

# Lista 5 -- Probabilidade III

---

Matemática Discreta -- Prof. Jeroen van de Graaf

## Leitura recomendada

- Slides elaborados pelo professor;
- Rosen Seção 6.2;
- Rosen Seção 6.3;
- Rosen 6.4 até Variança.

## Observações e lembretes

- Lembre da formula para uma progressão geométrica (que é útil para calcular probabilidades da distribuição geométrica, entre outros) com primeiro termo  $a$  e razão  $r$ :

$$\begin{aligned} S &= a_1 + a_2 + \dots + a_k \\ &= a_1 + ar + ar^2 \dots + ar^{k-1} \\ &= a \frac{1-r^k}{1-r} \end{aligned} \tag{1}$$

Exemplo:  $a = 1/2, r = 1/2, k - 1 = 5$

$$\begin{aligned} S &= 1/2 + 1/4 + 1/8 \dots + 1/64 \\ &= 1/2 \cdot \frac{1-(1/64)}{1-1/2} \\ &= 1 - \frac{1}{64} \\ &= \frac{63}{64} \end{aligned} \tag{2}$$

Caso  $0 < r < 1$  temos que  $r^k \rightarrow 0$  se  $k \rightarrow \infty$  e obtemos

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} a_i = ar^{k-1} = a \frac{1}{1-r} \tag{3}$$

---

## Questões discursivas

1. Qual é a definição de variança de uma VA?
2. Qual é a definição da independência de duas VA?

3. Dada a curva da distribuição normal, o valor esperado corresponde com qual ponto? E o desvio-padrão?
4. Qual é a massa (volume) de probabilidade que corresponde ao intervalo  $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ ? E ao  $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ ?
5. Qual é a relação entre a distribuição binomial e normal?
6. Qual é a nova abordagem do teorema de Bayes?
7. O que mostra o silogismo do policial?
8. O que é um algoritmo probabilístico?

## Exercícios

*F=fácil, M=médio, D=difícil*

**[M]** Considere a distribuição binomial  $Bin_{n=10, p=0.5}$ . Qual é a probabilidade que  $k \notin \{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor, \dots, \lceil \frac{2n}{3} \rceil\}$ ? A mesma pergunta para  $n = 100, 1000, 10000$ . O que acontece se  $n \rightarrow \infty$ ?

**[M]** Para  $Bin_{n=100, p=0.5}$ , calcule  $\mu$  e  $\sigma$  e aproxima  $Pr[k \notin \{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor, \dots, \lceil \frac{2n}{3} \rceil\}]$  usando a distribuição normal.

**[M]**

- **Experimento A** João embaralha um baralho de 52 cartas, depois espalha as cartas na mesa, de forma fechada. Maria escolhe uma carta arbitrária. Qual é a probabilidade que essa carta é uma espada (♠)?
- **Experimento B** João embaralha um baralho de 52 cartas, depois coloca as cartas numa pilha na mesa, de forma fechada. Ele abre as primeiras duas cartas, das quais uma é uma espada. Qual é a probabilidade que a terceira carta é uma espada?
- **Experimento C** João embaralha um baralho de 52 cartas, depois espalha as cartas na mesa, de forma fechada. Ele escolhe arbitrariamente duas cartas e abre-as; uma é uma espada. Agora Maria escolhe uma carta arbitrária. Qual é a probabilidade que essa carta é uma espada?
- Experimentos B e C dão o mesmo resultado? Por que?
- **Experimento D:** João embaralha um baralho de 52 cartas, depois espalha as cartas na mesa, de forma fechada. Maria escolhe uma carta qualquer, mas sem abri-lá. Em seguida, João separe 13 cartas das 51 cartas restantes e afirma "Essas 13 cartas são todas copas". Supondo que João fala a verdade, qual é a probabilidade que a carta escolhida pela Maria é uma espada? Justifique.
- **Experimento E:** João embaralha um baralho de 52 cartas, depois espalha as cartas na mesa, de forma fechada. Maria escolhe uma carta qualquer, mas sem abri-lá. Em seguida, João separe 13 cartas das 51 cartas restantes e afirma "Essas 13 cartas são todas do mesmo naipe". Supondo que João fala a verdade, qual é a probabilidade que a carta escolhida pela Maria é uma espada? Justifique.

**[M]** Refazer Exercícios 6.3.4 e 6.3.10 calculando a razão das probabilidades condicionais.

**[M]** Dê um exemplo de um algoritmo probabilístico não mencionado na aula.

