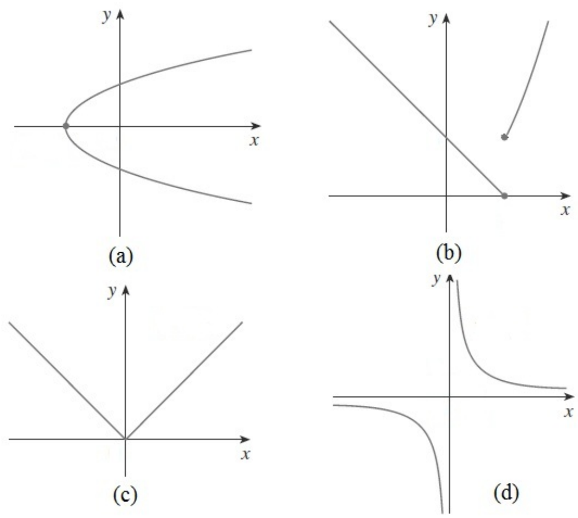
1ª Lista de Exercícios de Cálculo Diferencial e Integral I - Profª. Mirela

1. Analise os gráficos abaixo. Quais são gráficos de funções? Justifique.



2. Calcule se possível:

   (a) $g(0), g(2), g(\sqrt{2})$ e $g(-1)$, sendo $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$;

   (b) $\frac{f(a+b)-f(a-b)}{ab}$, sendo $f(x) = x^2$ e $ab \neq 0$;

   (c) $h(-1), h(\frac{1}{2})$ e $h(\frac{2}{3})$, sendo $h(x) = |x| - 2x$.

3. Determine $A = \frac{f(x)-f(p)}{x-p}$ $(x \neq p)$, nos casos:

   (a) $f(x) = 5$ e $p = 2$;

   (b) $f(x) = x^3$ e p:qualquer;

   (c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ e $p = -3$.

4. Simplifique $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $(h \neq 0)$, sendo $f(x)$ igual a:

   (a) $2x^3 - 3x^2 + 4x$;

   (b) $\frac{1}{x+5}$;

   (c) 8.

5. Encontre o domínio das seguintes funções:

   (a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$;

   (b) $f(x) = \frac{x}{x+2}$;

   (c) $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$;

   (d) $f(x) = \sqrt{-x}$;

   (e) $f(x) = \sqrt{x - x^3}$;

   (f) $f(x) = \sqrt{x+1}$;

(g) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$;

(h) $f(x) = \sqrt{x^2-2}$;

(i) $f(x) = \sqrt{2+x-x^2}$;

(j) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$;

(k) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{1-3x}}$;

(l) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$;

(m) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$;

(n) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-3x+4}}{x^3-x}$;

(o) $f(x) = \log(1-x^2)$;

(p) $f(x) = \log\frac{2+x}{2-x}$;

(q) $f(x) = \log\frac{x^2-3x+2}{x+1}$;

(r) $f(x) = \mathrm{tg}\,(x+\dfrac{\pi}{2})$;

(s) $f(x) = \sqrt{sen(2x)}$;

(t) $f(x) = \mathrm{cotg}x$;

(u) $f(x) = \mathrm{cosec}x$;

6. Esboce o gráfico e dê o domínio e a imagem das funções:

(a) $f(x) = \dfrac{2}{x}$;

(b) $f(x) = \sqrt{x+2}$;

(c) $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$;

(d) $f(x) = 2x^3-3x$;

(e) $f(x) = 1+\dfrac{1}{x}$;

(f) $f(x) = e^{x-1}$;

(g) $f(x) = x^2-1$;

(h) $f(x) = \log(2x)$;

(i) $f(x) = -x^2+2x-3$;

(j) $f(x) = \mathrm{sen}(\dfrac{\pi}{2}+x)$;

(k) $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x+3}$;

(l) $f(x) = 2\cos(\dfrac{x}{2})$;

(m) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$;

(n) $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 2 \\ 30, & x > 2 \end{cases}$;

(o) $f(x) = |x|$;

(p) $f(x) = |x| - 2x$;

(q) $f(x) = 3x-1$;

(r) $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x < 0 \\ \frac{x}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$.

7. Considere a função $f(x) = \max\{n \in \mathbb{Z} \,|\, n \leq x\}$. (Função maior inteiro)

Calcule $f(\frac{1}{2})$, $f(\frac{5}{4})$ e $f(-\frac{1}{5})$. Esboce o gráfico dessa função e determine o domínio e a imagem de f.

8. Em cada caso, determine o domínio das funções f e g dadas e da função resultante das operações $f+g$, $f\cdot g$, f/g e g/f.

(a) $f(x) = x-5$; $g(x) = x^2-1$;

(b) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$; $g(x) = 1/x$;

(c) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = x^2-1$;

(d) $f(x) = x^2$; $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

9. Verifique se as funções compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ das funções a seguir estão bem definidas. Caso não estejam, defina $f \circ g$ e $g \circ f$ restrita aos conjuntos $A = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$ e $B = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\}$, respectivamente. Em seguida, encontre $f \circ g$ e $g \circ f$.

a) As funções do exercício anterior.

b) $f(x) = x^2-1$ e $g(x) = \frac{1}{x}$.

c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = -\frac{1}{x}$.

10. As funções f e g dadas por $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-1}$ e $g(x) = \sqrt{x^2-x}$ são iguais? Justifique.