Paradygmaty programowania - ćwiczenia
Lista 3

1. Rozwiąż układ równań rekurencyjnych (zakładając, że N jest potęgą dwójki):

$$T(1) = 1$$
$$T(N) = c(\lg N) + T(N/2) \qquad \text{dla } N \geq 2$$

   Wykorzystaj technikę zilustrowaną na wykładzie 1 (Dodatek: Złożoność obliczeniowa. Podstawowe pojęcia).

2. Podaj typy poniższych funkcji (samodzielnie, bez pomocy kompilatora OCamla) :
   a) **let** f1 x = x 1 1;; b) **let** f2 x y z = x (y ^ z);;
   c) **let** f3 x y z = x y z;; d) **let** f4 x y = **function** z -> x::y;;

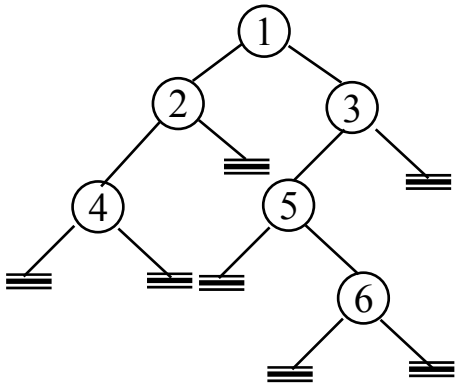
W poniższych zadaniach funkcje należy napisać w obu językach: OCaml i Scala (wykorzystując mechanizm dopasowania wzorców!).
Na wykładzie zostały zdefiniowane drzewa binarne.

```
OCaml:  type 'a bt = Empty | Node of 'a * 'a bt * 'a bt
```

3. Dla drzew binarnych napisz funkcję `breadthBT : 'a bt -> 'a list`
   obchodzącą drzewo wszerz i zwracającą zawartość wszystkich węzłów drzewa w postaci listy.
   Np. dla poniższego drzewa `tt`

```
breadthBT  tt  => [1; 2; 3; 4; 5; 6]
```

```
let tt = Node(1,
              Node(2,
                   Node(4,
                        Empty,
                        Empty
                       ),
                   Empty
                  ),
              Node(3,
                   Node(5,
                        Empty,
                        Node(6,
                             Empty,
                             Empty
                            )
                       ),
                   Empty
                  )
             );;
```



4. W *regularnym drzewie binarnym* każdy z węzłów jest bądź liściem, bądź ma stopień dwa (patrz Cormen i in. §5.5.3). Zauważ, że drzewa `'a bt` są drzewami regularnymi – traktujemy konstruktor `Empty` jako liść.
   Długość ścieżki wewnętrznej i regularnego drzewa binarnego jest sumą, po wszystkich węzłach wewnętrznych drzewa, głębokości każdego węzła. Długość ścieżki zewnętrznej e jest sumą, po wszystkich liściach drzewa, głębokości każdego liścia. Głębokość węzła definiujemy jako liczbę krawędzi od korzenia do tego węzła.
   Napisz dwie możliwie efektywne funkcje, obliczające odpowiednio
   a) długość ścieżki wewnętrznej
   b) długość ścieżki zewnętrznej
   zadanego regularnego drzewa binarnego.
   Zauważ, że dla regularnych drzew binarnych o n węzłach wewnętrznych zachodzi $e = i + 2n$, np. dla powyższego drzewa `tt` $n = 6$, $i = 9$, $e = 21$. Czy potrafisz to udowodnić?

5. Wzorując się na przeprowadzonej na wykładzie optymalizacji funkcji `preorder` napisz efektywniejsze wersje funkcji `inorder` i `postorder`, nie wykorzystujące funkcji `append`.