Igor Ordecha 251601 Rok akademicki 2024/25
środa, 14:15)

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – Rozwiązywanie układu N równań liniowych z N niewiadomymi metodą Jacobiego

Opis rozwiązania
Metoda Jacobiego to iteracyjna metoda rozwiązywania układów równań liniowych Ax=b, szczególnie skuteczna, gdy macierz A jest dominująca diagonalnie.

Wzór na obliczenie nowego przybliżenia wektora x:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j\neq i} A_{ij}x_j^{(k)}\right)$$

został przekształcony jako:

$$x^{(k+1)} = D^T\left(b - (A - D)x^{(k)}\right)$$

Gdzie: D - macierz zawierająca wyłącznie elementy na głównej przekątnej A.

Kroki algorytmu:
1. Wczytanie macierzy A i b z pliku
2. Sprawdzenie czy macierz A jest dominująca diagonalnie i ewentualnie powiadomienie użytkownika
3. Sprawdzenie czy układ równań jest sprzeczny lub nieoznaczony, ewentualne powiadomienie użytkownika i zakończenie programu
4. Pobranie od użytkownika początkowego przybliżenia x, dokładności ε oraz maksymalnej liczby iteracji
5. Iteracja:
   a) Obliczenie przybliżenia $x^{(k+1)}$
   b) Sprawdzenie warunku zbieżności $\max\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right| < \varepsilon$
   c) Jeśli spełniony - zakończenie iteracji i wypisanie rozwiązania
   d) W przeciwnym razie - kontynuacja do osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji

Wyniki

Układ równań 4

$$0.5x_1 - 0.0625x_2 + 0.1875x_3 + 0.0625x_4 = 1.5$$
$$-0.0625x_1 + 0.5x_2 + 0x_3 + 0x_4 = -1.625$$
$$0.1875x_1 + 0x_2 + 0.125x_3 + 0.25x_4 = 1$$
$$0.0625x_1 + 0x_2 + 0.125x_3 + 0.25x_4 = 0.4375$$

Dokładne rozwiązanie	Obliczone dla 10 iteracji	Obliczone dla dokładności 0.000001
$x_1 = 2$	2.06754603	1.99999979
$x_2 = -3$	-3.01162869	-2.99999996
$x_3 = 1.5$	1.58792733	1.49999971
$x_4 = 0.5$	0.58967368	0.49999972

Układ równań 8

$$10x_1 - 5x_2 + 1x_3 = 3$$
$$4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -4$$
$$5x_1 + 1x_2 + 4x_3 = 19$$

Dokładne rozwiązanie	Obliczone dla 10 iteracji	Obliczone dla dokładności 0.000001
$x_1 = 1$	2.06754603	0.99999971
$x_2 = 2$	1.90531164	2.00000036
$x_3 = 3$	3.09645306	2.99999964

Układ równań 10

$$1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 = 1.5$$
$$0.1x_1 + 1x_2 - 0.3x_3 = 0.8$$
$$-0.1x_1 - 0.2x_2 + 1x_3 = 0.7$$

Dokładne rozwiązanie	Obliczone dla 10 iteracji	Obliczone dla dokładności 0.000001
$x_1 = 1$	0.99999675	0.99999984
$x_2 = 1$	1.0000035	1.00000018
$x_3 = 1$	0.99999975	0.99999999

Wnioski

Zalety:
- Prosta implementacja i przejrzysty algorytm.
- Dobrze sprawdza się dla macierzy dominujących diagonalnie.

Wady:
- Może nie zbiegać się, jeśli macierz nie spełnia odpowiednich warunków.