Lista de Exercícios 0.4

Igor Lacerda Faria

[1]Departamento de Ciência da Computação - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) - Belo Horizonte - MG - Brasil

igorlfs@ufmg.br

1. (a) Um argumento lógico é um tipo de argumento composto por um conjunto de n proposições lógicas e que possui a propriedade de que se as $n-1$ primeiras proposições (as chamadas premissas) forem verdadeiras, então a proposição restante (chamada conclusão) também é verdadeira. O exemplo canônico disso é a seguinte colocação:

   p: Todo homem é mortal.

   q: Sócrates é homem.

   Partindo do pressuposto que p e q são verdadeiras, podemos concluir r : Sócrates é mortal.

   (b) Um argumento válido é aquele em que ao se tomar suas premissas como verdadeiras, sua conclusão é **necessariamente** verdaeira. Por outro lado, um argumento inválido é aquele que *apesar de poder ser verdadeiro,* sua veracidade **não é garantida** pela veracidade de suas premissas.

   (c) É possível que argumento válido tenha uma conclusão falsa ao se tomar como verdadeira uma premissa que na realidade é falsa. A validade do argumento não diz respeito ao conteúdo das proposições em si, mas à sua estrutura dentro da lógica.

   (d) Uma falácia lógica é uma colocação que *parece* um argumento válido mas não é. Devido à minha falta de criatividade hoje, irei apenas citar os exemplos vistos em aula:

   - **Falácia da afirmação da conclusão**
     Exemplo: Todo natural é inteiro. -1 é inteiro. Logo -1 é natural.

     Aqui temos algo como: $\forall x : (P(x) \rightarrow Q(x))$, $Q(a)$ e concluímos $P(a)$. Sabendo que $Q(a)$, no caso, que dado número é inteiro, não podemos afirmar nada do antecedente: ele pode tanto ser verdadeiro como falso. No exemplo, o número pode ser natural ou negativo.

- **Falácia da negação do antecedente**
  Exemplo: Todo natural é inteiro. -1 não é natural. Logo -1 não é inteiro.

  Aqui temos algo como: $\forall x : (P(x) \to Q(x))$, $\neg P(a)$ e concluímos $\neg Q(a)$. Negando o antencedente, o condicional não introduz nenhuma informação nova, então não podemos afirmar nada sobre $Q(a)$.

2. (a) Adição conjuntiva: $p \Rightarrow p \vee q$
   (b) Simplificação conjuntiva: $p \wedge q \Rightarrow p$
   (c) Modus Ponens: $p \to q, p \Rightarrow q$
   (d) Modus Tollens: $p \to q, \neg q \Rightarrow \neg p$
   (e) Silogismo hipotético: $p \to q, q \to r \Rightarrow p \to r$

3. (a) p: Eu tiro o dia de folga
   q: Chove no dia
   r: Neva no dia

   Para T terça e Q quinta, temos:

(1)	$\forall x : (p(x) \to (q(x) \vee r(x)))$	Premissa
(2)	$p(T) \vee p(Q)$	Premissa
(3)	$\neg q(T) \wedge \neg r(T)^1$	Premissa
(4)	$\neg r(Q)$	Premissa
(5)	$\neg p(T)$	(1), (3), Modus Tollens
(6)	$p(Q)$	(2), (5), Silogismo Disjuntivo
(7)	$q(Q) \vee r(Q)$	(6), (1), Modus Ponens Universal
(8)	$q(Q)$	(7), (4), Silogismo Disjuntivo

   $\therefore$ A pessoa em questão tirou folga somente na quinta, e choveu nesse dia.

   (b) C: Eu como comida apimentada
   S: Eu tenho sonhos estranhos
   T: Troveja enquanto durmo

(1)	$C \to S$	Premissa
(2)	$T \to S$	Premissa
(3)	$\neg S$	Premissa
(4)	$\neg C$	Modus Tollens: (1), (3)
(5)	$\neg T$	Modus Tollens: (2), (3)

   $\therefore$ Não trovejou nem choveu nessa noite e nem comi comida apimentada.

(c) E: Eu sou esperto
S: Eu sou sortudo
L: Eu ganho na loteria

(1)	$E \vee S$	Premissa
(2)	$\neg S$	Premissa
(3)	$S \to L$	Premissa
(4)	E	Silogismo disjuntivo (1), (2)

$\therefore$ Eu sou esperto.

(d) r(x): x é roedor
c(x): x rói a própria comida
T: $\forall x : (r(x) \to c(x))$
Para R ratos, C coelhos e M morcegos, temos:

(1)	$\forall x : (r(x) \to c(x))$	Premissa
(2)	$r(R)$	Premissa
(3)	$\neg c(C)$	Premissa
(4)	$\neg r(M)$	Premissa
(5)	$c(R)$	Modus Ponens Universal: (1), (2)
(6)	$\neg r(C)$	Modus Tollens Universal: (1), (3)

$\therefore$ Ratos roem sua própria comida e coelhos não são roedores.

4. (a) Modus Ponens Universal;
   (b) Generalização existencial, instanciação universal.
5. (a) Esse argumento está correto. Se $P(x)$ para todo x no domínio então $P(c)$ para um c particular.
   (b) Incorreto. Natasha pode estar cursando Matemática Discreta mas ser de outro curso, sem contradizer a condição de que todo estudante de CC faz a matéria.
   (c) Incorreto. Raciocínio análogo ao anterior. Se não vale a condição, o condicional não dá nenhuma informação.
   (d) Correto. Modus Tollens.
6. (a) Inválido. Isso é um exmeplo de falácia de *afirmação da conclusão*. Saber a conclusão não dá informações sobre o antecedente.
   (b) Válido. Modus Tollens.
   (c) Inválido. Isso é um exemplo de falácia de *negação do antecedente*. Negar o antecedente torna a condicional "inútil".

7. O erro nesse argumento está no passo 6, de adição conjuntiva de (3) e (5). O problema aqui, que muitas vezes é cometido por falta de atenção, é que o c de $P(c)$ não é, necessariamente, o mesmo c de $Q(c)$. Para evitar esse tipo de erro, é útil usar uma notação diferente para cada variável dentro de um *escopo* (como uma questão ou item de questão). Por exemplo, pode-se usar índices: $\exists c_1 : P(c_1)$ e $\exists c_2 : Q(c_2)$. Se (6) estivesse correto, então a dedução de (7) seria válida.