

# Lista 1 -- Análise Combinatória II

Matemática Discreta -- Prof. Jeroen van de Graaf

## Leitura recomendada

- Slides elaborados pelo professor;
- Rosen Seção 5.4;
- Rosen Seção 5.5;
- Rosen Seção 7.5;
- Rosen Seção 7.6;

## Observações e lembretes

- A definição de probabilidade nesse módulo é a seguinte: seja  $A_1 = \{x \in A \mid P_1(x) = \text{Verdadeiro}\}$  onde  $P_1()$  é um predicado ou uma propriedade de (todos os elementos de)  $A$ . Portanto  $A_1 \subseteq A$ . Então definimos a probabilidade  $Pr[A_1] = |A_1|/|A|$ , ou seja, a frequência dos elementos  $x \in A_1$  no conjunto  $A$ .

## Questões discursivas

### Seção 5.4

1. O que é o binômio de Newton?
2. O que é um coeficiente binomial?
3. O que é o triângulo de Pascal?
4. Liste várias propriedades relevantes do triângulo de Pascal.
5. O que é uma prova combinatória? O que é uma prova algébrica?

### Seção 5.5

6. Extenda o resumo em baixo, fazendo uma tabela com três colunas: (a) o nome do problema combinatório; (b) um (ou mais) exemplos padrão (da sua preferência); c) a fórmula.

(a) Nome problema	(b) Exemplo	(c) Fórmula
Permutações sem repetição	Permutando ABCDEFGH	$n!$
Combinações sem repetição	Subconjuntos de tamanho $r$	$\frac{n}{r!(n-r)!}$
Permutações com repetição	Permutando AAAABBBCCD	
Combinações com repetição		
Permutações com objetos idênticos		
Objetos distintos em caixas distintas		
Objetos idênticos em caixas distintas		
Objetos distintos em caixas idênticas		
Objetos idênticos em caixas idênticas		

### Seção 7.5

7. Qual é a fórmula do Princípio de Inclusão-Exclusão para  $n = 4$  usando conjuntos  $A_i$ ?
8. Qual é fórmula do Princípio de Inclusão-Exclusão para  $n$  qualquer usando conjuntos  $A_i$ ?

### Seção 7.6

9. Qual é fórmula do Princípio de Inclusão-Exclusão para  $n$  qualquer, usando  $n$  propriedades  $P_1(\cdot), \dots, P_n(\cdot)$  que um elemento  $x \in A$  poderia ter?
10. Qual é fórmula para contar o número de elementos  $x \in A$  que não tem nenhuma das  $n$  propriedades  $P_1(\cdot), \dots, P_n(\cdot)$ ?
11. Existem quantas funções sobrejetivas de  $m$  para  $n$  elementos?
12. O que é um ponto fixo de uma permutação?
13. Qual é a probabilidade de uma permutação de tamanho  $n$  ter um ou mais pontos fixos?

## Exercícios

*F=fácil, M=médio, D=difícil*

**Seção 5.4** Exercícios 3(F), 9(F), 22(M).

**Seção 5.5** Exercícios 8(F), 15(D), 18(F), 22(F), 25(D), 30(F), 39(M), 45(M), 58(D).

**Seção 7.6** Exercícios 4(D), 10(M), 12(F), 15(D).