

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

Vanessa Miranda Oliveira

**Intervalo de confiança Bootstrap paramétrico para o tempo ótimo de manutenção
preventiva aplicada em sistemas reparáveis**

Belo Horizonte
2019

Vanessa Miranda Oliveira

Intervalo de confiança Bootstrap paramétrico para o tempo ótimo de manutenção preventiva aplicada em sistemas reparáveis

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estatística do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do grau de Especialista em Estatística com Ênfase em Indústria e Mercado como requisito parcial para obtenção do grau de Especialista em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Roberto da Costa Quinino

Belo Horizonte

2019

Oliveira, Vanessa Miranda.

048i Intervalo de confiança Bootstrap paramétrico para o tempo
ótimo de manutenção preventiva aplicada em sistemas
reparáveis [manuscrito] / Vanessa Miranda Oliveira. - 2019.
34 f. il.

Orientador: Roberto da Costa Quinino

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas
Gerais, Instituto de Ciências Exatas, Departamento Estatística.
Referências: f.27.

1. Estatística – Teses. 2. Poisson, Distribuição de – Teses. 3.
Estatística não paramétrica – Teses 4. Bootstrap (Estatística) –
Teses. 5. Verossimilhança (Estatística) – Teses. I. Quinino,
Roberto da Costa.II. Universidade Federal de Minas Gerais;
Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. II.
Título.

CDU 519.2(043)

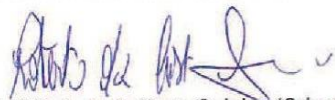



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Pós-Graduação / Especialização
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
31270-901 - Belo Horizonte - MG


E-mail: pgest@ufmg.br
Tel: 3409-5923 - FAX: 3409-5924

ATA DO 202º. TRABALHO DE FIM DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTATÍSTICA DE VANESSA MIRANDA OLIVEIRA.

Aos dezesesseis dias do mês de dezembro de 2019, às 08:00 horas, na Sala 2076 do Instituto de Ciências Exatas, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Estatística, para julgar a apresentação do trabalho de fim de curso da aluna **Vanessa Miranda Oliveira**, intitulado: **"Intervalo de confiança Bootstrap paramétrico para o tempo ótimo de manutenção preventiva aplicada em sistemas reparáveis"**, como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Estatística. Abrindo a sessão, o Presidente da Comissão, Professor Roberto da Costa Quinino - Orientador, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra à candidata para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa da candidata. Após a defesa, os membros da banca examinadora reuniram-se sem a presença da candidata e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: a candidata foi considerada Aprovada condicional às modificações sugeridas pela banca examinadora no prazo de 30 dias a partir da data de hoje por unanimidade. O resultado final foi comunicado publicamente à candidata pelo Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente Ata, que será assinada por todos os membros participantes da banca examinadora. Belo Horizonte, 16 de dezembro de 2019.


Prof. Roberto da Costa Quinino (Orientador)
Departamento de Estatística / UFMG


Prof.ª Marta Afonso Freitas
DEP / UFMG


Prof. Anderson Laécio Galindo Trindade
DEP / UFMG

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus pela vida e a oportunidade de me desenvolver cada vez mais.

Agradeço a minha mãe Márcia e ao meu irmão Lucas pelo apoio.

Agradeço ao José Ricardo por me apoiar, incentivar e ajudar durante o caminho percorrido.

Agradeço também ao Roberto por todo ensinamento durante essa caminhada.

“Acredito em Deus, todos os outros devem apresentar dados e fatos.”

William Edwards Deming

RESUMO

O processo de geração de energia elétrica utiliza o que existe de mais moderno na tecnologia, onde ela é utilizada em todas as fases do processo de produção, que vai desde a geração de energia elétrica propriamente dita, pelas turbinas, até a transmissão e a distribuição da eletricidade gerada nas usinas para os mais diversos consumidores finais. É importante nesse processo que todo o sistema se mantenha funcionando da melhor forma possível, quando isso não ocorre manutenções preventivas e corretivas devem ser realizadas, no entanto estas podem gerar custos muito altos quando realizadas no momento errado. O transformador de distribuição será o objeto de estudo aqui neste trabalho, para o qual busca-se encontrar o tempo ótimo de manutenção. Para tal utilizou-se métodos de estimação de máxima verossimilhança, *Bootstrap* e intervalos de confiança para encontrar o tempo ótimo.

PALAVRAS-CHAVE: Processo de Poisson Não Paramétrico, Manutenção Preventiva, Estimador de Máxima Verossimilhança, *Bootstrap* Paramétrico, Sistemas Reparáveis.

ABSTRACT

The power generation process uses the latest technology, where it is used at all stages of the production process, from power generation by turbines to transmission and distribution. electricity generated in the plants for the most diverse end consumers. It is important in this process that the entire system keep working good. When this don't work, preventive and corrective maintenance should be done, however these can generate expensive costs when did at the bad moment. The distribution transformer will be the object of study here in this work. The objective is find the optimal maintenance time for repairable systems. For this we used maximum likelihood estimation methods, Bootstrap and confidence intervals to find the optimal time.

KEYWORDS: Nonparametric Poisson Process, Preventive Maintenance, Maximum Likelihood Estimator, Parametric Bootstrap, Repairable Systems.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Histograma da Distribuição Bootstrap para β	23
Gráfico 2 - Histograma da Distribuição Bootstrap para θ	23
Gráfico 3 - Custo por unidade de tempo versus tempo de manutenção preventiva.	25
Gráfico 4 - Distribuição do Tempo de Manutenção Preventiva.....	25

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tempos de falhas registrados dos transformadores.	22
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EMV	Estimador de Máxima Verossimilhança
EXP	Exponencial
FMV	Função de Máxima Verossimilhança
GAM	Gama
IC	Intervalo de Confiança
MP	Manutenção Preventiva
N	Normal
PPH	Processo de Poisson Homogêneo
PPNH	Processo de Poisson Não Homogêneo
RM	Reparo Mínimo
TMEF	Tempo Médio Entre Falhas
V	Volts

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	14
2.1	Objetivo principal	14
2.2	Objetivo específico.....	14
3	METODOLOGIA	15
3.1	Processo de Poisson Homogêneo e Não Homogêneo (PPNH).....	15
3.2	Função de Verossimilhança (FV) e Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV) 16	
3.3.	<i>Bootstrap</i> Paramétrico	18
3.4.	Intervalo de Confiança (IC)	19
4	APLICAÇÃO	21
5	CONCLUSÃO.....	26
	REFERÊNCIAS	27
	ANEXO: BASE DE DADOS E CÓDIGO PYTHON	28

1 INTRODUÇÃO

O processo de geração de energia elétrica utiliza o que existe de mais moderno na tecnologia, onde ela é utilizada em todas as fases do processo de produção, que vai desde a geração de energia elétrica propriamente dita, pelas turbinas, até a transmissão e a distribuição da eletricidade gerada nas usinas para os mais diversos consumidores finais. Inicialmente a energia gerada é mecânica e é produzida a partir da rotação de turbinas e transformada em energia elétrica no gerador. Após sua produção, sua tensão é elevada em transformadores elevadores, ainda dentro das usinas, e só então é disponibilizada para o transporte [1].

O transporte de energia é feito por linhas de transmissão até as subestações e, por meio delas, a energia chega ao consumidor final. Durante a ocorrência desse processo de geração, transmissão e distribuição da energia, existe a perda de parte dela, perda essa que é monitorada durante todo o tempo, com a finalidade de implementar ações de intervenções para redução da perda de energia. As causas, de modo geral, das variações registradas, são advindas de equipamentos denominados transformadores. O processo de variação da tensão é iniciado dentro das usinas, por meio dos transformadores elevadores, seguido pelas subestações, pelos transformadores de transmissão e, por último, pela rede elétrica, pelos transformadores de distribuição, que têm como objetivo disponibilizar a energia elétrica em tensões de 110 V e 220 V para o consumidor final [1].

É comum encontrar diversos tipos de transformadores durante o processo de produção de energia elétrica, os transformadores de distribuição, têm por função rebaixar a tensão de forma que o consumidor final possa utilizar. Dessa forma, para que a confiabilidade do sistema de fornecimento de energia elétrica se complete, a qualidade requerida dos grandes equipamentos também deve se estender aos transformadores de distribuição. Por melhor que o processo de distribuição de energia elétrica seja monitorado, algumas falhas ainda são registradas [1].

Por mais que o processo de geração, distribuição e transmissão de energia elétrica demande alta tecnologia, existe, principalmente nos países da América do Sul e do terceiro mundo, a escassez de recursos que impossibilita a renovação e atualização dos sistemas operativos, a aquisição de novos equipamentos e a modernização de

indústrias. Portanto, algumas ações de realização de Manutenção Preventiva (MP) e preditiva para que os sistemas e equipamentos sejam mantidos nas mais perfeitas condições operacionais, são necessárias para operar e para que a vida útil dos mesmos seja mantida ou ampliada [1]. Neste trabalho discutiremos os transformadores de distribuição.

A MP é a intervenção feita em equipamentos onde ela tem como objetivo corrigir previamente situações ou componentes cuja deterioração ou desgaste são conhecidos. Tem como objetivo principal reduzir a ocorrência de falhas, evitando as interrupções de funcionamento e diminuindo os custos da manutenção tradicional corretiva [1].

De uma forma prática, isto se traduz na substituição de partes dos equipamentos mais sujeitas ao desgaste, antes que venham a falhar, com o objetivo de garantir ou estender a vida útil de todo o sistema e evitar a ocorrência de falhas [1]. Neste trabalho, as falhas que acontecem entre as manutenções preventivas, serão tratadas por manutenções corretivas fazendo com que o equipamento tenha um efeito de tão bom quanto novo, ou seja, o equipamento terá um reparo mínimo.

Com o objetivo de encontrar o tempo ótimo de MP, este artigo foi dividido em 5 capítulos, descritos da seguinte forma: Capítulo 1 dedicado a introduzir o assunto aqui abordado ao leitor, Capítulo 2 apresenta o objetivo pelo qual o trabalho foi desenvolvido, Capítulo 3 é dedicado ao desenvolvimento do referencial teórico, base para as análises, Capítulo 4 é destinado a descrição dos métodos utilizados e resultados encontrados nas análises e Capítulo 5 apresenta a conclusão final e propostas de continuidade do trabalho aqui desenvolvido.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo principal

Este trabalho tem como objetivo principal encontrar o tempo ótimo para realizar a manutenção preventiva em transformadores de distribuição.

2.2 Objetivo específico

Com a definição do tempo ótimo de manutenção preventiva, espera-se maximizar os intervalos de tempo em que as falhas nos transformadores de distribuição acontecem e reduzir os gastos médios com a política de Reparo Mínimo (RM) e Manutenção Preventiva.

3 METODOLOGIA

Esta seção será dedicada a descrição dos métodos utilizados para os cálculos e as análises neste trabalho, são eles: Processo de Poisson Não Homogêneo (PPNH), Função de Máxima Verossimilhança (FMV), Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV), *Bootstrap* Paramétrico e Intervalos de Confiança (IC) para β , θ e Manutenção Preventiva.

Como em alguns casos o uso dos mais modernos equipamentos e processos são restritos devido ao alto custo, devido a sua extensão, esse sistema é preparado para receber inúmeras manutenções e só em último caso substituir a peça que falhou, uma vez que uma manutenção, chamado tecnicamente de manutenção preventiva é provavelmente mais barata e rápida e é capaz de manter o sistema funcionando de forma eficiente, do que fazer um reparo mínimo, ação esta que ocorre a cada falha detectada no sistema [2].

Para se obter uma sistemática perfeita (ou próximo disso) é importante entender o período ótimo, em uma perspectiva econômica, para a MP.

Diante de tudo isso, a partir de um Processo de Poisson Não Homogêneo (PPNH) busca-se encontrar o tempo ótimo de realização da MP.

3.1 Processo de Poisson Homogêneo e Não Homogêneo (PPNH)

De acordo com [7] um Processo de Poisson Homogêneo (PPH) é um processo Poisson com uma taxa de recorrência constante, digamos, $v(t) = 1/\theta$. Nesse caso:

1. $N(a, b)$ tem distribuição Poisson com parâmetro $\mu(a, b) = (b - a)/\theta$.
2. O número esperado de recorrências em $(a, b]$ é $\mu(a, b)$. Equivalentemente, o número esperado de recorrências por unidade de tempo ao longo $(a, b]$ é constante e igual a $1/\theta$. Essa propriedade é chamada "incrementos estacionários".
3. Os tempos de intercorrência (o tempo entre as recorrências), $\tau_j = T_j - T_{j-1}$, são independentes e distribuídos de forma idêntica (iid), cada um com uma distribuição $EXP(\theta)$. Isso segue diretamente do relacionamento

$$\Pr(\tau_j > t) = \Pr[N(T_{j-1}, T_{j-1} + t) = 0] = \exp(-t/\theta).$$

assim, o tempo médio no estado estacionário entre as recorrências de uma HPP é igual a θ . Para um processo de falha, pode-se dizer que o tempo médio entre falhas é $TMEF = \theta$.

4. O tempo $T_k = \tau_1 + \dots + \tau_k$ até a k th recorrência tem uma distribuição $GAM(\theta, k)$.

A forma como os eventos (falhas dos transformadores de distribuição) acontecem nesse tipo de sistema não é constante, sendo assim o Processo de Poisson Não Homogêneo é muito utilizado para modelar este tipo de processo, uma vez que ele se adequa muito bem a forma com que a aleatoriedade das falhas ocorrem [4] e [7].

Para este caso o PPNH é modelado por uma função intensidade não constante $\lambda(t)$, em que o número esperado de falhas em $(0; t]$ é dado por $\Lambda(t)$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u) du$$

Um modelo PPNH é frequentemente especificado para a taxa de recorrência $v(t)$. Para especificar um modelo PPNH que usamos $v(t) = v(t; \theta)$, uma função de um vetor desconhecido de parâmetros θ . Por exemplo, a taxa de recorrência do modelo de potência é

$$v(t; \beta, \eta) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1}, \beta > 0, \eta > 0.$$

O número acumulado médio de recorrências ao longo de $(0, t]$ é $\mu(t; \beta, \eta) = (t/\eta)^\beta$. Quando $\beta = 1$, este modelo se reduz ao modelo PPH. A taxa de recorrência do modelo loglinear é $v(t; \gamma_0, \gamma_1) = \exp(\gamma_0 + \gamma_1 t)$. O número cumulativo médio correspondente de recorrências ao longo de $(0, t]$ é $\mu(t; \beta, \eta) = [\exp(\gamma_0)][\exp(\gamma_1 t) - 1]/\gamma_1$. Quando $\gamma_1 = 0$, $v(t; \gamma_0) = \exp(\gamma_0)$, que é um PPH.

3.2 Função de Verossimilhança (FV) e Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV)

Em 1912 Fisher introduziu pela primeira vez o conceito de estimador de máxima verossimilhança. A verossimilhança parte do princípio que se deve escolher o valor do parâmetro desconhecido que maximiza a probabilidade de se obter uma amostra, ou

seja, a melhor amostra possível. A partir desse conceito, é necessário o uso de método de estimação dos parâmetros, posteriormente chamados de estimadores de máxima verossimilhança [5].

A estimativa por máxima verossimilhança é um método para estimar os parâmetros de um modelo estatístico. Assim, a partir de um conjunto de dados e dado um modelo estatístico, a estimativa por máxima verossimilhança estima valores para os diferentes parâmetros do modelo [5] e [8].

De maneira geral, posto um conjunto de dados e um modelo estatístico, o método de máxima verossimilhança estima os valores dos diferentes parâmetros do modelo estatístico de maneira a maximizar a probabilidade dos dados observados [8].

Diante do caso aqui sob análise vamos denotar t_{ij} a j -ésima falha no i -ésimo sistema. Suponha que o sistema i seja observado até o tempo T_i , onde $T_i = t_{i,n_i}$ se o sistema i tiver uma falha truncada e $T_i \geq t_{i,n_i}$, se os sistemas i eram truncados por tempo. Seja n_i o número de falhas observadas para o sistema i , e $N = n_1, n_2, \dots, n_k$. Como as falhas em sistemas separados são independentes, a função de verossimilhança é

$$\begin{aligned} L(\theta, \beta) &= \prod_{i=1}^k \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \lambda(t_{i,j}) \right] \exp[-\Lambda(T_i)] \right\} \\ &= \prod_{i=1}^k \left\{ \left[\prod_{j=1}^{n_i} \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t_{i,j}}{\theta} \right)^{\theta-1} \right] \exp[-(\frac{T_i}{\theta})^\beta] \right\} \\ &= \beta \sum_{i=1}^k n_i \theta^{-\beta} \sum_{i=1}^k n_i \left(\prod_{i=1}^k \prod_{j=1}^k (t_{i,j}) \right)^{\beta-1} \exp \left[- \sum_{i=1}^k \left(\frac{T_i}{\theta} \right)^\beta \right] \end{aligned}$$

[4].

O valor que maximiza $L(\theta, \beta)$ também maximiza $\log L(\theta, \beta)$ o que facilita obter as derivadas em relação a θ e β e consequentemente obter os valores dos parâmetros que maximizam $L(\theta, \beta)$. Assim, após algumas manipulações algébricas θ e β podem ser estimados a partir dos dados reais por meio das seguintes equações [4]:

$$\hat{\theta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^k T_i^{\hat{\beta}}}{N} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (1)$$

$$\hat{\beta} = \frac{N}{\hat{\theta}^{-\hat{\beta}} \sum_{i=1}^k T_i^{\hat{\beta}} \log(T_i) - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \log(t_{i,j})} \quad (2)$$

3.3. *Bootstrap* Paramétrico

O processo de reamostrar consiste em gerar uma ou mais réplicas a partir de um conjunto de dados, reamostragem esta que pode ser com ou sem reposição. Os motivos pelos quais se utiliza um método de reamostragem é para determinar o estimador de um parâmetro de interesse e a avaliação de sua precisão. Esse processo pode ser feito a partir de alguns métodos como: *Monte Carlo*, *Bootstrap* e *Jackknife*.

Neste estudo será utilizado o método de *Bootstrap*, proposto por Bradley Efron em 1979. Ele pode ser paramétrico ou não-paramétrico, onde o *Bootstrap* não-paramétrico considera que a função de distribuição F , dos dados, é desconhecida e estimada através da distribuição empírica \hat{F} . Já o *Bootstrap* paramétrico considera que a função de distribuição F pode ser estimada por \hat{F}^{par} a partir de um modelo paramétrico conhecido para os dados. Neste caso abordaremos o método de *Bootstrap* paramétrico [6].

Essencialmente o *Bootstrap* paramétrico desenvolvido neste trabalho consiste em realizar uma simulação de Monte Carlo de uma processo de Poisson não homogêneo em que os parâmetros utilizados são as estimativas obtidas por meio de (1) e (2).

Para simulação do processo de Poisson não homogêneo, de acordo com [7], devemos observar que um aumento monótono de $\mu(t)$ as variáveis aleatórias $\mu(T_i - 1, \dots, T_i)$, $i = 1, \dots$, são iid (independentes e identicamente distribuídas) cada uma com $\text{EXP}(1)$ (quando $T_0 = 0$). Suponha que $U_i, i = 1, \dots, r$ é uma amostra pseudo-aleatória de uma $U(0,1)$. Então usando $\mu(T_{i-1}, T_i) = \mu(T_i) - \mu(T_{i-1})$ e resolver sequencialmente T_1, T_2, \dots temos as seguintes equações

$$\begin{aligned}
\mu(T_1) &= -\log(U_1), \\
\mu(T_2) - \mu(T_1) &= -\log(U_2), \\
&\dots \\
\mu(T_r) - \mu(T_{r-1}) &= -\log(U_r),
\end{aligned}$$

Em seguida resolvendo T_i, \dots, T_r fornece r tempos de recorrência do PPNH com recorrência $v(t)$. Se alguém deseja realizar um intervalo $(0, t_a]$, então r é aleatório e o processo sequencial é interrompido quando $T_i > t_a$, o que implica que o número de recorrências é $r = i - 1$.

A solução geral pode ser expressa como

$$T_j = \mu^{-1} \left[- \sum_{i=1}^j \log(U_i) \right], j = 1, \dots$$

As vezes, é mais conveniente expressar recursivamente a solução geral como

$$T_j = \mu^{-1} [\mu(T_{j-1}) - \log(U_j)], j = 1, \dots$$

onde $T_0 = 0$.

Para este caso $\mu(t/\eta)^\beta$ e $\mu^{-1}(s) = \eta s^{\frac{1}{\beta}}$. Então a solução geral é dada por

$$T_j = \eta \left[- \sum_{i=1}^j \log(U_i) \right]^{\frac{1}{\beta}} = \left[T_{j-1}^\beta - \eta^\beta \log(U_j) \right]^{\frac{1}{\beta}}, j = 1, \dots, \quad (3)$$

Assim, podemos utilizar (3) para simular o processo de Poisson não homogêneo.

3.4. Intervalo de Confiança (IC)

Se S for um estimador do parâmetro θ , e conhecida a distribuição amostral de T , sempre é possível achar dois valores s_1 e s_2 , tais que

$$P(t_1 < \theta < t_2) = \gamma,$$

e γ um valor fixo, $0 < \gamma < 1$. Para uma dada amostra, teremos dois valores fixos para t_1 e t_2 , e o intervalo de confiança para θ , com coeficiente de confiança γ , será indicado do seguinte modo:

$$IC(\theta, \gamma) =]t_1, t_2[$$

[6].

No presente trabalho os limites de confiança para os parâmetros serão calculados obtendo os quantis dos dados simulados da distribuição de Poisson não homogênea com parâmetros dados pelos estimadores descritos em (1) e (2).

4 APLICAÇÃO

Para as análises, foram coletados de uma empresa de energia elétrica os tempos de falhas de 30 transformadores de potência observados de janeiro de 1999 a julho de 2001 [2].

Dos trinta (30) transformadores de potência analisados, foi registrado 21 tempos de falhas e dez (10) transformadores não tiveram registros de falhas, logo foram censurados com tempos iguais a 21888 horas. Durante o tempo de análise 11 ações perfeitas de manutenção preventiva foram realizadas, retornando o sistema para uma condição de tão bom quanto novo. Ao fim havia 40 registros para as análises [2].

Os dados utilizados nas análises seguem apresentados na Tabela 1 a seguir.

Transformador	Tempo de Falha e MP (horas)		
1	8.839	17.057	21.887
2	9.280	16.442	21.887
3	10.445	13.533	21.435
4	8.414	21.745	
5	17.156	21.887	
6	16.305	21.887	
7	16.802	21.887	
8	4.881	21.506	
9	7.396	7.541	19.590
10	15.821	19.746	19.877
11	15.813	21.886	
12	15.524	21.886	
13	21.440	21.809	
14	11.664	17.031	21.857
15	7.544	13.583	15.751
16	18.840	13.583	15.751
17	2.288	4.787	
18	10.668	16.838	
19	15.550	21.887	
20	1.616	15.657	21.620

21	21.888
22	21.888
23	21.888
24	21.888
25	21.888
26	21.888
27	21.888
28	21.888
29	21.888
30	21.888

Tabela 1 - Tempos de falhas registrados dos transformadores.

Com as equações (1) e (2) foram encontrados os estimadores de máxima verossimilhança para β e θ a partir dos dados da Tabela 1. Sendo o valor de $\hat{\beta}$ igual a 1.99694 e $\hat{\theta}$ igual a 24365.00661. Com tais valores realizamos uma simulação de 50 mil valores para o tempo de funcionamento de quarenta transformadores com truncamento de cada transformador igual aqueles dos dados originais da Tabela 1. Para cada uma das 50 mil simulações calculamos os estimadores de máxima verossimilhança de β e θ onde os valores encontrados foram arquivados. Tais valores constituem-se a simulação bootstrap utilizada neste trabalho. Para o desenvolvimento dessa etapa foi construído um código em Python que se encontra no Anexo.

As distribuições bootstrap de $\hat{\beta}$ e $\hat{\theta}$ podem ser observadas nos histogramas descritos respectivamente nos Gráficos 1 e 2.

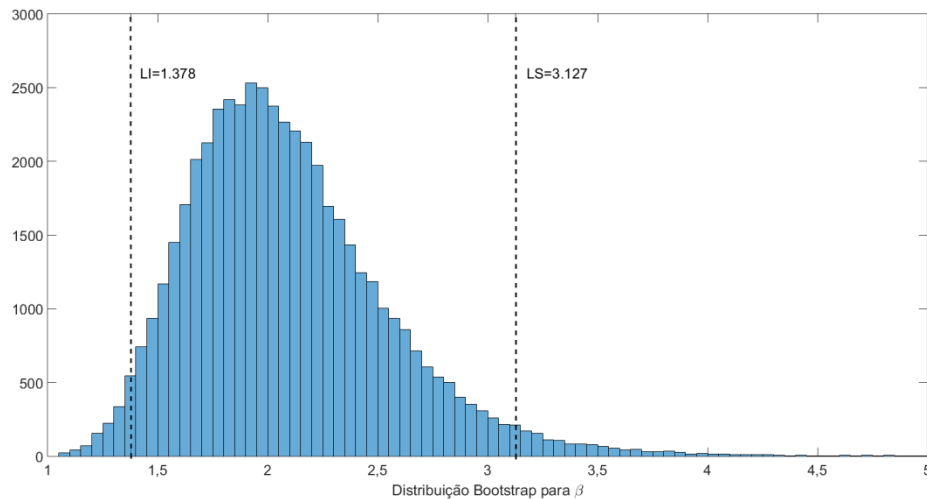


Gráfico 1 - Histograma da Distribuição *Bootstrap* para β .

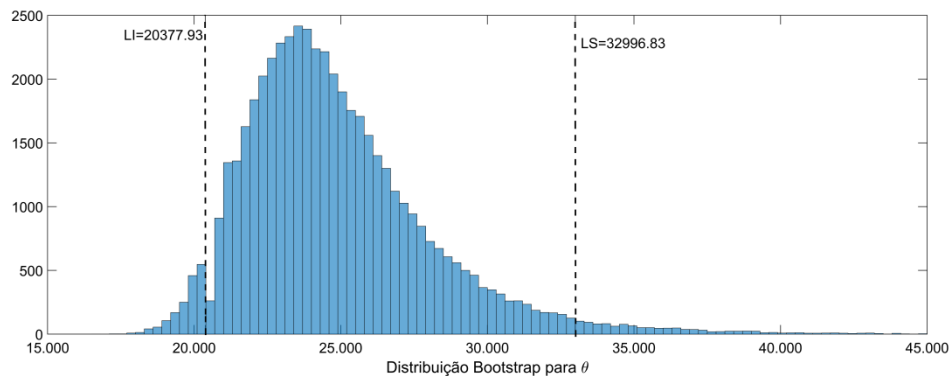


Gráfico 2 - Histograma da Distribuição *Bootstrap* para θ .

A partir dos 50 mil valores estimados para β e θ com uso do método *Bootstrap* paramétrico, foi possível gerar os intervalos de confiança de 95% para cada um dos parâmetros estimados, são eles: $[1.378 ; 3.127]$ para β e $[20377.928 ; 32996.825]$ para θ . Observe que o intervalo de confiança para β indica que o uso do processo de Poisson homogêneo não seria adequado pois rejeitamos, ao nível de confiança 95%, que $H_0: \beta = 1$.

Para calcular o tempo ótimo de manutenção, vamos considerar as seguintes hipóteses:

1. Os pontos de verificação MP são agendados após cada τ unidades de tempo;
2. Em cada ponto de verificação de MP, uma ação de reparo de custo C_{PM} fixo é executado, o que faz o transformador retornar instantaneamente para a condição tão bom quanto novo;
3. Entre pontos de verificação MP sucessivos, um reparo mínimo é feito após cada

falha e o custo esperado para cada um é C_{RM} . Ou seja, para cada período definido por sucessivos pontos de MP, o custo total esperado é igual C_{PM} mais o esperado número de falhas vezes C_{RM} ;

4. Custos de reparo e tempos de falha são independentes;
5. Os tempo de reparo são negligenciados.

Utilizando as hipóteses de 1 a 5 podemos calcular o custo esperado total $C(\tau)$ por:

$$C(\tau) = C_{PM} + C_{RM} \int_0^\tau \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta} dt = C_{PM} + C_{RM} \frac{T}{\theta}$$

Como $C(\tau)$ aumenta com t , é razoável trabalharmos com o custo por unidade de tempo $H(\tau)$ dado por:

$$H(\tau) = \frac{C_{PM} + C_{RM} \int_0^\tau \frac{\beta t^{\beta-1}}{\theta^\beta} dt}{\tau} = \frac{C_{PM} + C_{RM} \frac{T}{\theta}}{\tau}$$

O tempo ótimo que minimiza $H(\tau)$ é obtido facilmente e pode ser encontrado a partir da equação a seguir:

$$\tau = \theta \left[\frac{C_{PM}}{(\beta - 1)C_{RM}} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (3)$$

Adotando o custo da manutenção preventiva igual a 1 e o custo do reparo mínimo igual a 15, temos que o tempo ótimo estimado de manutenção preventiva deve ser igual a 6286 horas, ou seja:

$$\hat{\tau} = \hat{\theta} \left[\frac{C_{PM}}{(\hat{\beta} - 1)C_{RM}} \right]^{\frac{1}{\hat{\beta}}} = 24365 \left[\frac{1}{(1,99694 - 1)15} \right]^{\frac{1}{1,99694}} = 6287,62$$

O Gráfico 3 ilustra o Custo $H(\tau)$ em função de τ e seu respectivo valor mínimo.

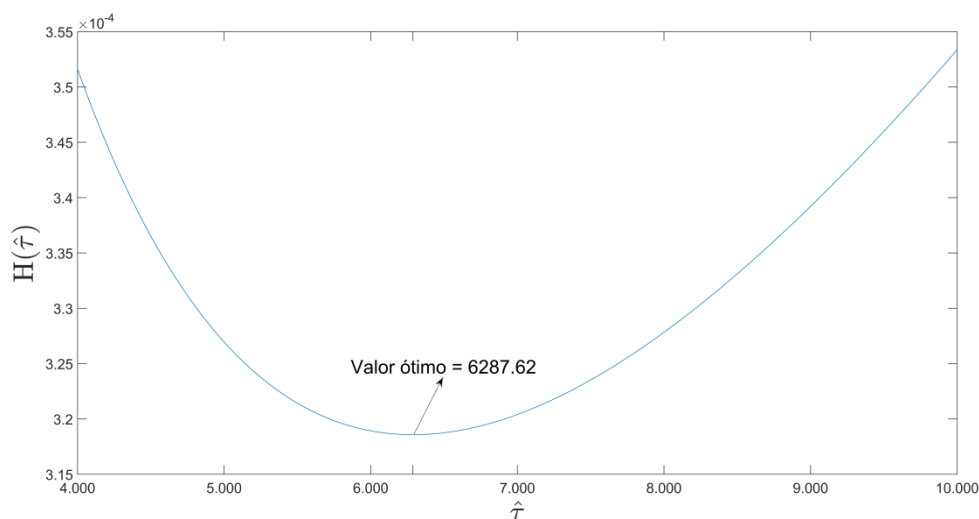


Gráfico 3 - Custo por unidade de tempo versus tempo de manutenção preventiva.

Baseado nas 50 mil simulações realizadas podemos obter a distribuição $\hat{\tau}$ substituindo os 50 mil estimadores de máxima verossimilhança na expressão (3). Assim, o Gráfico 4 ilustra a distribuição *Bootstrap* para τ . O intervalo superior e inferior de confiança de 95% para τ é dado respectivamente por 9257 e 5249. Podemos notar que a amplitude do intervalo é muito grande sugerindo que novos experimentos seriam recomendáveis. Observamos também que a distribuição não parece ser normal o que indica que distribuições assintóticas não seriam recomendáveis.

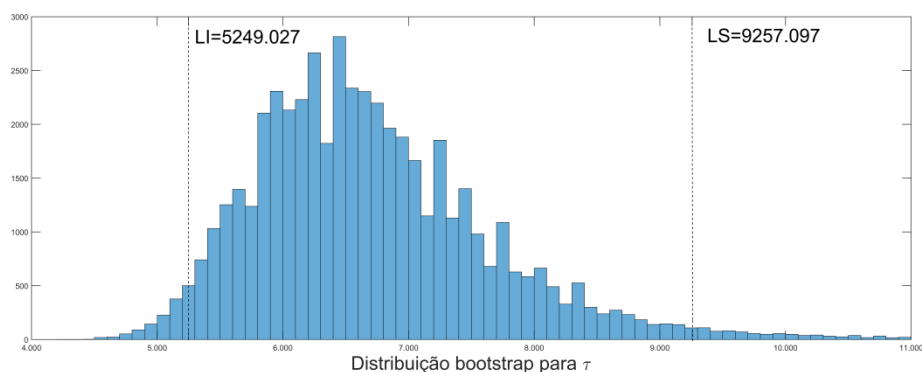


Gráfico 4 - Distribuição do Tempo de Manutenção Preventiva.

5 CONCLUSÃO

O processo de fornecimento de energia elétrica para o consumidor final é extenso e caro o que demanda inúmeras manutenções preventivas e reparos mínimos para manter o processo funcionando de forma eficiente. Neste sentido, o uso de técnicas de otimização é essencial para uma gestão eficiente.

Diante das técnicas utilizadas e análises realizadas o tempo ótimo de manutenção preventiva é de aproximadamente 6286 horas com intervalo de confiança de 95% dado por (5249;9257). O tempo ótimo de manutenção preventiva e o intervalo obtido por [2] utilizando distribuição normal assintótica foi 6400 horas e IC (3021;9780) cuja amplitude é maior do que a obtido neste estudo. Uma possível explicação, baseado na distribuição ilustrada na Figura 4, é que o tamanho da amostra pode ser pequeno para aproximações assintóticas.

Para implementação sugere-se utilizar o tempo ótimo entre manutenções preventivas em parte dos transformadores e assim comparar com outro grupo que utiliza a política atual. Tal experimentação poderia garantir se o tempo escolhido para as manutenções preventivas gera um custo menor do que a política atual de manutenção preventiva. Futuros estudos podem ser feitos adotando reparos imperfeitos que apresentam desempenho superior aos reparos mínimos.

REFERÊNCIAS

1. STOCCO, Mônica Buffara Cecato. **Avaliação do potencial de aplicação de óleos vegetais como fluidos isolantes em transformadores de distribuição da rede elétrica.** 2009.
2. GILARDONI, Gustavo L.; COLOSIMO, Enrico A. **Optimal maintenance time for repairable systems.** Journal of quality Technology, v. 39, n. 1, p. 48-53, 2007.
3. GILARDONI, Gustavo L.; DE OLIVEIRA, Maristela D .; COLOSIMO, Enrico A. **Estimativas não paramétricas e intervalos de confiança de autoinicialização para o tempo ótimo de manutenção de um sistema reparável.** Estatística Computacional e Análise de Dados, v. 63, p. 113-124, 2013.
4. RIGDON, S. E.; BASU, A. P. **Statistical methods for the reliability of repairable systems.** 2000.
5. MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton Oliveira. **Estatística básica,** 6^a Edição, São Paulo: Editora Saraiva, 2010.
6. DA CUNHA, Wellington José; COLOSIMO, Enrico Antônio. **Intervalos de confiança bootstrap para modelos de regressão com erros de medida.** Rev. Mat. Estat, v. 21, n. 2, p. 25-41, 2003.
7. MEEKER, W. Q.; ESCOBAR, Luis A. **Statistical methods for reliability data.** A. Wiley Interscience Publications, 1998.
8. HYNDMAN, Rob J; FAN, Yanan. **Sample quantiles in statistical packages.** The American Statistician, Taylor & Francis, v. 50, n. 4, p. 361–365, 1996.
9. CASELLA, G.; BERGER, R. L. **Statistical inference second edition.** Duxbury advanced series, 2002.

ANEXO: BASE DE DADOS E CÓDIGO PYTHON

Existem várias configurações diferentes de computadores bem como ferramentas de análise para dados, no entanto, para este trabalho foi utilizado um computador Desktop Windows 10 com processador Core™ i5, 16.00GB de memória (RAM) e Sistema operacional 64bits e como ferramenta de análise a linguagem de programação Python versão 3.6.9.

A seguir tem-se a base de dados DDD utilizadas nas análises e em seguida o código utilizado.

Para utilizá-la no código, salve-a em um arquivo com extensão .txt da seguinte forma “DDD.txt”.

c1	c2	c3
8839	17157	1
9280	16442	1
10445	1	1
1	1	1
1	1	1
1	1	1
17156	1	1
16305	1	1
16802	1	1
1	1	1
1	1	1
7396	7541	1
1	1	1
15821	19746	1
1	1	1
15813	1	1
15524	1	1
1	1	1

```

1      1      1
11664 17131 1
1      1      1
1      1      1
2168   1      1
18840 1      1
1      1      1
1      1      1
10668 1      1
15550 1      1
1      1      1
14041 1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1
1      1      1

```

Abaixo tem-se o código completo utilizado para encontrar os resultados e breves comentários sobre algumas funções utilizadas nos cálculos.

Instalação e carga de bibliotecas – Para que elas carreguem sem nenhum problema, instale-as primeiro em seu computador, para isto utilize as teclas “Windows + R”, abra o prompt de comando e então faça um “pip install nome da biblioteca” e então ela será instalada.

```
import pandas as pd
```

```

import numpy as np

import math

import matplotlib.pyplot as plt

from scipy.optimize import minimize

#### Carga da base de dados ####

# O truncamento (Tempo em que finalizou o teste na observação) é obtido a partir dos
Dados do paper [2] #

Truncamento=[21887, 21887, 13533, 7902, 8414, 13473, 21887, 21887, 21887, 4881,
16625, 19590, 2121, 19877, 1927, 21886, 21886,

                21440, 369, 21857, 7544, 6039, 6698, 21879, 2288, 2499, 16838, 21887, 1616,
20004, 21887, 21887, 21887, 21887,

                21887, 21887, 21887, 21887, 21887, 21887]

DDD = pd.read_csv("../Dados/DDD.txt", sep = "\t")

#### Estimador de Máxima Verossimilhança ####

Defeitos=np.sum(np.sum(DDD>1))

cont=1

Resultado = []

# Aplicando a equação (5.13) do livro do Rigton&Basu (2000) na base de dados DDD
(Dados Enrico) #

for i in np.arange(1,5,0.00001):

    P1=sum(Truncamento**i)

    P2=Defeitos/P1

    P3=sum((Truncamento**i)*(np.log(Truncamento)))

    P4=sum(np.sum(np.log(DDD)))

    P5=Defeitos/(P2*P3-P4)

    Resultado.append([i,abs(P5-i)])

Resultado = pd.DataFrame(Resultado,columns=['c1', 'c2'])

R = Resultado.c2.min()

```

```

pos = Resultado.c2.idxmin()

#Estimadores de Máxima Verossimilhança

Beta=Resultado.at[pos,'c1']

Teta=(sum(Truncamento**Beta)/Defeitos)**(1/Beta)

### Intervalos de Confiança ###

# Número de transformadores #

n1=40

# Número de medições #

n2=500

# Estimadores de Verossimilhança obtidos a partir dos dados originais do Enrico #

# Teta estimado #

a= 24365

# Beta Estimado #

b= 1.99

# Quantidade de corridas para o Bootstrap Paramétrico #

corridas = 50000

cont = 1

# Truncamento

Truncamento1 =[21887, 21887, 13533, 7902, 8414, 13473, 21887, 21887, 21887, 4881,
16625, 19590, 2121, 19877, 1927, 21886, 21886,

                21440, 369, 21857, 7544, 6039, 6698, 21879, 2288, 2499, 16838, 21887, 1616,
20004, 21887, 21887, 21887, 21887,

                21887, 21887, 21887, 21887, 21887, 21887]

def VA(x,Truncamento1,Defeitos,DDD):

    P1=sum(Truncamento1**x[0])

    P2=Defeitos/P1

    P3=sum((Truncamento1**x[0])*(np.log(Truncamento1)))

```



```

P4=sum(sum(np.log(DDD)))

P5=Defeitos/(P2*P3-P4)

J = abs(x[0] - P5)

return J

### Gerando os instantes de defeitos para os n1 itens. Gerei n2 medições mas é preciso
dispensar alguns dados devido ao truncamento. O código deve demorar em torno de 2
horas para realizar as simulações. ###

Final = []

for k in range(corridas):

    print(k)

    Saida = np.zeros((n1, n2))

    R = np.random.uniform(0,1,(n1,n2))

    for j in range(n1):

        y0=0

        for i in range(n2):

            y=((y0**b)-(a**b)*math.log(R[j,i]))**(1/b)

            Saida[j,i]=y

            y0=y

        SaidaFinal = np.zeros((n1, n2))

        for z in range(n1):

            SaidaFinal[z,]=Saida[z,]*(Saida[z,]<=Truncamento1[z])

        DD=SaidaFinal

# Transformando os Zeros em uns. Quando tirar o Log serão anulados. #

DDD=SaidaFinal+(SaidaFinal==0)

Defeitos=sum(sum(SaidaFinal>0))

x0 = [1.5]

#TesteJ(x,Truncamento1,Defeitos,DDD) #

resa = minimize(fun=VA,

```

```

args=(Truncamento1,Defeitos,DDD),

x0 = x0,

method='BFGS',

)

BetaEstimado = resa.x

TetaEstimado=(sum(Truncamento1**BetaEstimado)/Defeitos)**(1/BetaEstimado)
#Equação (5.11)

Final.append([BetaEstimado,TetaEstimado])

# Intervalos de Confiança para Beta e Teta #

Final = pd.DataFrame(Final,columns=['BetaEstimado', 'TetaEstimado'])

Final = Final.applymap(lambda x: x[0])

LSBeta = Final.quantile(.975, axis = 0)['BetaEstimado'] #Limite Superior do IC p/Beta

LIBeta = Final.quantile(.025, axis = 0)['BetaEstimado'] #Limite Inferior do IC p/Beta

LSTeta = Final.quantile(.975, axis = 0)['TetaEstimado'] #Limite Superior do IC p/Teta

LITeta = Final.quantile(.025, axis = 0)['TetaEstimado'] #Limite Inferior do IC p/Teta

print(BetaEstimado, LSBeta, LIBeta, "Betas")

print(TetaEstimado, LSTeta, LITeta, "Tetas")

### Histogramas ###

plt.hist(Final['BetaEstimado'])

plt.title('Histograma')

plt.xlabel('Distribuição Booststrap de  $\beta$ ')

plt.ylabel('Frequência')

plt.axis([-0.5, 10, 0, 35000])

plt.show()

plt.hist(Final['TetaEstimado'])

plt.title('Histograma')

plt.xlabel('Distribuição Booststrap de  $\theta$ ')

```

```

plt.ylabel('Frequência')

plt.axis([10000, 70000, 0, 35000])

plt.show()

Final.corr()

### Tempo Ótimo ###

# Cálculo do Tempo Ótimo #

BetaEstimado2 = 1.996

TetaEstimado2 = 24365.006

TempoOtimo = TetaEstimado2*((1/15)*(1/(BetaEstimado2-1)))*(1/BetaEstimado2)

TempoOtimo

# Cálculo do Custo por Unidade de Tempo #

aux = []

BetaEstimado3 = Beta

TetaEstimado3 = Teta

for i in np.arange(4000, 10000, 0.1):

    aux.append([(1+15*(i**BetaEstimado3))/(TetaEstimado3**BetaEstimado3))/i, i])

    i = i + 1

Resultados = pd.DataFrame(aux, columns = ['CustoUnidade', 'Tal'])

Resultados.tail()

# Gráfico do Custo por Unidade de Tempo #

plt.scatter(Resultados.Tal, Resultados.CustoUnidade)

plt.title('Custo por unidade de tempo')

plt.xlabel('Tal')

plt.ylabel('Custo Unidade')

plt.axis([3000, 10500, 0.00031, 0.00038])

plt.show()

```