

### 3ª Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - Profª. Mirela

1. Calcule:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1}$	(f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^4 - 5x - 6}$	(k) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$
(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x^2 - 1}$	(g) $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$	(l) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 + 3x - 4}$
(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$	(h) $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 3}}$	(m) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x - 1}{9x^2 - 1}$
(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{3x^3 + x^4 + x}$	(i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$	(n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$
(e) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$	(j) $\lim_{h \rightarrow 0} (x^2 + 3xh)$	(o) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$

2. Seja  $f$  definida em  $\mathbb{R}$ . Suponha que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ . Calcule:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x}$	(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x}$	(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(7x)}{3x}$
--	---	---

3. Seja  $f$  uma função definida em  $\mathbb{R}$  tal que para todo  $x \neq 1$ ,

$$-x^2 + 3x \leq f(x) \leq \frac{x^2 - 1}{x - 1}.$$

Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  e justifique.

4. Use o Teorema do Anulamento (Teorema de Bolzano) para mostrar que existe uma raiz da equação dada no intervalo especificado.

(a) $x^4 + x - 3 = 0$ , em $(1, 2)$	(c) $\cos x = x$ , em $(0, \pi)$
(b) $\sqrt[3]{x} = 1 - x$ , em $(0, 1)$	

5. Calcule:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$	(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\operatorname{sen} 3x}$	(k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$
(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{x}$	(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$	(l) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{x - \pi}$
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{sen} x}$	(h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x}$	(m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\operatorname{tg} x \operatorname{sen} x}$
(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{sen} 4x}$	(i) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	(n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} 3x}$
(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^3 x}{x^2}$	(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$	

6. Prove, usando a definição de limites infinitos, que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$ , onde  $n > 0$  é um natural.

7. Calcule:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 - 5x + 2)$                                   | (f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 4}$   | (k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 4}{3x^2 - 5}$            |
| (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x + 3}$                              | (g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 5x}{2 - 3x}$          | (l) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{t^2} - 4t \right)$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ | (h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 2 + \frac{1}{x} \right]$ | (m) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 - 12x + 7}{4x^2 - 1}$  |
| (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$                        | (i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 3}}$    | (n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + 1} - \sqrt{x + 3}$       |
| (e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 - 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5}$               | (j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 6x + 1}{6x^3 + 2}$ |  |

8. Calcule:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| (a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} 10 + \frac{1}{x^3}$      | (e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$               | (i) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$        |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{4}{x - 3}$         | (f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$ | (j) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 3}{x^2}$       | (g) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{3 - x}$                            | (k) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^3 - 4}{1 - x^2}$     |
| (d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x + 1}{x^2 + x}$ | (h) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 3}{x^2}$                          | (l) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^3 - 5x^2}{x^2 - 1}$   |

9. Seja  $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ .

- (a) Encontre os limites:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- (b) Faça um esboço do gráfico de  $f$ .

10. Calcule:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^x$ | (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 7^{-x}$ | (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 7^x + 7^{-x}$          |
| (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$ | (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7^{-x}$ | (f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 1}{8x - 3}$ |

11. Calcule:

- |   |  |  |
|---|--|--|
| (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_3 x$         | (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$                   | (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{\frac{1}{3}} x$ | (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x}{x + 1}$ |  |

12. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{r}{x}\right)^x = e^r.$$

13. Seja  $b$  um número real. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x+b}\right)^x = e.$$

14. Seja  $b$  um número real. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{x+b} = e^3.$$

15. Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^x$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$

16. Mostre que se  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , então

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a.$$

17. Calcule:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x}$