

Lista 9 -- Relações

Matemática Discreta -- Prof. Jeroen van de Graaf

Leitura recomendada

- Slides elaborados pelo professor;
- Rosen todo Cap 8, menos § 8.2

Observações e lembretes

Simetria:

$$\forall a, b \in A : aRb \implies bRa$$

$a, b \in A$	
$(a, b) \notin R \wedge (b, a) \notin R$	OK
$(a, b) \notin R \wedge (b, a) \in R$	viola simetria
$(a, b) \in R \wedge (b, a) \notin R$	viola simetria
$(a, b) \in R \wedge (b, a) \in R$	OK

Anti-simetria, ordem parcial, ordem total:

$$\forall a, b \in A : aRb \wedge bRa \implies a = b$$

ou

$$\forall a, b \in A : a \neq b \implies \neg(aRb \wedge bRa)$$

$a, b \in A$	ordem parcial	ordem total
$(a, b) \notin R \wedge (b, a) \notin R$	OK (*)	viola ordem total
$(a, b) \notin R \wedge (b, a) \in R$	OK	OK
$(a, b) \in R \wedge (b, a) \notin R$	OK	OK
$(a, b) \in R \wedge (b, a) \in R$	viola anti-simetria	viola anti-simetria

(*) elementos não comparáveis são permitidos numa ordem parcial, mas não numa ordem total.

Questões discursivas

1. O que é uma relação de A em B ?
2. Cada função é uma relação? Cada relação é uma função? Explique.
3. O que é uma relação de A em A ?
4. Defina uma relação reflexiva.
5. Defina uma relação simétrica.
6. Defina uma relação transitiva.
7. Defina a composição de duas relações.
8. Defina a relação inversa de R .
9. Defina as potências R^n de uma relação R .
10. O que se sabe sobre as potências R^n e a transitividade de R .
11. Como se representa uma relação por uma matriz?
12. Como se representa uma relação por um grafo orientado?
13. Defina $\overline{R^t}$, o fecho transitivo de R .
14. Defina a relação de conectividade R^* de R .
15. Qual é a relação entre R^* e $\bigcup_{i=1}^n R^n$, onde $n = |A|$?
16. Qual é a relação entre $\overline{R^t}$ e R^* ?
17. Como se calcula $\overline{R^t}$?
18. Como se prova que uma relação \sim é uma relação de equivalência?
19. O que é uma classe de equivalência $[a]$?
20. Como se comparam $[a]$ e $[b]$?
21. O que é uma partição?
22. Qual partição é gerada por uma relação \sim ?
23. Defina uma relação anti-simétrica. Dê a definição original, sua contra-positiva, e uma explicação intuitiva.
24. Como se prova que uma relação \sim é uma ordem parcial?
25. O que é um poset?
26. O que são elementos comparáveis?
27. Como se prova que uma relação \sim é uma ordem total?
28. O que é a ordem lexicográfica?
29. O que é um diagrama de Hasse?

Exercícios

$F=fácil$, $M=médio$, $D=difícil$

Os números se referem ao livro de Rosen.

1. [F] Exercício 8.1.3
2. [F] Exercício 8.1.4
3. [F] Exercício 8.1.6
4. [F] Exercício 8.1.32 itens bdfh
5. [F] Exercício 8.1.34 itens bdfh
6. [D] Exercício 8.1.49
7. [D] Exercício 8.1.50
8. [D] Exercício 8.1.53
9. [F] Exercício 8.3.13
10. [F] Exercício 8.3.14
11. [M] Exercício 8.4.19

12. [M] Exercício 8.4.25 itens b+d
13. [M] Exercício 8.4.26 itens b+d
14. [M] Exercício 8.5.3
15. [D] Exercício 8.5.8: Repare como o uso de R é confuso aqui. Leia $S \sim T$ sse S e T têm a mesma cardinalidade.
16. [F] Exercício 8.5.21
17. [F] Exercício 8.5.22
18. [F] Exercício 8.5.23
19. [F] Exercício 8.5.24
20. [M] Exercício 8.5.25. Quais são as classes de equivalência?
21. [F] Exercício 8.5.42
22. [F] Exercício 8.5.44
23. [F] Exercício 8.5.46
24. [D★] Exercício 8.5.67
25. [F] Exercício 8.6.8
26. [F] Exercício 8.6.9
27. [F] Exercício 8.6.10
28. [F] Exercício 8.6.11
29. [F] Exercício 8.6.14
30. [F] Exercício 8.6.15
31. [F] Exercício 8.6.17 (esqueci de explicar a ordem lexicográfica na turma da noite)
32. [F] Exercício 8.6.19
33. [F] Exercício 8.6.23