

Lista de Exercícios 3 - Interpolação polinomial

Mestrado em Modelagem Computacional

Métodos Numéricos 1

Professor: Dany Sanchez Dominguez

1. Considere a função $f(x) = \sin(2x) + \cos(3x)$
 - a) Obtenha o polinômio de Taylor de grau 2 $[P_2(x)]$, e de grau 3 $[P_3(x)]$, que aproximem a função no ponto $x = \pi$;
 - b) Utilize os polinômios $P_2(x)$ e $P_3(x)$ para aproximar a função nos pontos $x_1 = \pi+0,1$ e $x_2 = \pi-0,5$; calcule os desvios absolutos em relação ao valor verdadeiro em cada caso;
 - c) Obtenha um limite superior para os polinômios de Taylor $P_2(x)$ e $P_3(x)$;
 - d) Comente sobre a precisão dos valores aproximados em cada caso. Qual a melhor alternativa? Como podemos melhorar a precisão para o ponto x_2 .
2. Dada a função $f(x) = \ln(x+1)$, e os pontos $x_0=0,0$; $x_1=0,6$; $x_2=0,9$ e $x_3=1,1$. Construa os polinômios de interpolação de Lagrange nos seguintes casos:
 - a) Polinômio de grau 1, com os pontos x_0 e x_3 ,
 - b) Polinômio de grau 2, com os pontos x_0 , x_1 e x_3 ,
 - c) Polinômio de grau 3, com os pontos x_0 , x_1 , x_2 e x_3 .

Construa um gráfico com a função $f(x)$, os pontos de interpolação e os polinômios P_1 , P_2 e P_3 . Utilize os polinômios de interpolação para avaliar a função nos pontos $x = 0,3$ e $x = 0,75$. Calcule o desvio relativo com relação ao valor verdadeiro em cada caso. Comente os resultados obtidos.
3. A função de Runge é definida como $f(x) = 1/(1+x^2)$.
 - a) Desejamos construir o polinômio interpolante de Lagrange no intervalo $[-5, 5]$ com pontos equidistantes para $n = 4, 6, 8$ e 12 .
 - b) Em cada caso construa um gráfico contendo a função de Runge, os pontos de interpolação e o Polinômio de Lagrange.
 - c) A partir dos gráficos comente sobre a acurácia da interpolação no centro do intervalo, e nos extremos. Explique o comportamento observado.
 - d) Pesquise na literatura e encontre uma alternativa para aprimorar a interpolação descartando o uso de Splines ou qualquer estratégia de interpolação por partes.