МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

Отчет по лабораторной работе

Расчет площадей методом Монте-Карло

Выполнил:
Кислюк И. В.
студент группы К4120
Проверил: Осипов Н. А.

Санкт-Петербург
2017

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ:

Метод Монте-Карло (или метод статистических испытаний) можно определить как **метод моделирования случайных величин с целью вычисления характеристик их распределений**. Суть состоит в том, что результат испытаний зависит от некоторой случайной величины, распределенной по заданному закону. Поэтому результат каждого отдельного испытания носит случайный характер (как правило, составляется программа для осуществления одного случайного испытания).

Проведя серию испытаний, получают выборку. Полученные статистические данные обрабатываются и представляются в виде численных оценок интересующих исследователя величин (характеристик системы).

Теоретической основой метода Монте-Карло являются предельные теоремы теории вероятностей. Они гарантируют высокое качество статистических оценок при весьма большом числе испытаний. Метод статистических испытаний применим для исследования как стохастических, так и детерминированных систем. **Практическая реализация метода Монте-Карло невозможна без использования компьютера.**

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Исследовать и научиться применять на практике метод статистических испытаний (Монте-Карло).

ХОД РАБОТЫ:

Первым заданием является нахождение квадратуры круга. В качестве исходных данных у нас имеются координаты центра круга и его радиус (т.е. уравнение окружности)

$$(x—2)^2 + (—3)^2 = 25$$

Впишем данный круг в квадрат 10x10, в котором будем создавать точки, распределённые равномерны. Проведя n испытаний, посчитаем количество m точек, попавших в круг. Тогда оценку площади круга можно будет получить из следующего соотношения:

$$S = S \cdot \frac{m}{n} = 100 \cdot \frac{m}{n}$$

Построим имитационную модель средствами MatLab (1):

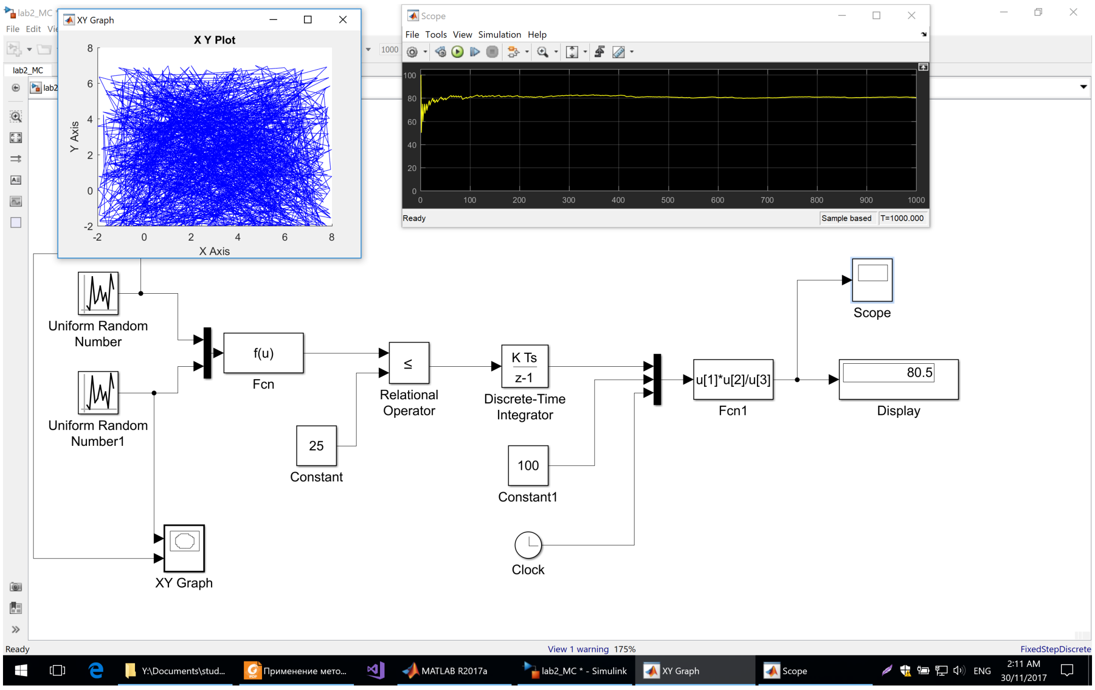

Рисунок 1 – Имитационная модель для нахождения площади круга

Однако на основе одного прогона имитационной модели нельзя сделать выводы о результате, поэтому необходимо провести статистический эксперимент (2).

Как видно из результатов эксперимента, точность метода Монте-Карло увеличивается при значительном увеличении числа испытаний.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
	Объём испытаний (n)								
Номер прогона	100	500	1000	5000	10000	50000	100000		sanity test:
1 (1,0)	78	79,4	80,8	79,32	78,74	78,75	78,62		78,5398163
2 (0,2)	80	81,2	81,7	78,98	78,46	78,97	78,69		
3 (5,0)	79	78,4	79,1	78,06	77,82	78,48	78,43		
4 (15,0)	77	78,2	79,1	78,92	78,17	78,42	78,4		
5 (0, 11)	81	81	80,5	78,26	78,51	78,62	78,54		
Среднее	79	79,64	80,24	78,708	78,34	78,648	78,536		
Дисперсия	2,5	1,988	1,278	0,27852	0,12565	0,04877	0,01513		

Рисунок 2 – Данные статистического эксперимента

Следующим заданием требуется рассчитать определённый интеграл от a до b от функции $y = f(x)$. Это используется для расчёта «неберущихся» интегралов. Для примера воспользуемся следующим уравнением (пример графика показан на рисунке 3

$$\int_{3}^{8} -x^2 + 7x dx$$

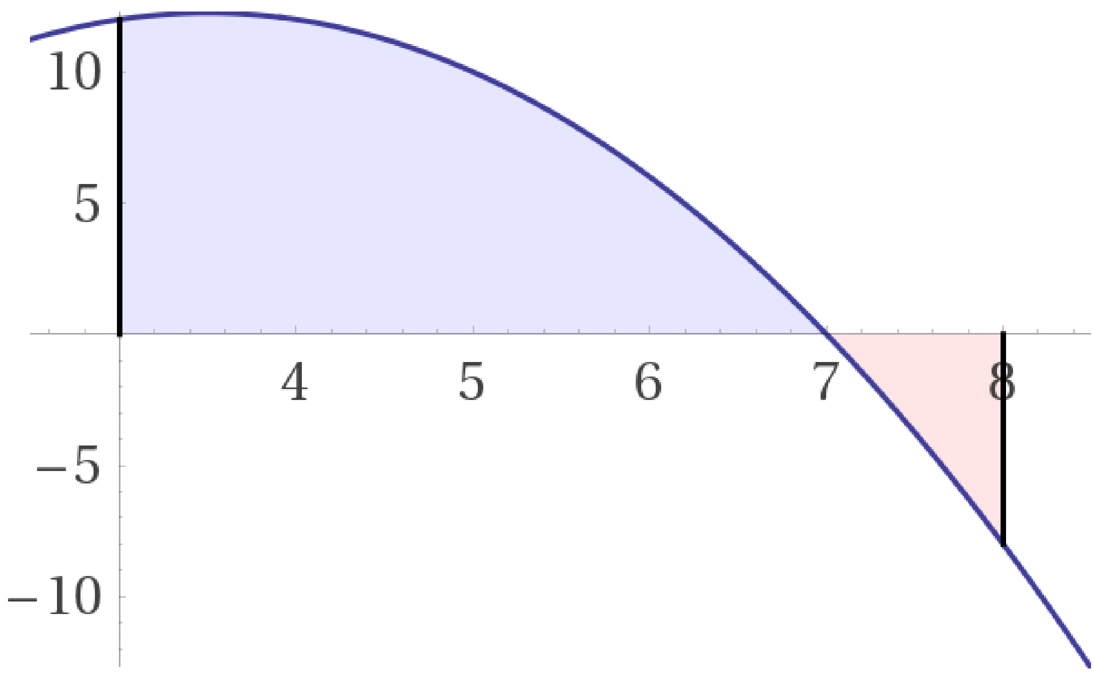

Рисунок 3 – Пример графика интеграла

Аналогично нахождению площади круга, построим модель и проведём статистический эксперимент (рисунки 4, 5)

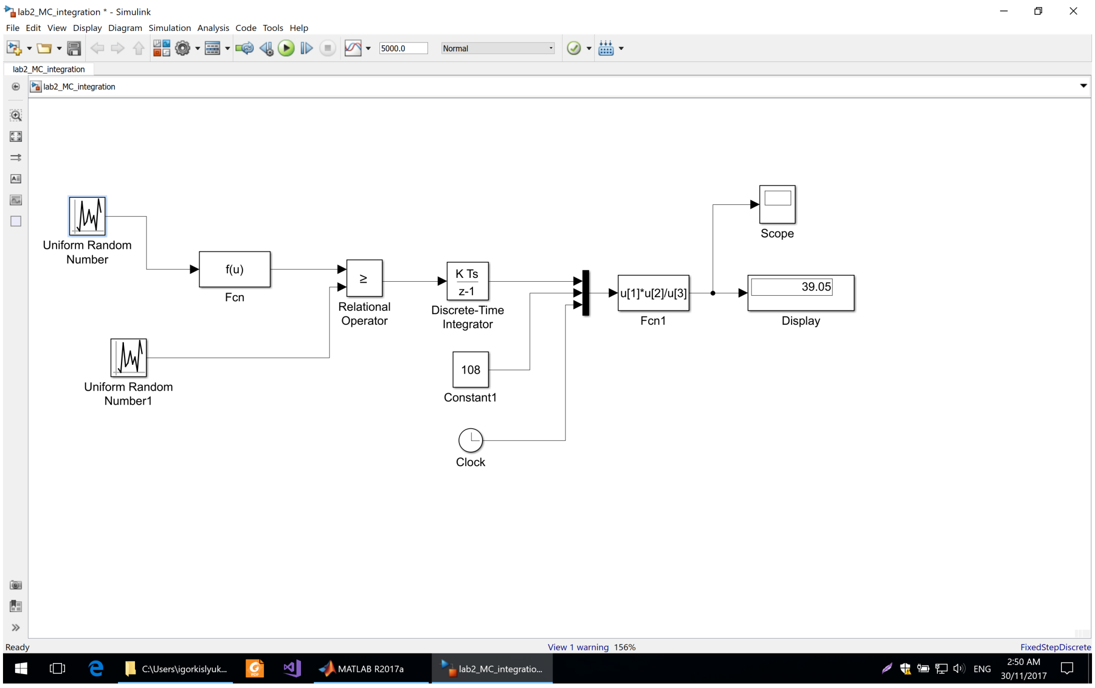

Рисунок 4 – Модель для расчёта определённого интеграла

	Объём испытаний (n)								y=-x^2+7x	
Номер прогона	100	500	1000	5000	10000	50000	100000		from 3 to 8	38,9
1 (0,1)	43,2	38,2	42,44	38,79	38,34	38,75	38,6			
2 (2,0)	41,6	40,98	42,78	39,03	39,08	38,29	39,81			
3 (5,0)	41,7	41,05	40,1	39,05	39,54	38,4	39,1			
Среднее	42,16667	40,07667	41,77333	38,95667	38,98667	38,48	39,17			
Дисперсия	0,803333	2,642633	2,128933	0,020933	0,366533	0,0577	0,3697			

Рисунок 5 – Данные второго статистического эксперимента

ВЫВОД:

Успешно исследовали и применили на практике метод Монте-Карло.