SOLUÇÃO DE LISTA DE EXERCÍCIOS

Lista 05

(Métodos de Demonstração)

Leitura necessária:

- *Matemática Discreta e Suas Aplicações, 6ª Edição* (Kenneth H. Rosen):
  - Capítulo 1.6: *Introdução a Demonstrações*
  - Capítulo 1.7: *Métodos de Demonstração e Estratégia*

Revisão.

1. Responda formalmente as seguintes perguntas:

   (a) Defina os seguintes termos: "axioma", "resultado", "teorema", "proposição", "lema", "corolário", e "demonstração".

   (b) Qual a diferença entre uma demonstração de existência construtiva e uma demonstração de existência não-construtiva?

Exercícios.

2. (Rosen 1.6.5) Demonstre que se $m + n$ e $n + p$ são inteiros pares, onde m, n e p são inteiros, então $m + p$ é par. Que tipo de demonstração você usou?

3. (Rosen 1.6.6) Use uma demonstração direta para mostrar que o produto de dois números ímpares é ímpar.

4. (Rosen 1.6.8) Demonstre que se n é um quadrado perfeito, então $n + 2$ não é um quadrado perfeito.

5. (Rosen 1.6.9) Use uma demonstração por contradição para mostrar que a soma de um número irracional e um número racional é irracional.

6. (Rosen 1.6.13) Demonstre que se x é irracional, então $1/x$ é irracional.

7. (Rosen 1.6.17) Demonstre que se n é um inteiro e $n^3 + 5$ é ímpar, então n é par usando

   (a) uma demonstração por contraposição, e

   (b) uma demonstração por contradição.

8. (Rosen 1.7.10) Mostre que o produto de dois dos números $65^{1000} - 8^{2001} + 3^{177}$, $79^{1212} - 9^{2399} + 2^{2001}$ e $24^{4493} - 5^{8192} + 7^{1777}$ é não negativo. Sua demonstração é construtiva ou não construtiva? (*Dica:* Não tente calcular o valor destes números, sua demonstração não precisa disto!)

9. (Rosen 1.7.12) Demonstre ou refute que se a e b são números racionais, então a^b também é racional.

10. (Rosen 1.7.27) Demonstre que não existe um número inteiro positivo n tal que $n^2 + n^3 = 100$.

11. Mostre que $min(a, b) \leq med(a, b) \leq max(a, b)$, onde min, max e med são as funções que recebem dois números reais e retornam, respectivamente, o menor deles, o maior deles, e a média aritmética deles.

12. (Desafio!)

(a) Demonstre que entre dois números racionais distintos quaisquer sempre existe um número irracional.

(b) Generalize sua demonstração, mostrando que entre dois números racionais distintos quaisquer existe um número infinito de números irracionais. (*Dica:* Mostre que existe uma sequência infinita de números irracionais entre os dois números racionais.)