

Projeto 1 - Métodos de solução de sistemas de equações lineares e algébricas.

Mestrado em Modelagem Computacional

Métodos Numéricos 1

Professor: Dany S. Dominguez

Exercício 1

A matriz de Hilbert H , de ordem n , é composta por os elementos h_{ij} , para $i = 1 : n$, e $j = 1 : n$, definidos como

$$h_{ij} = \frac{1}{i + j - 1} \quad ,$$

neste exercício deveram ser resolvidos os sistemas de equações

$$Hx = b \quad ,$$

onde os elementos do vetor independente b_i são calculados como a soma de todos os elementos da linha i da matriz de Hilbert, ou seja

$$b_i = \sum_{j=1}^n h_{ij} \quad ,$$

nessas condições o sistema de ordem n aparece na forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & \cdots & 1/n \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & \cdots & 1/(n+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/n & 1/(n+1) & 1/(n+2) & \cdots & 1/(2n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \cdots + 1/n \\ 1/2 + \cdots + 1/(n+1) \\ \vdots \\ 1/n + \cdots + 1/(2n-1) \end{bmatrix}$$

Considere os sistemas para $n = 5, 9$, e 15 , resolva eles utilizando os métodos:

- a) Eliminação de Gauss com substituição regressiva
- b) Eliminação de Gauss com pivotamento parcial
- c) Eliminação de Gauss com pivotamento parcial com escala
- d) Eliminação de Gauss com pivotamento total
- e) Jacobi

f) Gauss-Seidel

g) Sobre-relaxamento

Conhecendo que a solução do sistema é o vetor unitário $x = [1, 1, \dots, 1]^T$ calcule o erro verdadeiro da solução para cada método. Compare os métodos em relação a precisão, convergência e desempenho computacional. Comente os resultados obtidos.

Exercício 2

Utilize o método de decomposição LU sem pivotamento para calcular as inversas das seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & -1 \\ -3 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 9 & 16 & 25 & 36 \\ 16 & 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

Em cada caso verifique o resultado fazendo $[A][A]^{-1} = [I]$. Em cada caso comente os resultados.

Instruções para a entrega

- O trabalho deve ser desenvolvido em duplas.
- Recomenda-se que cada dupla conte com uma integrante experiente em programação.
- Cada discente devesse produzir (i) Relatório do projeto, (ii) Códigos fontes ou outros arquivos auxiliares.
- Os arquivos deveriam ser compactados e submetidos via Google Classroom, coloque um arquivo readme.txt, comentando a finalidade de cada arquivo enviado, ou inclua uma seção para este fim no relatório.
- Faça um relatório detalhado que auxilie ao professor na avaliação do projeto.
- A data de entrega do projeto é 2 de junho de 2025.