Hawk vs Dove igra

Uvod

Hawk vs Dove predstavlja matematički (donekle i bihevioralni) model u kom dolazi do susreta između dve jedinke iste ili drugačije vrste u borbi za količinu resursa koja kroz vreme ostaje jednaka (pretpostavke su da se resursi ne smanjuju, niti povećavaju). Hawk predstavlja oportunističku agresivnu jedinku, dok je dove altruistična kooperativna jedinka. Ukoliko se sretnu dva hawk-a, dolazi do borbe između njih. Pobednik odnosi ceo plen, dok gubitnik placa cenu sukoba. Ukoliko se sretnu hawk i dove, dove se povlači, hawk uzima ceo plen, bez plaćanja cene. U slučaju da se sretnu dove i dove, dele plen po pola, bez sukoba i plaćanja cene.

Teorija igara

Polje matematike koje se bavi proučavanjem ponašanja u strateškim okruženjima. Svaka igra ima bar dva igrača, pravila i isplativost/bonus/nagradu. Budući da rešenja nisu uvek očita, teorija igara nudi niz ideja kako se ponašati u različitim modelima.

Teorija dominantne strategije

Ovo je najjednostavniji koncept u teoriji igara. Jedan igrač ima na raspolaganju strategiju koja je uvek pobednička, bez obzira na okolnosti, druge strategije koje su mu na raspolaganju i/ili strategije koje su na raspolaganju njegovom protivniku.

Igrač 1 / Igrač 2	Hawk	Dove
Hawk	vrednost/2 - cena/2	vrednost
Dove	0	vrednost/2

U tabeli su prikazani rezultati susreta tokom hawk/dove igre. Tokom susreta između sokolova, vrednost i cena se dele sa dva, pošto je 1/2 šansa da pobedi, a 1/2 šansa da izgubi.

Možemo da analiziramo dva slučaja:

I slučaj ($(v-c)/2 < v/2$ i $(v-c) > 0$ uvek):
U ovom slučaju hawk je apsolutno dominantna strategija.

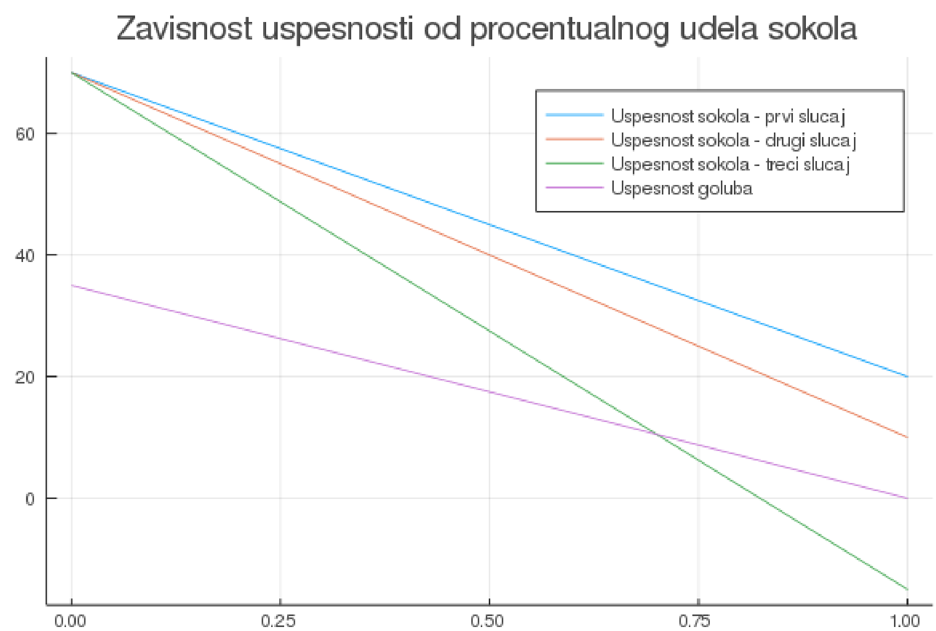
II slučaj ($(v-c)/2 < 0$):

U ovom slučaju imamo mešanu strategiju (dakle nema apsolutno dominantne strategije). Da bi se došlo do odgovora na pitanje kada koristiti koju strategiju, potrebno je odrediti tačku ravnoteže. Ukratko, ukoliko ima puno golubova, soko je optimalna strategija, ukoliko ima puno sokolova, golub je bolja strategija.

Jednačine zavisnosti uspešnosti/sposobnosti/prilagođenosti (fitness) u odnosu na udeo populacije sokolova (od 0 do 1, nula znači nisu prisutni, 1 znači sve jedinke su sokolovi):

Ks = (v/2 - c/2) - v = -v/2 - c/2
Kg = 0 - v/2 = -v/2

Fs = Ks * c
Fg = Kg * c



Dakle, sa grafika možemo da očitamo da je najbolja prilagođenost goluba kada sokolova praktično i nema, ali je tada najbolja prilagođenost i sokolova, jer nema konkurencije, a ostatak populacije čine golubovi.

Populacija

Zbog potreba zadatka izlazimo iz okvira teorije igara i prelazimo na modelovanje populacije. Klasična jednačina populacionog rasta može da posluži dok je populacija značajno manja od one koja je određena dostupnim resursima (koji su uvek ograničeni), ali kako vreme protiče, taj model je sve manje tačan, a eksponencijalni rast bez ograničenja je nestabilan. Koristićemo logistički model:

N' = a*N*(1 - N/M)

gde je N broj jedinki populacije, a je koeficijent rasta, M je maksimalna veličina populacije, određena raznim faktorima.

Rešenje ove jednačine je moguće naći u analitičkoj formi:

dN/(N*(1 - N/M)) = a*dt

Rastavljanjem imenioca na zbir dva razlomka dobijamo dN/N + d(N/M)/(1-N/M)

Rešavanjem integrala i određivanjem koeficijenta na kraju dobijamo:

N(t) = N0 * M /(N0 + (M - N0)*exp(-a*t))

Za slučaj 1, rešenje je trivijalno, sva populacija je sačinjena od sokolova, a slučaj 2 možemo rešavati na više načina. Ukupni resursi će kod mešovitog rešenja biti zasnovani na udelu (nije baš realno da je golubu potrebna ista količina hrane kao i sokolu, ali postavke su takve da se bore za isti resurs podjednako). Može se tražiti za više stanja, ali možda je najkorisnije tražiti za stanje ravnoteže.