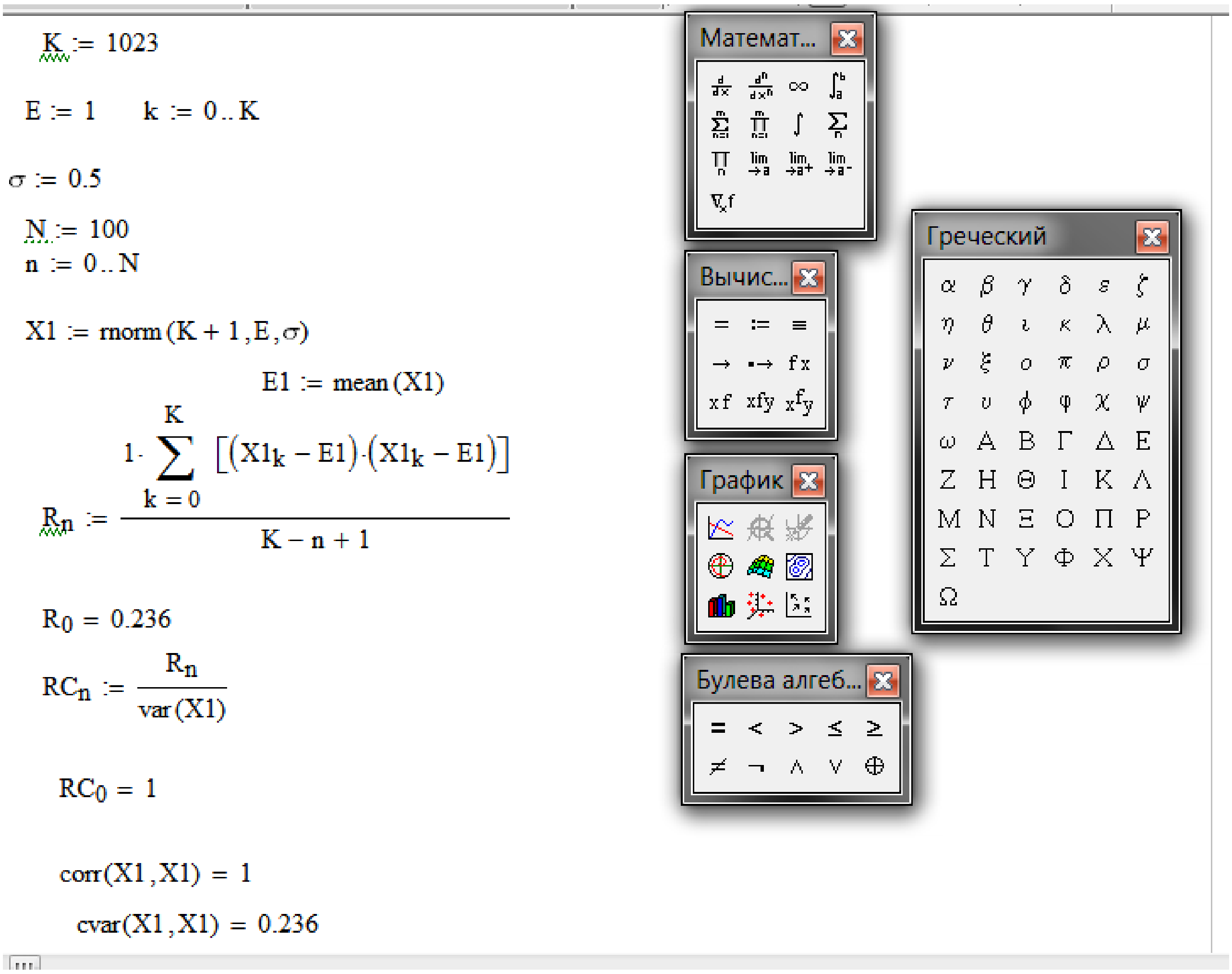

Рисунок 1 — Вычисление автокорреляционной функции и коэффициента корреляции сигнала с нормальным распределением вероятностей

2. Вычислим автокорреляционную функцию сигнала *n R* , заданного
функцией Вейерштрасса (см. пример 4.1). Листинг программы примет вид:

```
N=4;
k=0:1:1023;
sigma=3.3;b=2.5;D=1.3;s=0.005;
h=sigma*((2)^0.5);
h1=(1-b^(2*D-4))^0.5;
```

```
h2=(1-b^((2*D-4)*(N+1)))^0.5;
h3=(h*h1)./h2;
32
X2=zeros(1,length(k));
for m=1:N+1
c1=2*pi*s*k*b.^(m-1);
c2=(D-2).*(m-1);
f=(b.^c2);
c=random('unif',0,m-1);
c3=2*pi*c;
term=h3.*f.*sin(c1+c3);
X2=X2+term;
end
[R,lags] = xcorr(X2,100,'unbiased');
figure(1)
clf
plot(lags,R)
```

Результат работы программы изображен на Рисунке 2.

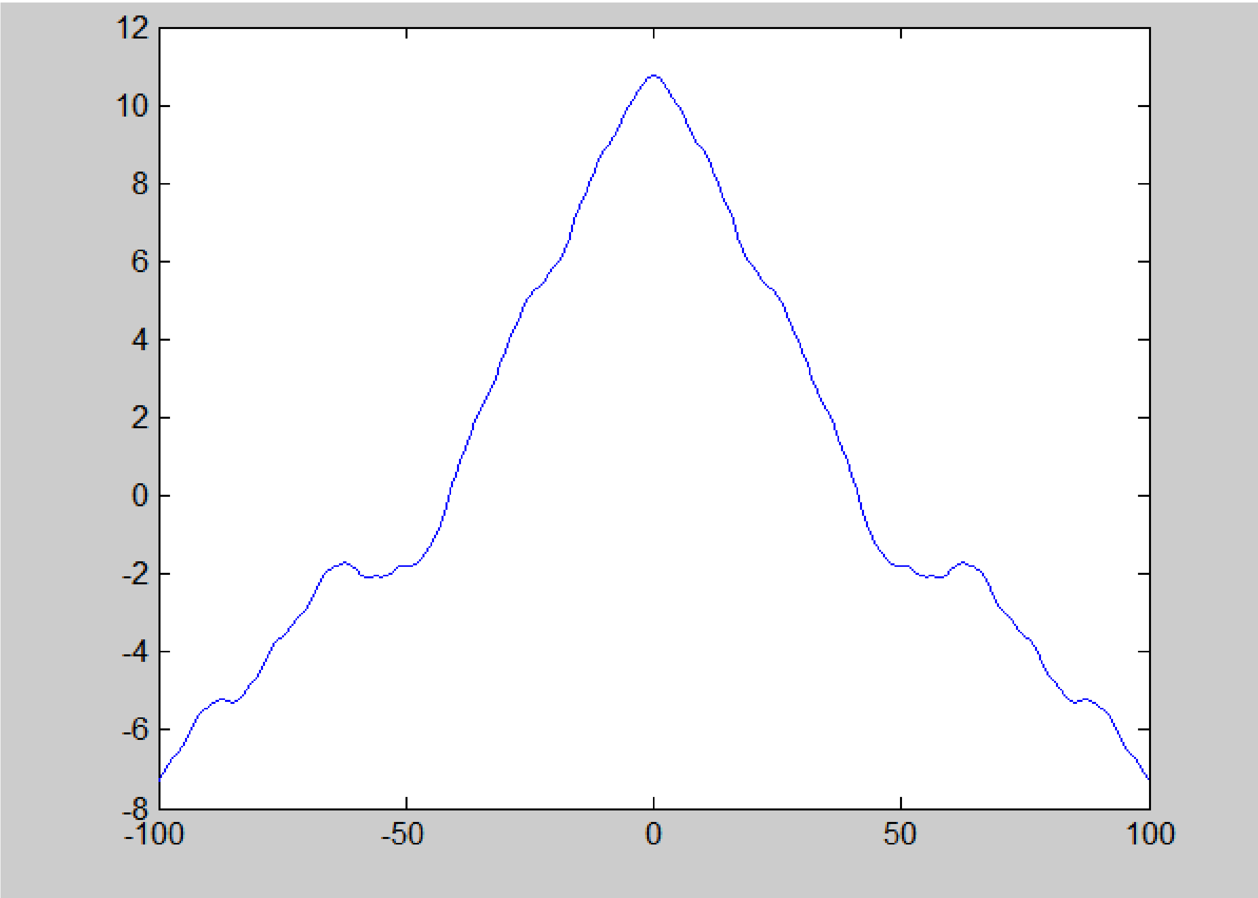

Рисунок 2 — Автокорреляционная функция сигнала

Упражнение 2(Индивидуальное задание).

1. Вычислите автокорреляционную функцию и коэффициент корреляции для сигнала, заданного в виде функции с β - распределением вероятностей и параметрами u = 18, v = 5, k = 0,1,…1023. Постройте график автокорреляционной функции в зависимости от числа n , где $n = 0,1\ldots100$.

Решение задания 1:

$K := 1023$
$\mathbf{E := 1}$
$k := 0..K$
$\sigma := 0.5$
$N := 100$
$n := 0..N$
$X1 := \text{rexp}(K+1, \sigma)$

$$R_n := \frac{1 \cdot \sum_{k=0}^{K} \left[\left(X1_k - E1 \right) \cdot \left(X1_k - E1 \right) \right]}{K - n + 1}$$

$R_0 = 4.484$

$$RC_n := \frac{R_n}{\text{var}(X1)}$$

$RC_0 = 1$

Результат вычислений:

$\text{corr}(X1, X1) = 1$
$\text{cvar}(X1, X1) = 4.484$

2. Вычислите коэффициент взаимной корреляции сигналов, заданных в виде: k $X1$ – функция, заданная в пункте 1 (упр. 2); k X 2 – функция Вейерштрасса с параметрами: $\sigma = 3{,}3$; $b = 2{,}2$; $s = 0{,}005$; $D = 1{,}5$; $N = 4$, $\Delta t = 1$. Случайная фаза m ψ имеет равномерное распределение плотности вероятности на отрезке $[0, 2\pi]$. Приведите зависимость коэффициента взаимной корреляции при изменении числа n, где $n = 0{,}1 \ldots 500$. Оцените радиус корреляции сигнала k X 2 .

Решение задания 2:

$K := 1023$
$E := 1$
$E := 1$
$\sigma := 0.7$
$N := 200$
$n := 0..N$
$X1 := \text{rexp}(K+1, \sigma)$
$E1 := \text{mean}(X1)$

$$R_n := \frac{1 \cdot \sum_{k=0}^{K} \left[\left(X1_k - E1 \right) \cdot \left(X1_k - E1 \right) \right]}{K - n + 1}$$

$$RC_n := \frac{R_n}{\text{var}(X1)}$$

$RC_0 = 1$

Результат вычислений:

$cvar(X1, X1) = 1.775$
$corr(X1, X1) = 1$

Вывод:

Корреляция — статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин. При этом, изменения одной или нескольких из этих величин приводят к систематическому изменению другой или других величин. Математической мерой корреляции двух случайных величин служит коэффициент корреляции.

Корреляционные характеристики принимаемых сигналов в значительной степени определяются корреляционными свойствами передаваемых сигналов.

Радиус корреляции может быть определен графически. Радиус корреляции определяется по первому пересечению линии $Y = 0.1 * f_n^{max}$ и графика нормированной АКФ.

Область допустимых значений линейного коэффициента корреляции от -1 до +1.

Свойства автокорреляционной функции:

1) $R(\tau)=R(-\tau)$. Функция $R(\tau)$ – является чётной.

2) Если $x(t)$ – синусоидальная функция времени, то её автокорреляционная функция – косинусоидальная той же частоты. Информация о начальной фазе теряется. Если $x(t)=A*\sin(\omega t+\varphi)$, то $R(\tau)=A^2/2 * \cos(\omega\tau)$.

3) Функция автокорреляции и спектра мощности связаны преобразованием Фурье.

4) Если $x(t)$ – любая периодическая функция, то $R(\tau)$ для неё может быть представлена в виде суммы автокорреляционных функций от постоянной составляющей и от синусоидально изменяющейся составляющей.

5) Функция $R(\tau)$ не несёт никакой информации о начальных фазах гармонических составляющих сигнала.

6) Для случайной функции времени R(τ) быстро уменьшается с увеличением τ. Интервал времени, после которого R(τ) становится равным 0 называется интервалом автокорреляции.

7) Заданной x(t) соответствует вполне определённое R(τ), но для одной и той же R(τ) могут соответствовать различные функции x(t)