

Математическое моделирование

Лабораторные работы

2019/2020 учебный год

Автор: Козак А.В.

1 Базовая случайная величина. Генерация непрерывных и дискретных случайных величин.

- а. Реализовать функцию, генерирующую БСВ каким-либо методом. Выполнить статистическое исследование (построение гистограммы, точечных, интервальных оценок и другое). Проверить гипотезы о соответствии закона распределения полученной случайной величины требуемому. Проверить статистическую независимость чисел генерируемых полученным вами генератором.
- б. Написать программу реализующую метод формирования непрерывной случайной величины с определенным распределением (согласно варианту) с использованием реализованного датчика БСВ. Выполнить статистическое исследование (построение гистограммы, точечных, интервальных оценок и другое). Проверить гипотезы о соответствии закона распределения полученной случайной величины требуемому.

Замечание: точечные и интервальные оценки должны быть построены минимум для двух любых характеристик распределения, например для математического ожидания и дисперсии или для моды и медианы (и любые другие пары).

Варианты

- 1 – нормальное распределение
 - 2 – показательное распределение
 - 3 – распределение Коши
 - 4 – распределение Парето
 - 5 – логнормальное распределение
 - 6 – распределение Вейбулла
 - 7 – Beta распределение
 - 8 – Гамма распределение
 - 9 – распределение Хи-квадрат
 - 10 – распределение Рэлея
- с. Написать программу реализующую метод формирования дискретной СВ с любым законом распределения (то есть универсальный метод). Выбрать любое распределение ДСВ и произвести генерацию чисел с этим законом, воспользовавшись реализованным методом. Выполнить статистическое исследование (построение гистограммы, точечных, интервальных оценок). Проверить гипотезы о соответствии закона распределения полученной случайной величины требуемому.

2 Генерация систем непрерывных и дискретных случайных величин.

- а. Написать программу реализующую метод формирования двумерной НСВ с определенным распределением (согласно варианту). Выполнить статистическое исследование (построение гистограммы составляющих вектора, вычислить точечные и интервальные оценки, коэффициент корреляции и другое). Проверить гипотезы о соответствии полученных оценок характеристик (математическое ожидание, дисперсия, корреляция) случайной величины теоретическим.

Варианты

$$1 - f(x, y) = 2e^{-x-y}, \forall x, y : 0 \leq x \leq \infty$$

$$2 - f(x, y) = \frac{\sin(x+y)}{2}, \forall x, y : 0 \leq x, y < \frac{\pi}{2}$$

$$3 - f(x, y) = \frac{3}{8\pi} [2 - \sqrt{x^2 + y^2}], \forall x, y : x^2 + y^2 \leq 4$$

$$4 - f(x, y) = \frac{1}{2\sqrt{[\pi^2 + x^2 + (y-1)^2]^3}}, \forall x, y$$

$$5 - f(x, y) = \frac{12}{7} (x^2 + \frac{y}{2}), \forall x, y : 0 \leq x, y \leq 1$$

- б. Написать программу реализующую метод формирования двумерной ДСВ. Выполнить статистическое исследование (построение эмпирической матрицы распределения, гистограммы составляющих вектора, вычислить точечные и интервальные оценки, коэффициент корреляции). Проверить гипотезы о соответствии закона распределения полученной случайной величины требуемому. Проверить гипотезы о соответствии полученных оценок характеристик (математическое ожидание, дисперсия, корреляция) случайной величины теоретическим.

3 Случайные процессы.

Реализовать программу генерации стационарного СП с заданной автокорреляционной функцией $K(\tau)$. Сгенерировать реализацию (реализации) СП и провести подходящее (правильное с точки зрения свойств!!!) исследование различных характеристик СП (используя как точечные, так интервальные методы, где возможно). По возможности продемонстрировать с помощью графиков.

Варианты

$$1 - K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|}(1 + \alpha|\tau|)$$

$$2 - K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|}(1 - \alpha|\tau|)$$

$$3 - K(\tau) = De^{-\alpha|\tau|} \left(1 + \alpha|\tau| + \frac{\alpha^2 \tau^2}{3} \right)$$

Замечание: на 8 и выше необходимо реализовать два метода генерации и сравнить их. (помимо стат. исследования)

4 Системы массового обслуживания.

Имеется простейшая n-канальная СМО с m местами в очереди; интенсивность потока заявок λ , потока обслуживания μ . Обслуживание происходит без гарантии качества; с вероятностью p оно удовлетворяет заявку, а с вероятностью $q = 1 - p$ не удовлетворяет, и

заявка обращается в СМО вторично и либо сразу обслуживается, если есть свободные каналы, либо становится в очередь, если она есть (если мест в очереди нет заявка покидает СМО необслуженной).

Смоделировать данную СМО. Сравнить характеристики эффективности СМО полученные в результате моделирования, с теоретическими характеристиками (финальные вероятности состояний, абсолютная пропускная способность, вероятность отказа, среднее число заявок в СМО, среднее число заявок в очереди, среднее время пребывания заявки в СМО, среднее время пребывания заявки в очереди, среднее число занятых каналов и другие). Продемонстрировать работоспособность модели с помощью графиков и построить графики, показывающие установку стационарного режима СМО (если такое имеет место быть). Исследовать СМО при различных параметрах n, m, λ, μ (не забыть про случай $m \rightarrow \infty$).

Замечание: демонстрация работоспособности – творческая работа и зависит лишь от вашей фантазии. Главное доказать и показать работоспособность.

5 Параллельные процессы. Сети Петри.

Написать программу с использованием Matlab (Simulink), моделирующую работу сети Петри согласно схеме (см. рис.). Провести исследование полученной модели: найти характеристики сети и сравнить их с теоретическими. Проверить возможно ли достижение некоторой исходно заданной маркировки из начальной в данной сети, т.е. содержится ли эта заданная маркировка в диаграмме маркировок. Проверить возможно ли параллельное срабатывание нескольких переходов. Определить к какому классу сетей Петри относится сеть Петри согласно схеме. **Замечание:** Проводить исследование необходимо при различных начальных маркировках! А не только как показано на рисунках.

