

Lista de Exercícios 4 - Ajuste de Curvas por Mínimos Quadrados

Mestrado em Modelagem Computacional

Métodos Numéricos 1

Professor: Dany Sanchez Dominguez

1. Considere os seguintes dados:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	17	24	31	33	37	37	40	40	42	41

utilize as técnicas de regressão por mínimos quadrados para ajustar os dados a

- a) Uma reta,
- b) A equação de potência $y = \alpha e^{\beta}$,
- c) O modelo de crescimento com saturação $y = \alpha x / (\beta + x)$,
- d) Uma parábola.

Construa um gráfico com conjunto de dados e as funções de ajustes propostas. Calcule o coeficiente de correlação para cada caso. Qual o melhor ajuste? Justifique sua resposta.

2. Considere os seguintes dados em um domínio multidimensional:

x_1	0	2	2,5	1	4	7
x_2	0	1	2	3	6	2
y	5	10	9	0	3	27

utilize a regressão linear múltipla para ajustar os dados. Para isso, obtenha o sistema de equações correspondente e resolva-ló para calcular os coeficientes. Para construir o sistema pode utilizar a abordagem padrão que envolve derivar a equação do quadrado dos resíduos e igualar a zero. Ou pode utilizar a formulação geral de mínimos quadrados, neste caso deve identificar as funções base, construir a matriz Z , calcular a transposta e obter o sistema de equações. Obtida a função de ajuste, avalie a qualidade do ajuste e comente os resultados.

3. A regressão linear simples dado um conjunto de n pontos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ é dada pela expressão

$$y = a_0 + a_1x + e$$

os coeficientes de ajuste podem ser calculados usando o sistema de equações

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_i \end{bmatrix}$$

mostre que esse sistema de equações pode ser obtido a partir da formulação geral de mínimos quadrados. Para isso:

- a) Indentique as funções base correspondente à esta fórmula de regressão.
- b) Expresse os componentes da formulação geral para este caso Y , $[Z]$ e A .
- c) Calcule a matriz do sistema de equações de mínimos quadrados como $[Z]^T[Z]$
- d) Calcule o vetor independente do sistema como $[Z]^TY$.