

# Algorithmen und Datenstrukturen 1

## Übungsblatt 1

### Aufgabe 1.

#### Lösung.

1. W-B
2. W-B  
X-C
3. W-B  
X-C  
Y-A
4. W-B  
X-C  
Z-A
5. W-B  
X-C  
Y-D  
Z-A

### Aufgabe 2.

#### Lösung.

1.

$$\begin{aligned}10^{12} \cdot 3.6 \cdot 10^3 &= 3.6 \cdot 10^{15} \\100 \cdot n^2 &= 3.6 \cdot 10^{15} \iff n = \sqrt{3.6 \cdot 10^{13}} \\n &= 6000000\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}10000 \cdot 2^n &= 3.6 \cdot 10^{15} \iff n = \log_2(3.6 \cdot 10^{11}) \\n &\approx 38\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}2^{2^n} &= 3.6 \cdot 10^{15} \\n &= \log_2(\log_2(3.6 \cdot 10^{15})) \\n &\approx 5\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.**

**Lösung.**

1. Es gilt:

$$f(n) = O(g(n)) \text{ woraus folgt, dass } g(n) = \Omega(f(n))$$

$$g(n) = O(f(n)) \text{ woraus folgt, dass } f(n) = \Omega(g(n))$$

Weil nun  $f(n) = O(g(n))$  und  $f(n) = \Omega(g(n))$  gilt, folgt daraus, dass  $f(n) = \Theta(g(n))$  gilt.

Umgekehrt gilt dasselbe auch für  $g(n)$ .

2.  $f(n) = g(n)$  gilt nicht, weil sich die beiden Funktionen um konstante Faktoren unterscheiden können.

**Aufgabe 5.**

**Lösung.**

	richtig	falsch
$3^n = O(2^n)$	✗	
$\log 3^n = O(\log 2^n)$	✗	
$3^n = \Omega(2^n)$	✗	
$\log 3^n = \Omega(\log 2^n)$	✗	

**Aufgabe 7.**

**Lösung.**

Laufzeit:  $O(n)$ .

$$r(n) = \frac{1}{3}(n^3 - n)$$

$$A(2/2), \quad B(3/8), \quad C(4/20), \quad (5/40)$$

Durch herumprobieren sieht man, dass das Wachstum größer als quadratisch sein muss, deshalb sind vier Punkte vonnöten, um eine Gleichung dritten Grades der Form  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  aufstellen zu können. Daraus bilden wir vier Gleichungen:

$$I : 8a + 4b + 2c + d = 2$$

$$II : 27a + 9b + 3c + d = 8$$

$$III : 64a + 16b + 4c + d = 20$$

$$IV : 125a + 25b + 5c + d = 40$$

Nach Anwenden des Gaußschen Eliminationsverfahrens erhalten wir für  $a = \frac{1}{3}$ , für  $b = 0$ , für  $c = -\frac{1}{3}$  und für  $d = 0$ . Daraus folgt:

$$r(x) = \frac{1}{3}x^3 + 0x^2 - \frac{1}{3}x + 0$$

$$r(x) = \frac{1}{3}(x^3 - x)$$