

**Zad. 1.** Oblicz iloraz  $Q(x)$  i resztę  $R(x)$  z dzielenia wielomianu  $V(x)$  przez wielomian  $W(x)$ , gdy

- (a)  $V(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1$ ,  $W(x) = 2x + 1$  w  $\mathbb{Z}_5[x]$
- (b)  $V(x) = x^2 + 2x + 2$ ,  $W(x) = 2x + 1$  w  $\mathbb{Z}_3[x]$
- (c)  $V(x) = x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 30x + 25$ ,  $W(x) = x - 2 + i$  w  $C[x]$
- (d)  $V(x) = 3x^5 + 5x^4 + 5x^3 + x + 5$ ,  $W(x) = 5x^2 + 4$  w  $\mathbb{Z}_7[x]$
- (e)  $V(x) = x^7 - 2x^5 + i$ ,  $W(x) = x^2 + 1$  w  $C[x]$
- (f)  $V(x) = 4x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 4$ ,  $W(x) = 3x^2 + 2x$  w  $\mathbb{Z}_5[x]$

**Zad. 2.** Znajdź wartości parametrów  $a, b$  tak aby wielomian  $W(x) = 2x^5 + ax^2 + bx + 4$  był podzielny przez  $Q(x) = 3x^2 + 4$ .

- (a) w pierścieniu  $\mathbb{Z}_5$
- (b) w pierścieniu  $\mathbb{Z}_7$
- (c) w pierścieniu  $\mathbb{Z}_{11}$

**Zad. 3.** Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu  $V(x)$ , jeśli jednym z nich jest liczba  $x_1$ , gdzie

- (a)  $V(x) = x^3 - x^2 - 7x + 15$ ,  $x_1 = 2 + i$
- (b)  $V(x) = x^4 - 2x^3 + 9x^2 - 8x + 20$ ,  $x_1 = 2i$
- (c)  $V(x) = x^4 - 6x^3 + 23x^2 - 34x + 26$ ,  $x_1 = 2 + 3i$

**Zad. 4.** Rozwiąż równania

- (a)  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$
- (b)  $x^2 - (3 + 2i)x + 1 + 3i = 0$
- (c)  $x^4 + 2ix^2 - 1 = 0$
- (d)  $2x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$
- (e)  $x^7 - 2x^6 + x - 2 = 0$
- (f)  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$

**Zad. 5.** W pierścieniu  $\mathbb{Z}_5[x]$  znajdź wartości parametrów  $A, B$  tak aby wielomian  $V(x) = Ax^{300} + Bx^{14} + 2$  był podzielny przez wielomian  $W(x) = x^2 + 2x + 2$ .

**Zad. 6.** W  $\mathbb{C}[x]$  znajdź resztę z dzielenia wielomianu  $V(x) = x^{300} + 2x^{14} + 2$  przez wielomian  $W(x) = x^3 + 1$ .