main

April 4, 2023

[1]:
```python
# pyright: reportUnusedExpression=false
```

1 Exercício avaliativo 1

1.1 Introdução a Física Estatística e Computacional

Luís Felipe Ramos Ferreira - 2019022553

Igor Lacerda Faria da Silva - 2020041973

Gabriel Rocha Martins - 2019006639

[2]:
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

[3]:
```python
from typing import Callable
```

[4]:
```python
ITERATIONS = 1000
SIZES = [10**2, 10**3, 10**4]
errors: list[float] = []
```

[5]:
```python
def calculo_erro(values: np.ndarray, mean: float) -> float:
    variancia = np.square(values - mean).mean()
    desvio = np.sqrt(variancia)
    return desvio / np.sqrt(values.size)
```

[6]:
```python
def first_method(inf: float, sup: float, funct, size: int, y_max: int):
    inside = 0
    for _ in range(size):
        x = np.random.uniform(inf, sup, 1)
        y = np.random.uniform(0, y_max, 1)
        expected_y = funct(x)
        if expected_y > y:
            inside += 1

    return inside / size * y_max * (sup - inf)
```

[7]:
```python
def second_method(inf: float, sup: float, funct, size: int):
    mutiplier = (sup - inf) / size
```

```
    x = np.random.uniform(inf, sup, size)
    y = funct(x)
    return mutiplier * np.sum(y)
```

[8]:
```
def choose_method(inf: float, sup: float, funct, size: int, y):
    if y is not None:
        return first_method(inf, sup, funct, size, y)
    else:
        return second_method(inf, sup, funct, size)
```

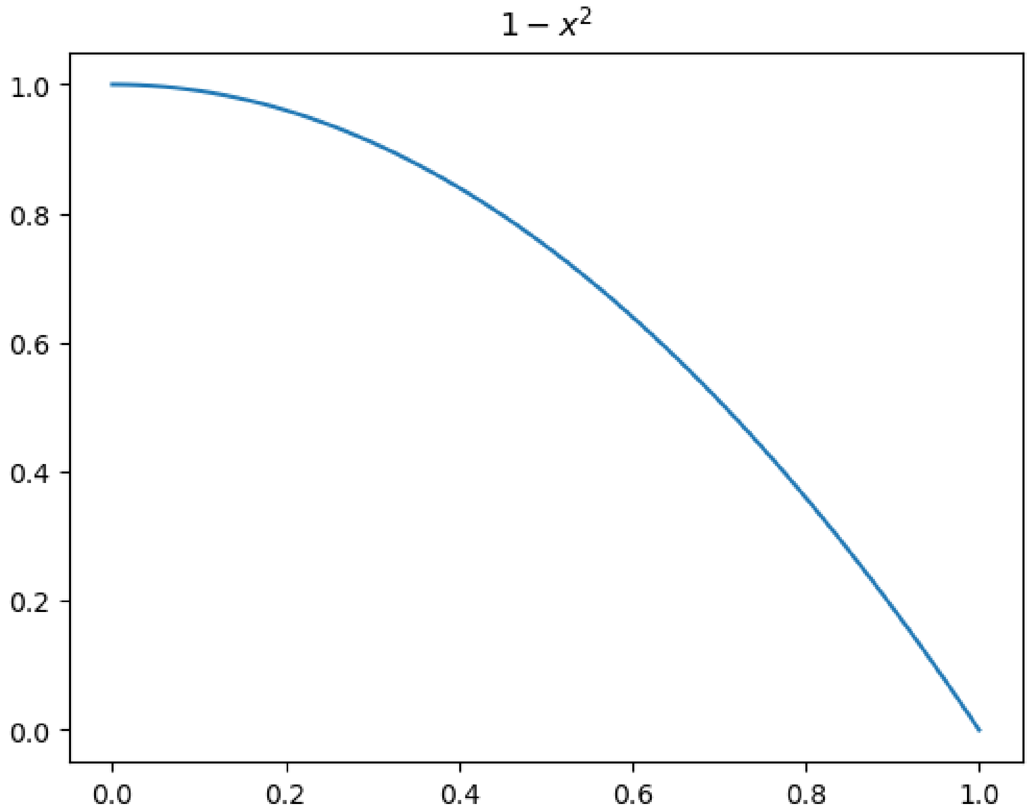
[9]:
```
def plot_hist_iterate_method(
    iterations: int, inf: float, sup: float, funct, size: int, y
):
    data: np.ndarray = np.zeros(iterations)
    for i in range(iterations):
        data[i] = choose_method(inf, sup, funct, size, y)
    plt.hist(data)
    mean = data.mean()
    print(f"Média: {mean}")
    return calculo_erro(data, mean)
```

[10]:
```
def plot_all(inf: float, sup: float, funct: Callable, y: float | None):
    for size in SIZES:
        errors.append(plot_hist_iterate_method(ITERATIONS, inf, sup, funct,␣
 ↪size, y))
        errors.append(plot_hist_iterate_method(ITERATIONS, inf, sup, funct,␣
 ↪size, None))
        plt.show()
```

2 Função 1

[11]:
```
INF_1 = 0
SUP_1 = 1
Y_MAX_1 = 1
```

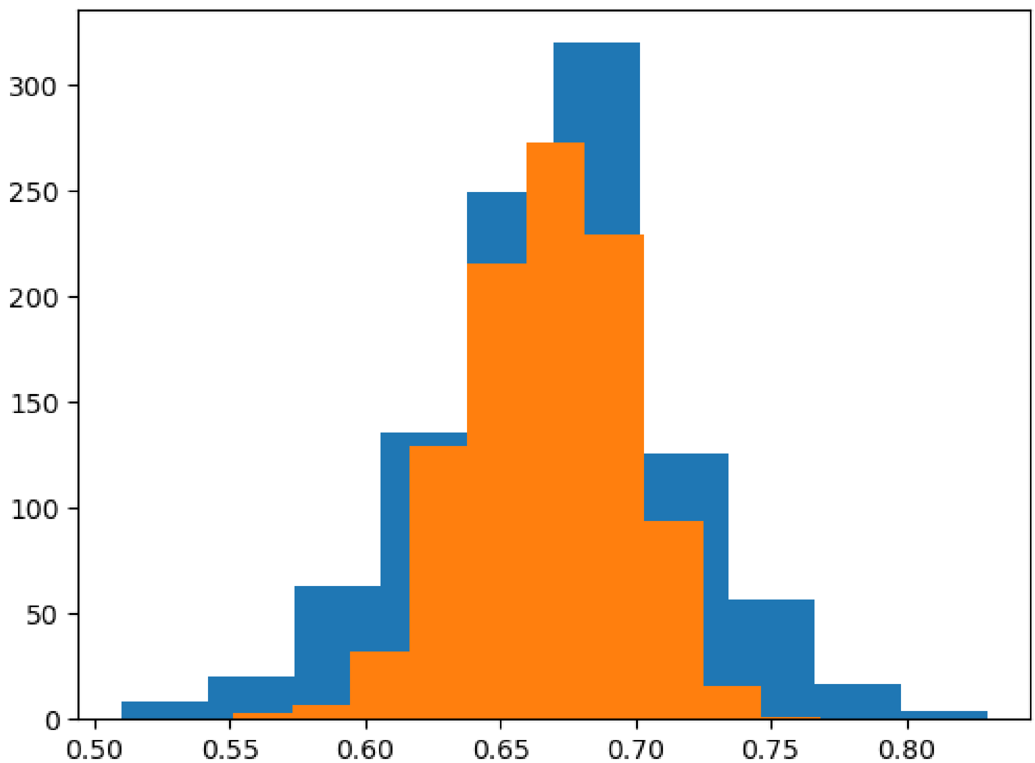
[12]:
```
def plot_1():
    x = np.linspace(INF_1, SUP_1, 100)
    y = 1 - x**2
    plt.title("$1 - x^2$")
    plt.plot(x, y)


plot_1()
```



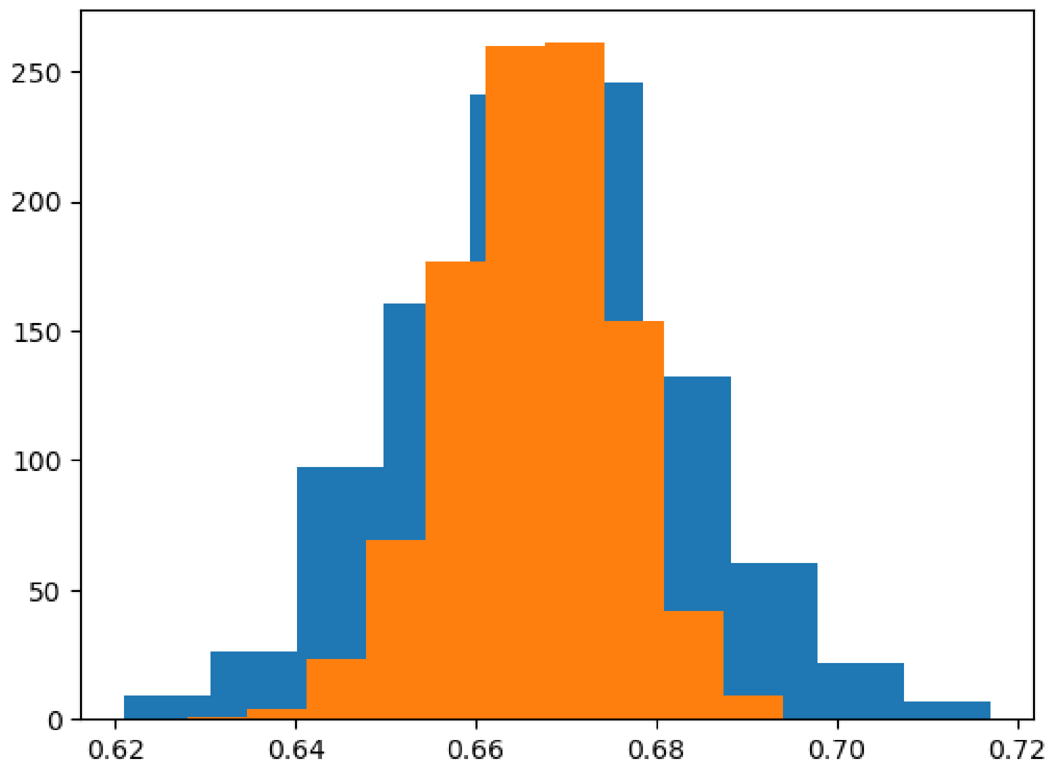
[13]:
```
def funct_1(x: float) -> float:
    return 1 - x**2
```

[14]:
```
plot_all(INF_1, SUP_1, funct_1, Y_MAX_1)
```

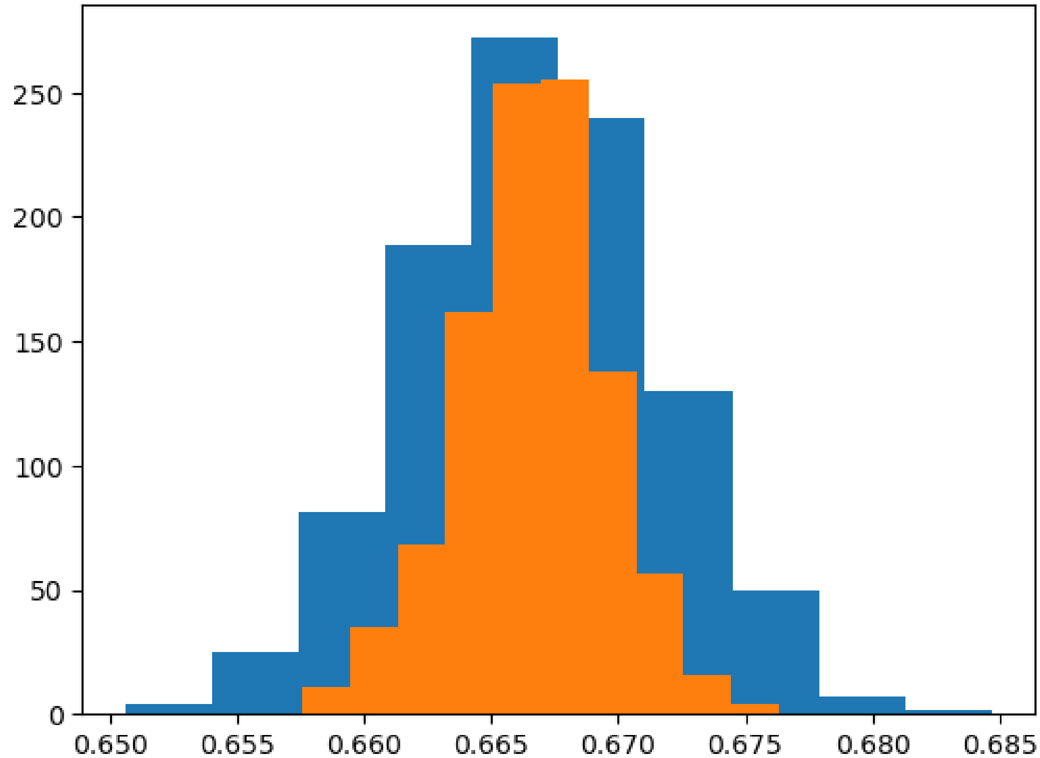
```
Média: 0.66775
Média: 0.6674532630744152
```




```
Média: 0.667452
Média: 0.6664673181874455
```



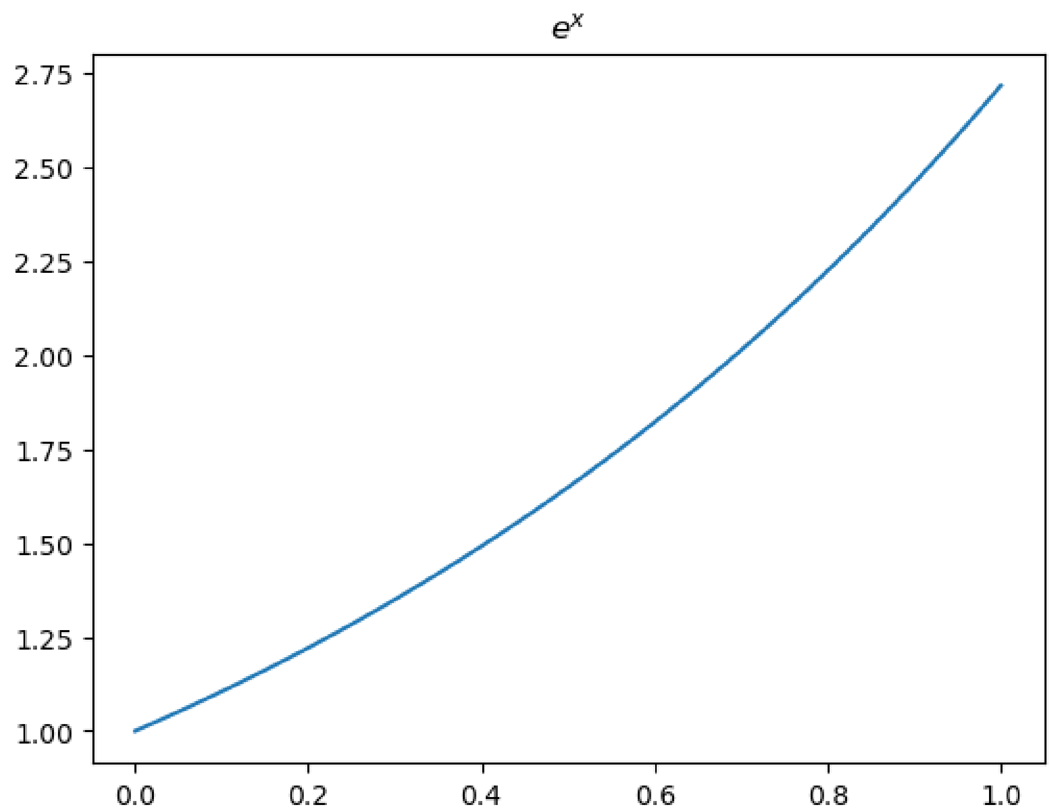

```
Média: 0.6667996
Média: 0.6666231471645203
```



3 Função 2

[15]:
```
INF_2 = 0
SUP_2 = 1
Y_MAX_2 = 3
```

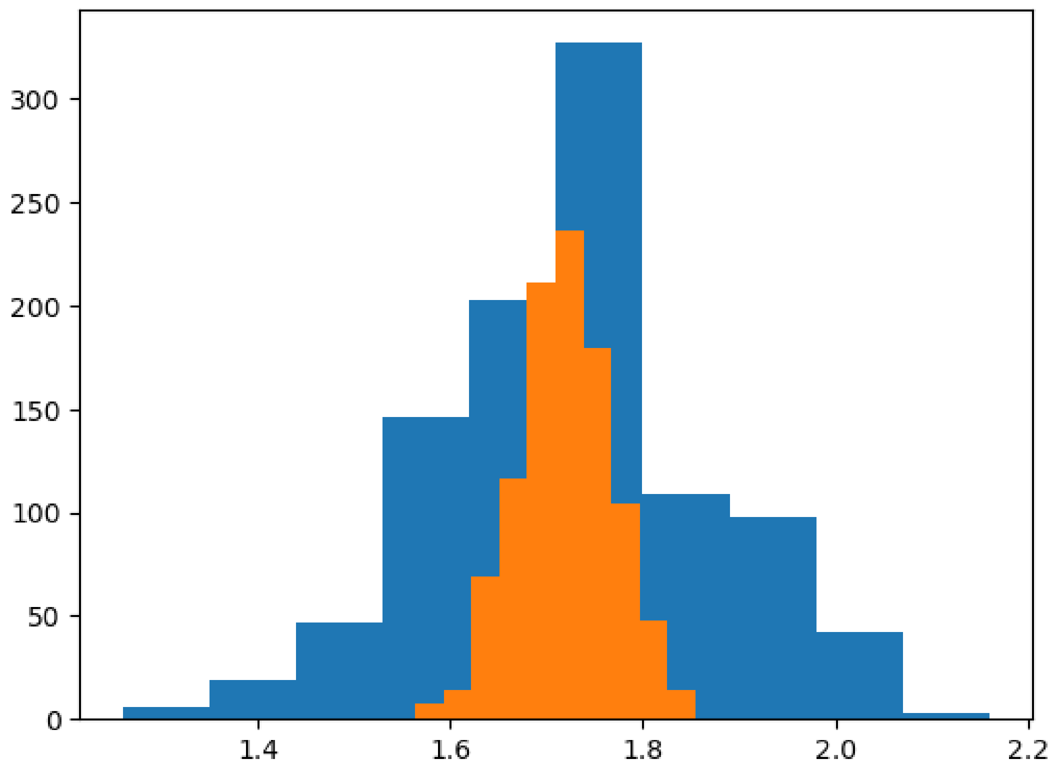
[16]:
```
def plot_2():
    x = np.linspace(INF_2, SUP_2, 100)
    y = np.e**x
    plt.title("$e^x$")
    plt.plot(x, y)


plot_2()
```



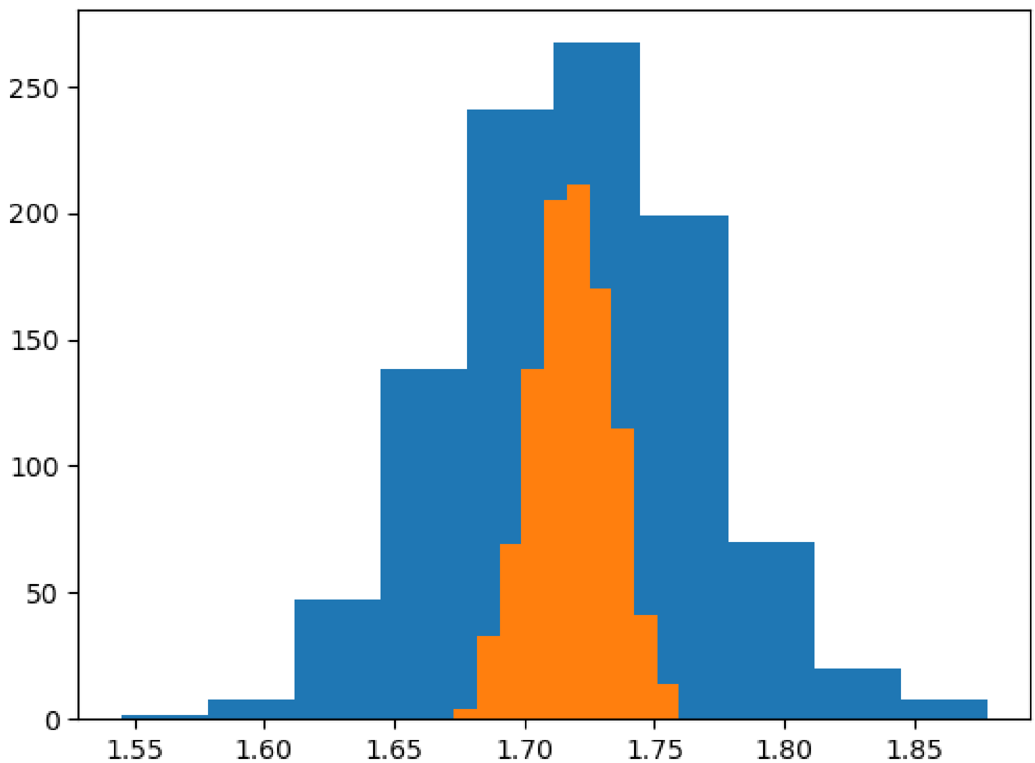
[17]:
```
def funct_2(x: float) -> float:
    return np.e**x
```

[18]:
```
plot_all(INF_2, SUP_2, funct_2, Y_MAX_2)
```

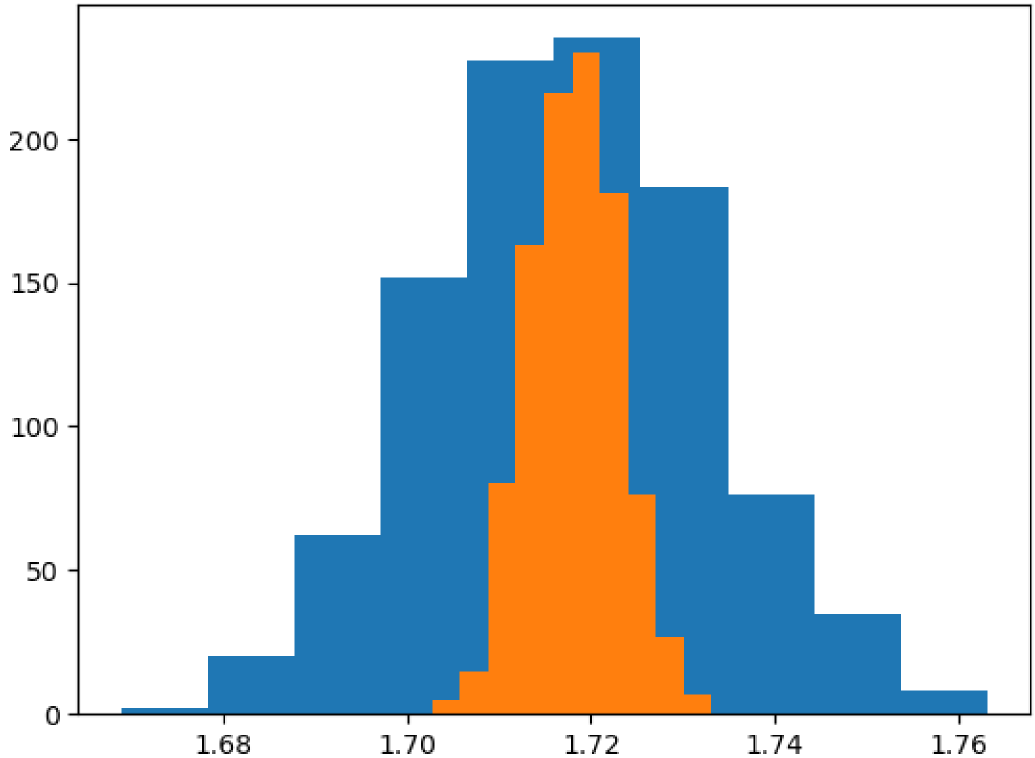
```
Média: 1.7205
Média: 1.7195217275753925
```




```
Média: 1.7188919999999999
Média: 1.7183450735825225
```



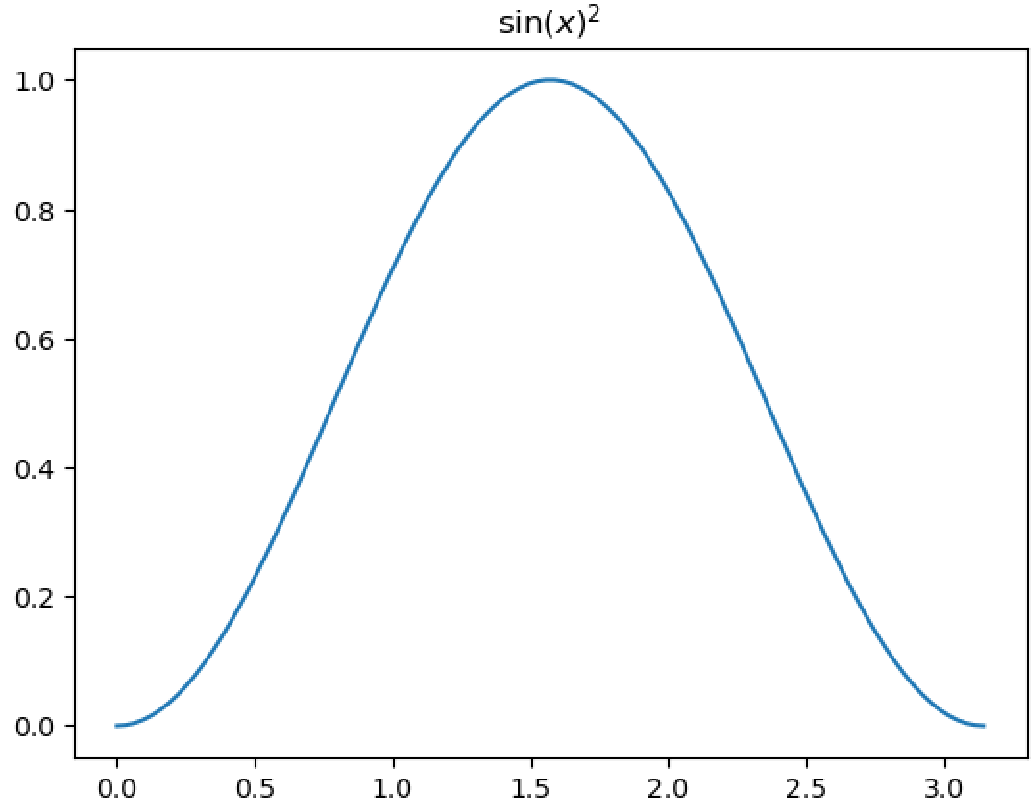

```
Média: 1.7175489
Média: 1.718156774380125
```



4 Função 3

[19]:
```
INF_3 = 0
SUP_3 = np.pi
Y_MAX_3 = 1
```

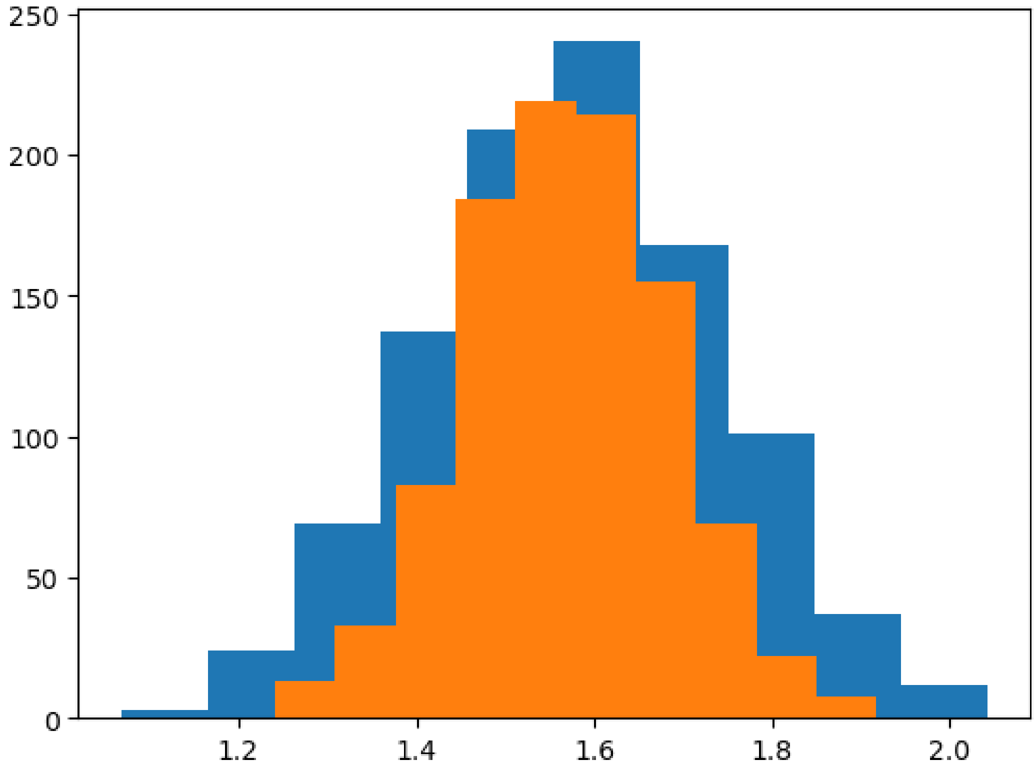
[20]:
```
def plot_3():
    x = np.linspace(INF_3, SUP_3, 100)
    y = np.sin(x) ** 2
    plt.title(r"$\sin(x)^2$")
    plt.plot(x, y)


plot_3()
```



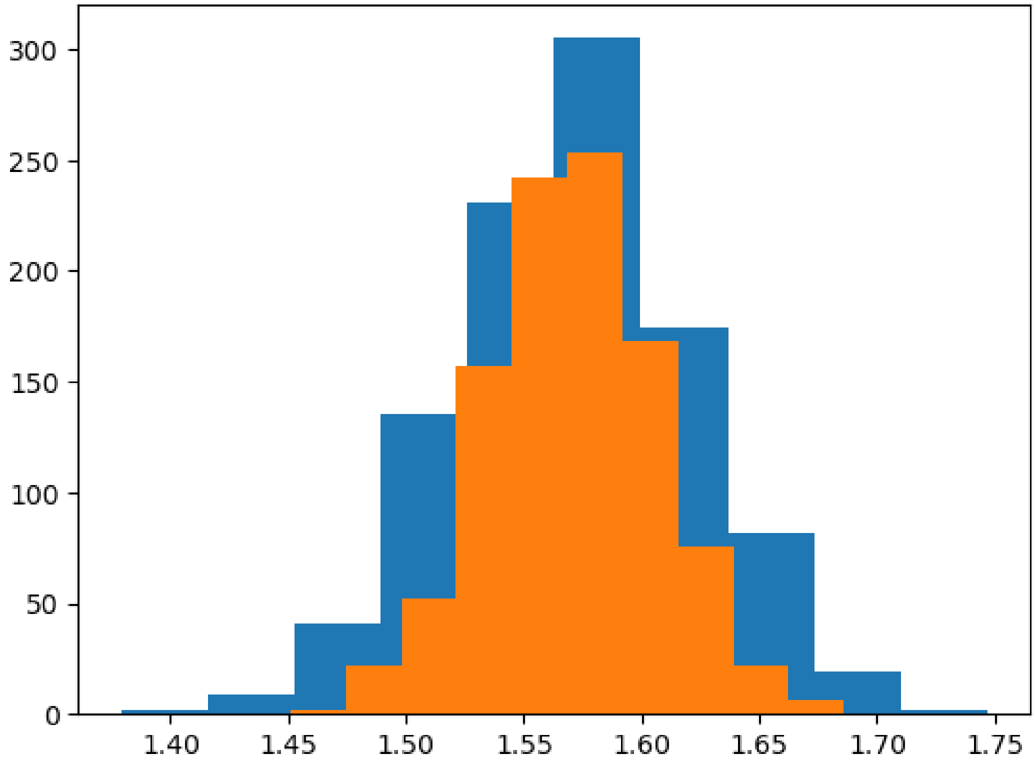
[21]:
```python
def funct_3(x: float) -> float:
    return np.sin(x) ** 2
```

[22]:
```python
plot_all(INF_3, SUP_3, funct_3, Y_MAX_3)
```

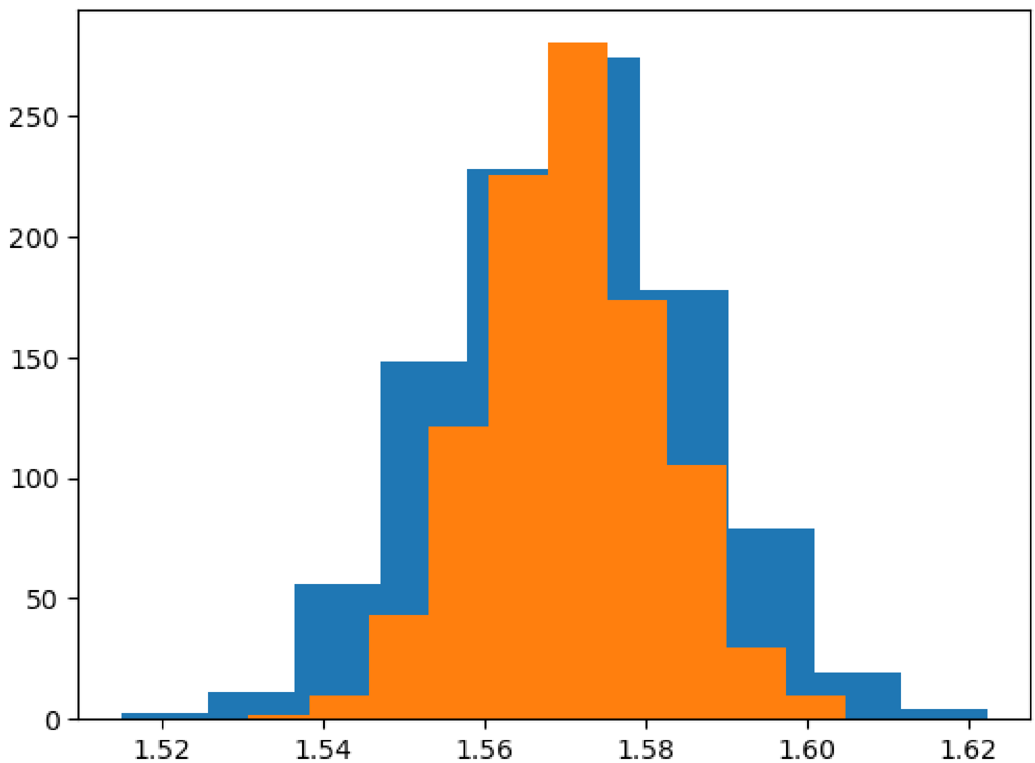
```
Média: 1.5759799546733197
Média: 1.5689154439727115
```




```
Média: 1.5723262824171949
Média: 1.5707798080804727
```




```
Média: 1.5703005834741601
Média: 1.5704283811063788
```



Em primeiro lugar, como esperado pelo Teorema do Limite Central, a distribuição dos valores gerados nos histogramas se aproxima de uma distribuição normal, com a média muito próxima do valor analítico. Além disso, em todos os casos, o método 2 apresentou um conjunto de resultados cujos valores possuem um desvio padrão menor do que os gerados pelo método 1, o que nos leva a inferir que ele teve um desempenho mais promissor na estimativa das integrais. Entretanto, devemos tentar entender o porque disso.

As funções testadas com o método 1, de amostragem de pontos abaixo da curva, possuem "uma camada de aleatoriedade maior" do que as testadas com o método 2, uma vez que devemos gerar pontos aleatórios, sendo que estes possuem coordenadas x e y. O método de Monte Carlo, utilizando o valor médio, seleciona aleatoriamente apenas o valor de x, tornando sua distribuição de valores menos incerta. Assim, o desvio padrão do segundo método se mostra menor.

[23]:
```
errors
```

[23]:
```
[0.0014932640422912484,
 0.0009264896598928478,
 0.0004901853690187008,
 0.00029022854102234705,
 0.00015379934928340893,
 9.280513873542358e-05,
 0.00455975328279941,
 0.0015707139014986761,
```

```
0.0014902927014516293,
0.0004843496272214526,
0.00047060414234258494,
0.00015330843602474902,
0.005007838128081723,
0.003621427478221413,
0.0015926289347829965,
0.001125140129269691,
0.0004926678329349488,
0.00035093990418975723]
```

4.1 Erros

O cálculo dos erros estimativos seguiram o que era esperado: quanto maior o número de valores gerados para estimar a integral, menor será a diferença entre a estimativa e o valor analítico. É importante salientar que os erros foram calculados considerando que não há correlação entre os valores gerados, ou seja, assumimos que o gerador de números aleatórios é perfeito. Na prática esse pode não ser o caso, mas o gerador de números aleatório da biblioteca Numpy garante um alto nível de independência entre os números gerados.

5 Exercício 4

Neste exercício utilizaremos o método 2 de Monte Carlo para aproximar o valor de um integral em 9 dimensões

[24]:
```
def funct_4(x: list):
    return 1 / ((x[0] + x[1]) * x[2] + (x[3] + x[4]) * x[5] + (x[6] + x[7]) *␣
 ↪x[8])
```

Criando função que generaliza a aplicação do método 2 (MonteCarlo) para esse caso

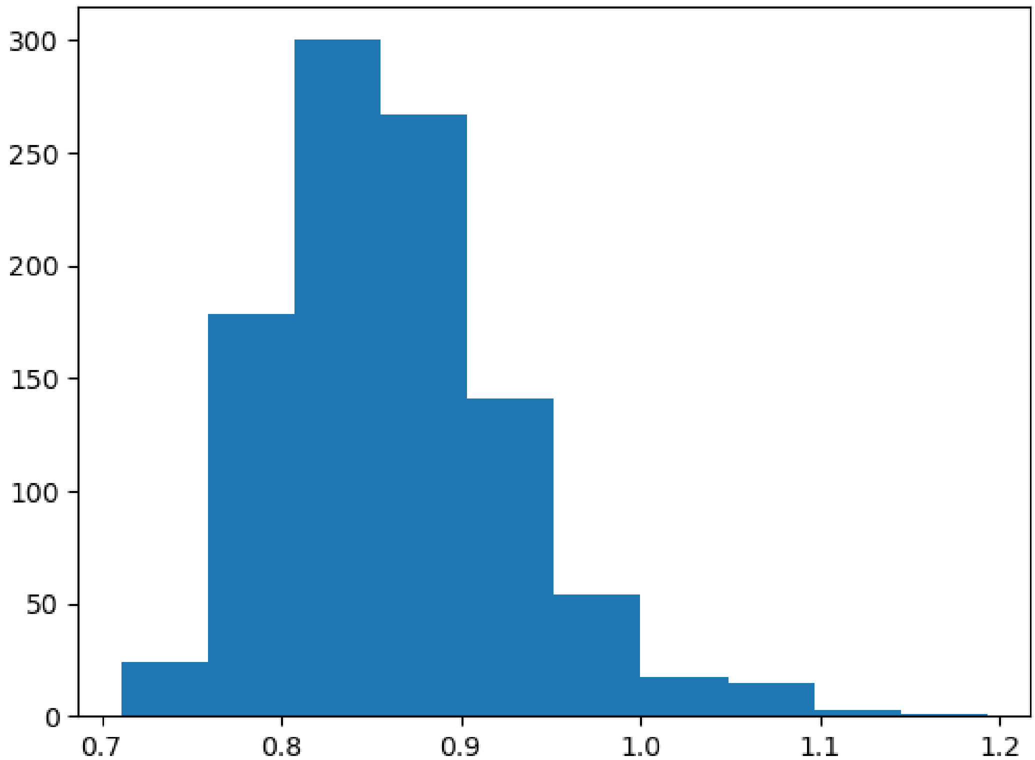
[25]:
```
def MonteCarlo_9d(N, funct: Callable):
    acumulador = 0
    for _ in range(N):
        acumulador = acumulador + funct(np.random.uniform(0, 1, 9))
    return acumulador / N
```

Foram escolhidas 1000 iterações do algoritmo, uma vez que um número maior não melhorou a aproximação.

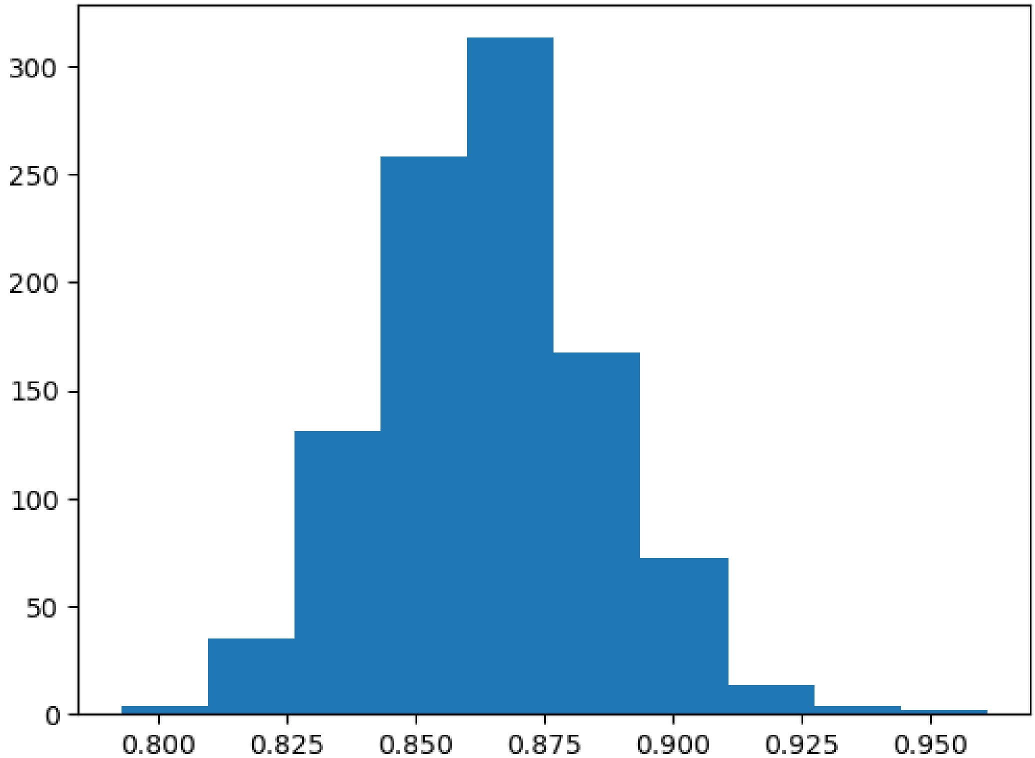
[26]:
```
ITERATIONS_4 = 1000
SIZES_4 = [10**2, 10**3, 10**4]
```

[27]:
```
def carlao(size: float):
    amostra = np.zeros(ITERATIONS_4)
    for i in range(ITERATIONS_4):
        amostra[i] = MonteCarlo_9d(size, funct_4)
    return amostra.mean(), amostra
```

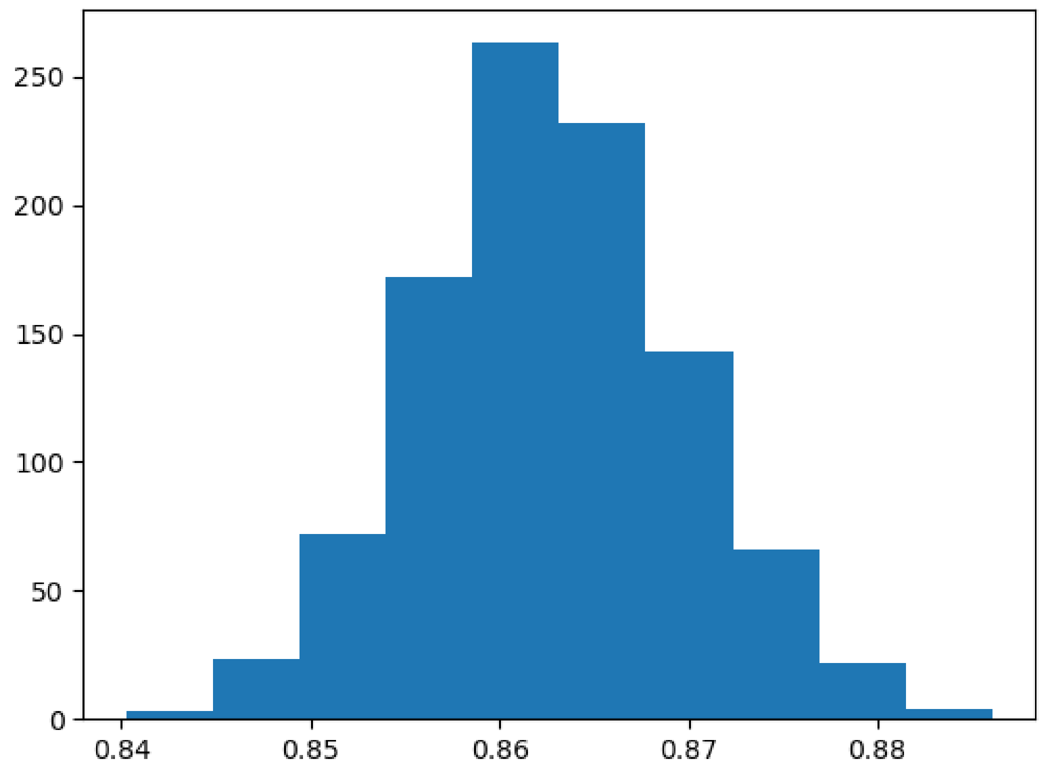
[28]:
```
for size in SIZES_4:
    media, amostra = carlao(size)
    plt.hist(amostra)
    plt.show()
    print(media)
    print(calculo_erro(amostra, media))
```




```
0.8624750824059884
0.002115701357853145
```




```
0.8644903640285918
0.0006946741378171409
```




```
0.8627756794632124
0.00022157020098923384
```

O cálculo da integral da função de 9 variáveis se comportou como esperado, dado que com o aumento no tamanho da amostra para fazer essa aproximação, o desvio padrão diminuiu. Além disso, é possível notar que a aproximação utilizando o método 2 apresenta um desempenho melhor do que o esperado, dado que mesmo com o aumento de números aleatórios criados, o tempo de execução não aumentou tanto.