

Trabalho Computacional de Programação Linear – 2017/1
Módulo 1: Método de 2 Fases
Data de Entrega: 30/06/2017
Profª. Maria Cristina Rangel

Importante:

- Enviar o arquivo fonte para crangel@inf.ufes.br utilizando o subject: Trabalho Computacional Módulo 1:nome1:nome2
- O trabalho pode ser feito em dupla

Implementar o **Método de 2 Fases** para resolver um Problema de Programação Linear (PPL):

$$\text{minimize } z = \mathbf{c}\mathbf{x}$$

$$\text{sujeito a } \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \text{ou } \geq \text{ou } = \mathbf{b}, \quad \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{b} \geq 0$$
$$\mathbf{x} \geq 0$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n \text{ e } \mathbf{A}_{m \times n}$

O programa deverá ter como dados de entrada:

1. uma chave para mostrar que precisará da primeira fase do algoritmo. Definir **chave=1: apenas o simplex** e **chave=2: método de 2 fases**.
2. os dados do PPL devem ser fornecidos em forma de matriz.
3. para construir a matriz, o PPL deve ser escrito na forma padrão. No caso da chave 2, a matriz deve conter a linha referente à função objetivo artificial **za** e as colunas relativas às variáveis artificiais \mathbf{x}_i^a .

Como saída de dados o programa deverá informar:

1. o valor de **za*** informando se existe ou não solução para o PPL, no caso chave 2, caso não haja solução, informar que o conjunto de soluções viáveis é vazio.
2. o valor de **z***, respectivo **x*** e se é solução **única** ou **múltipla**.
3. caso não haja solução, informar se **z = -inf** (infinito).
4. imprimir o quadro tableau a cada iteração para mostrar as trocas de variáveis da base.

Exemplos para os dois casos nas folhas seguintes.

Exemplo 1: Quando há necessidade da primeira fase (a origem não está no conjunto de soluções viáveis)

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_2 - 3x_3 &\leq 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Escrevendo na Forma Padrão para construir a matriz de dados de entrada (necessidade de uma $x_1^a \geq 0$):

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 - x_6 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Então, temos uma função **za = x_1^a**

$$\begin{aligned} \min za &= x_1^a \\ \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 - x_6 + x_1^a &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_1^a &\geq 0 \end{aligned}$$

Entrada:

dimensões da matriz **(m+1+1)** e **(n+m+1+1)**

matriz **A(m+1+1)x(n+m+1+1)**, onde **(m+1+1)** = fç obj artificial + fç obj + 3 restrições

e **(n+m+1+1)** = 3 vars de naturais + 3 vars de folga + 1 var artificial + termo independente

```
2           // utilizar a primeira fase do algoritmo
5 8         // m+1+1 e n+m+1+1
0 0 0 0 0 1 0 //vetor custo da função objetivo artificial
2 -4 3 0 0 0 0 //vetor custo e espaços para valor da função z e za
1 1 1 1 0 0 0 4 //matriz e termo independente
0 1 -3 0 1 0 0 3
6 -1 1 0 0 -1 1 4
```

Saída: $z^* = -9.143$ $x^* = (1.143 \ 2.857 \ 0 \ 0 \ 0.143 \ 0)$

solução única (aqui não imprimir o quadro ótimo!!! mas é para imprimir)

Obs.: não esquecer que restrições de igualdade possuem apenas variáveis artificiais.

Exemplo 2: Quando não há necessidade da primeira fase (a origem está no conjunto de soluções viáveis, utilizando Método Simplex direto)

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_2 - 3x_3 &\leq 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 &\leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Escrevendo na Forma Padrão para construir a matriz de dados de entrada:

$$\begin{aligned} \min z &= 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sa} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ x_2 - 3x_3 + x_5 &= 3 \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + x_6 &= 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Entrada:

dimensões da matriz **(m+1)** e **(n+m+1)**

matriz **A(m+1)x(n+m+1)**, onde **(m+1)** = função objetivo + 3 restrições

e **(n+m+1)** = 3 variáveis de naturais + 3 variáveis de folga + termo independente

4 7 // m+1 e n+m

2 -4 3 0 0 0 //vetor custo e espaço para valor da função z

1 1 1 1 0 0 4 //matriz e termo independente

0 1 -3 0 1 0 3

6 -1 1 0 0 1 4

Saída: $z^* = -14.25$ $x^* = (0 \ 3.75 \ 0.25 \ 0 \ 0 \ 7.50)$

solução única (aqui não imprimir o quadro ótimo!!! mas é para imprimir)