

Начала общей топологии

1. Подмножество замкнуто тогда и только тогда, когда содержит все свои точки прикосновения.
2. В хаусдорфовом пространстве точка — замкнутое множество.
3. Если X компактно, Y хаусдорфово, а $f: X \rightarrow Y$ непрерывно, то прообраз $f^{-1}(V)$ всякого компактного подмножества $V \subset Y$ компактен в X .
4. Приведите пример отображения $f: X \times Y \rightarrow Z$, непрерывного по каждой переменной, но не непрерывного.
5. Существует ли биекция между компактными пространствами, не являющаяся гомеоморфизмом?
6. Канторово множество гомеоморфно счётному произведению множества $\{0, 1\}$ на себя: $\mathcal{C} \cong \prod_{i=1}^{\infty} \{0, 1\}$.
7. (**Лемма о склейке.**) Пусть пространство X представлено конечным объединением замкнутых множеств X_i , $i = \overline{1, n}$, и заданы отображения $f_i: X_i \rightarrow Y$, причём если $X_{ij} = X_i \cap X_j$ непусто, то $f_i|_{X_{ij}} = f_j|_{X_{ij}}$. Тогда существует единственное непрерывное отображение $f: X \rightarrow Y$ такое, что $f|_{X_i} = f_i$.