

Lista 4 -- Probabilidade II

Matemática Discreta -- Prof. Jeroen van de Graaf

Leitura recomendada

- Slides elaborados pelo professor;
- Rosen Seção 6.2;
- Rosen Seção 6.3;
- Rosen 6.4 até Variança.

Observações e lembretes

- Lembre da formula para uma progressão geométrica (que é útil para calcular probabilidades da distribuição geométrica, entre outros) com primeiro termo a e razão r :

$$\begin{aligned} S &= a_1 + a_2 + \dots + a_k \\ &= a_1 + ar + ar^2 \dots + ar^{k-1} \\ &= a \frac{1-r^k}{1-r} \end{aligned} \tag{1}$$

Exemplo: $a = 1/2, r = 1/2, k - 1 = 5$

$$\begin{aligned} S &= 1/2 + 1/4 + 1/8 \dots + 1/64 \\ &= 1/2 \cdot \frac{1-(1/64)}{1-1/2} \\ &= 1 - \frac{1}{64} \\ &= \frac{63}{64} \end{aligned} \tag{2}$$

Caso $0 < r < 1$ temos que $r^k \rightarrow 0$ se $k \rightarrow \infty$ e obtemos

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} a_i = ar^{k-1} = a \frac{1}{1-r} \tag{3}$$

Questões discursivas

1. Qual é a definição de probabilidade condicional?
2. Quando dois eventos são independentes?
3. Qual é a versão simples do Teorema de Bayes?
4. Qual é a versão completa do Teorema de Bayes?
5. O que surpreende no caso do laboratório médico?
6. O que é uma variável aleatória (VA)?
7. O que é a esperança de uma VA?
8. O que é o teorema da linearidade de esperança?
9. O que é um ensaio de Bernoulli?
10. O que é a distribuição binomial?
11. O que é a distribuição geométrica?
12. Qual é a esperança dessas três VAs?

Exercícios

F=fácil, M=médio, D=difícil

Seção 6.2 Exercício 27[M] (o caso $n = 3$ é Exemplo 6.2.7), 30[D], 34[D].

[M] Uma urna contém 3 bolas brancas e 17 bolas pretas. Se tiramos uma bola 5 vezes com reposição, qual é a probabilidade de obter (a) nenhuma bola branca; (b) obter no mínimo duas bolas brancas; (c) obter a sequência **PBPPB**, exatamente nessa ordem? Obtenha a fórmula, e depois use o site de Wolfram para obter os valores numéricos.

[M] Um bit tem probabilidade 0.1 de ser um **1** e 0.9 de ser um **0**. Uma sequência de 1000 bits é gerado. (a) Qual é o valor esperado do número de **1s**? (b) Qual é a probabilidade de obter uma sequência com exatamente 100 **1s**? (c) Qual é a probabilidade de obter uma sequência com mais que 150 **1s**?

Seção 6.3 Exercícios 4[D], 10[D]. Defina claramente os eventos E e F e use a tabela mostrada na aula.

Seção 6.4 Exercícios 2[F], 4[F], 7[D], 8[F], 12[M], 14[F],