

Lista 7 -- Teoria de números; recorrências

Matemática Discreta -- Prof. Jeroen van de Graaf

Leitura recomendada

- Slides elaborados pelo professor;
- Rosen 3.4+3.5+3.6+3.7
- Rosen 7.1

Observações e lembretes

- Estou supondo que todo mundo sabe converter inteiros da representação decimal para binária e hexadecimal, e vice versa. Isso está no início de 3.6.
 - A lista parece grande, mas a maioria das perguntas é [F].
-

Questões discursivas

1. Qual é a definição de d ser divisor de n ? Qual outras formas existem para exprimir essa relação? Qual é uma segunda caracterização?
2. Dividindo a por b , qual é a relação obtida com o quociente e o resto?
3. O que é a operação **div**? E **mod**?
4. Q que quer dizer que a e b são congruentes módulo m .
5. Como é a adição módulo m ? Multiplicação módulo m ?
6. O que é um número primo?
7. O que diz o Teorema Fundamental da Aritmética?
8. O que diz o Teorema do Número Primo?
9. O que é um máximo divisor comum?
10. O que quer dizer que dois inteiros são primos entre si?
11. Como se converte um número da representação decimal para binária? E para hexadecimal?
12. E o contrário?
13. Como funciona o Algoritmo de Euclides?
14. O que diz o Teorema Chinês do Resto?
15. O que é uma relação de recorrência?
16. Qual é a sequência de Fibonacci?
17. O que é a Torre de Hanoi?

Exercícios

F=fácil, M=médio, D=difícil

Os números se referem ao livro de Rosen.

1. [M] Sejam a e b inteiros. Use a definição de divisibilidade para demonstrar que

- $1|a$ para todo a (todo número é divisor de 1)
- para todo b (todo número é múltiplo de 0)
- $0|a \Leftrightarrow a = 0$

2. [F] Exercício 3.4.19

3. [F] Exercício 3.4.26

4. [F] Exercício 3.4.32 b) -- esse é o ROT13 usado para esconder spoilers etc.

5. [M] Para calcular ou verificar o primeiro dígito de verificação do CPF (aquele imediatamente seguindo o hífen), considera-se os primeiros nove dígitos, $x_0x_1 \dots x_8$, e calcula-se

$$d_1 = (1 \cdot x_0 + 2 \cdot x_1 + \dots + 9 \cdot x_8) \bmod 11 \quad (1)$$

Um resto módulo 11 poderia dar 10, que é mapeado para 0. Então se $d_1 = 10$ então $x_9 := 0$; senão, $x_9 := d_1$. Calcula-se ou verifica-se também o segundo dígito, assim:

$$x_{10} = (0 \cdot x_0 + 1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 \dots + 8 \cdot x_8 + 9 \cdot x_9) \bmod 11 \quad (2)$$

onde, de novo, um eventual resto 10 resulta no dígito 0. Verifique os dígitos do seu CPF, e calcule os dígitos do 123.456.789.??

6. [D] Exercício 3.5.34.

7. [F] Exercício 3.6.24 b+d+f.

8. [F] Exercício 3.6.25+26. Repare que são os números de Fibonacci.

9. [M] Exercício 3.6.30.

10. [F] Exercício 3.6.49.

11. [F] Exercício 3.6.50.

12. [F] Exercício 3.6.53 (dedicado ao monitor Lucas).

13. [F] Exercício 3.7.19

14. [F] Exercício 3.7.36

15. [F] Exercício 7.1.12

16. [M] Exercício 7.1.19

17. [M] Exercício 7.1.23

18. [M] Exercício 7.1.29

19. [D] Exercício 7.1.46 (veja Exemplo 7.1.8)