Estudo comparativo de sistemas FIR pelo método de janelamento.

1st Felipe Queiroz

Dep. Tecnologia (DTEC)

Univ. Estadual de Feira de Santana

Feira de Santana, Brasil

lipesq16@gmail.com

2nd Igor Soares
Dep. Tecnologia (DTEC)
Univ. Estadual de Feira de Santana
Feira de Santana, Brasil
ifs5544@gmail.com

3rd Marcus Aldrey Dep. Tecnologia (DTEC) Univ. Estadual de Feira de Santana Feira de Santana, Brasil marcusaldrey@gmail.com

Resumo—Este estudo faz a análise comparativa de cinco diferentes tipos de janelas utilizadas em uma filtragem FIR: Bartlett (triangular), retangular, Hanning, Hamming e Blackman no processo de filtragem de uma gravação de voz para remoção de um ruído estável de alta frequência. Duas abordagens distintas foram aplicadas: uma com comprimentos de janelas iguais e outra com comprimentos variáveis de acordo com a faixa de transição desejada. O método de Hamming apresentou o melhor trade-off de custo computacional e resultados.

I. Introdução

A captação de sinais de audio é um processo que naturalmente é fortemente afetado por ruidos, sejam por conta do ambiente onde foi realizado a gravação, tanto quanto a qualidade do equipamento utilizado para a gravação, com isso em mente o processamento desses sinais deve garantir a integridade da informação e aumentar a sua claridade. O principal problema do processamento desses sinais digitais no dominio da frequência é a sua natureza infinita e periódica, que acaba impedindo a utilização de algumas técnicas de filtragem. Com isso em mente é preciso aplicar um janelamento no espectro da frequência para garantir que esse sinal seja limitado e processável, entretanto é preciso ter cautela, pois alguns janelamentos no espectro da frequência podem resultar em efeitos indesejados no espectro do tempo.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um filtro FIR (Finite Impulse Response) é um filtro digital cuja resposta a um impulso tem duração finita. Esses filtros são divididos em dois tipos: tipo I, que garante que o sinal seja ímpar e simétrico em relação a 0; e tipo II, que garante que o sinal seja par, com simetria ao meio, e deslocado [5]. A função seno cardinal, mais conhecida como sinc é uma função essencial para o processamento de sinais devido a sua transformada na frequência é uma função retangular ideal.

Para X = 0:

$$p(f) = T(\frac{Sin(T.f.\pi)}{T.f.\pi}) => T(\frac{Cos(T.f.\pi)T.\pi}{T.f.\pi} \qquad (1)$$

logo:

$$T.f.\pi = \pm \pi = > f = \pm \frac{1}{T}$$
 (2)

Para Y = 0:

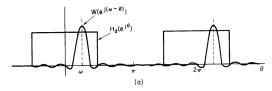
$$T.f.\pi = \pm 2\pi = f = \pm \frac{2}{T}$$
 (3)

O método de janelamento, que é o utilizado nesse projeto de FIR, utiliza filtros tipo I. Em termos de custo computacional, o método é bastante simples: a resposta ao impulso FIR h[n] é obtida multiplicando a resposta ao impulso de um filtro ideal (que tem duração infinita) por uma sequência de comprimento finito w[n] chamada janela, com M+1 amostras não nulas. Para o caso de um filtro passa-baixa ideal, a resposta ao impulso é dada pela sinc:

$$h[n] = \frac{\sin(\Omega_c n)}{\pi n} \tag{4}$$

que é a inversa da Transformada Discreta de Fourier (DTFT) de um pulso retangular no domínio da frequência. O efeito do janelamento é mais evidente no domínio da frequência, onde ocorre a convolução periódica entre a resposta em frequência ideal e o espectro da janela: [4]

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d\left(e^{j\theta}\right) W\left(e^{j(\omega-\theta)}\right) d\theta \tag{5}$$



(a) Pré convolução

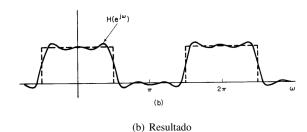


Figura 1. Convolução da resposta em frequência ideal e espectro da janela.

Dessa forma, a escolha da janela w[n] influenciará a resposta em frequência do filtro obtido. Por esse motivo, existem diversos tipos de janelas disponíveis, além da retangular. Os máximos desvios nas faixas de passagem e rejeição são produzidos pelos lóbulos laterais. Portanto, os desvios efetivamente obtidos no filtro final serão iguais, pois foram gerados pelos mesmos lóbulos. A largura da faixa de transição é diretamente proporcional à largura do lóbulo principal [4]. Nas janelas, são buscados lóbulos principais de menor largura para redução do tamanho da banda de transição e lóbulos secundários de menor amplitude para que sejam obtidas maiores atenuações nas faixas de rejeição.

Causalidade

É necessário que o filtro seja causal para garantir que a saída dependa apenas dos valores atuais e passados da entrada, sem depender de valores futuros. Isso é crucial para aplicações em tempo real, pois assegura estabilidade e permite a implementação em sistemas digitais, além de proporcionar uma interpretação física clara do comportamento do sistema. Para obter um filtro causal, o resultado da multiplicação $h[n] \cdot w[n]$ é atrasado no tempo de modo que a primeira amostra não nula de h[n] seja movida para n=0, ou seja h[n]=0 para n<0 [3].

Efeito de Gibbs

A truncagem da resposta ao impulso gera oscilações indesejadas na resposta em frequência. Esse efeito é conhecido como fenômeno de Gibbs e é ilustrado na Figura 2. Para exemplificar, vamos analisar a resposta ao impulso de um filtro passa-baixa truncada com M = 9, 25 e um número infinito de amostras. É possível observar como as oscilações indesejadas são claramente visíveis na resposta em frequência.

No domínio do tempo, a truncagem, e consequentemente o efeito de Gibbs, é alcançado na multiplicação da resposta ao impulso pela função janela. Por outro lado, no domínio da frequência, esse efeito é observado na convolução da resposta em frequência com a transformada de Fourier da função de janela. Neste exemplo, a truncagem foi realizada multiplicando-se a resposta ao impulso por uma função de janela retangular [3].

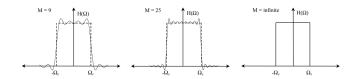


Figura 2. Efeitos na resposta em frequência ao truncar a resposta ao impulso ideal

III. METODOLOGIA

Para efetuar o estudo comparativo dos sistemas FIR por meio do método do janelamento, foram utilizadas cinco tipos de janelas distintas: *Bartlett* (triangular), retangular, *Hanning*, *Hamming* e *Blackman*. Além disso, foram aplicadas duas abordagens distintas. Na primeira abordagem, empregamos o mesmo comprimento para todas as janelas. Na segunda

abordagem, foram empregados diferentes comprimentos para cada uma das janelas, de acordo com a faixa de transição desejada.

Na abordagem inicial, o comprimento de janela foi definido de modo arbitrário, de forma que fosse possível efetuar uma análise comparativa do comportamento de cada uma das janelas nas mesmas condições. Neste caso, o comprimento adotado para as janelas foi de 101 amostras. Já para a segunda abordagem, o número de amostras para cada uma das janelas foi definido de acordo com suas características individuais, por meio da equação que relaciona a faixa de transição normalizada pela taxa de amostragem e o comprimento da janela.

Além disso, os filtros desenvolvidos foram FIR passabaixas tipo I, que apresentam como características amostras simétricas e ordem par. Ademais, o sinal ruidoso filtrado foi um sinal de áudio digital com frequência de amostragem (f_s) de 44,1 kHz, no qual havia um ruído de alta frequência e uma voz pronunciando uma frase. O objetivo da filtragem foi remover o ruído e manter a voz.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, foi necessário identificar as componentes de frequência do ruído presente no áudio. Para isso, realizou-se uma análise espectral do sinal de áudio em um trecho livre de voz utilizando o algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT). A análise revelou que as componentes de frequência do ruído começavam a partir de 3750 Hz. Essa informação está representada no espectro apresentado na Figura 3, onde o eixo horizontal indica a frequência em Hertz (Hz) e o eixo vertical representa a magnitude das componentes.

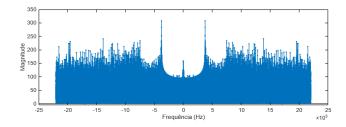


Figura 3. Espectro do sinal de áudio ruidoso em um trecho livre de voz.

Além disso, a partir dessa análise espectral, foram definidas a frequência de passagem (f_p) e a frequência de rejeição (f_r) para suprimir o ruído presente no áudio. A frequência de rejeição definida foi de 3700 Hz, ligeiramente abaixo das componentes de frequência do ruído, enquanto a frequência de passagem foi de 3000 Hz.

Após isso, convertemos a frequência de rejeição e a frequência de passagem para valores discretos de frequência usando a equação:

$$\omega = \frac{2\pi f}{f_s} \tag{6}$$

Obtivemos então a frequência de passagem discreta (ω_p) igual a 0,5272 rad e a frequência de rejeição discreta (ω_r)

igual a 0,4274 rad. A partir desses valores, encontramos a frequência de corte discreta (ω_c), definida como a média entre a frequência de rejeição e a frequência de passagem. Portanto, ω_c é igual a 0,4773 rad.

A. Janelas com comprimentos iguais

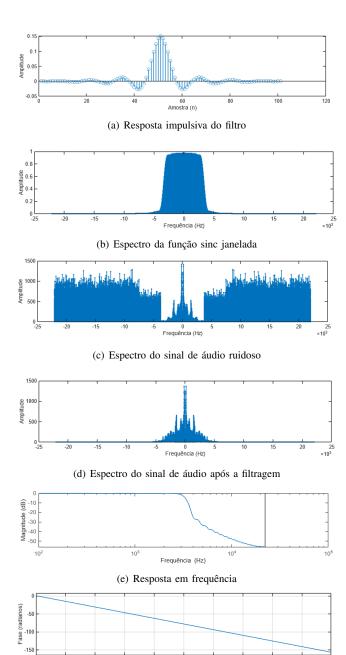
Com as frequências de passagem, rejeição e corte definidas, implementamos a função sinc no domínio do tempo, que descreve um filtro passa-baixas ideal no domínio da frequência. Em seguida, aplicamos cinco tipos de janelas distintas, cada uma com o mesmo comprimento de 101 amostras: Bartlett (triangular), Retangular, Hanning, Hamming e Blackman.

1) Janela de Bartlett (triangular): A resposta impulsiva do filtro FIR implementado por meio da técnica de janelamento de Bartlett com 101 amostras pode ser vista na Figura 4(a). Nela, observamos o número finito de amostras presentes no sinal, característica típica dos filtros FIR. A Figura 4(b) ilustra o espectro da função sinc janelada, mostrando características próximas às de um filtro ideal passa-baixas no domínio da frequência. Na Figura 4(c), vemos o espectro do sinal de áudio ruidoso, enquanto que a Figura 4(d) apresenta o espectro do sinal de áudio após a aplicação do filtro FIR, utilizando o método do janelamento triangular, que resulta da convolução do sinal de áudio ruidoso com a função sinc janelada. Finalmente, a Figura 4(e) exibe a resposta em frequência do filtro, onde é possível notar uma atenuação de aproximadamente -27,1 dB no primeiro lóbulo lateral, e a Figura 4(f) mostra o comportamento de fase linear do filtro.

Neste caso, podemos observar que a aplicação da janela triangular com 101 amostras apresenta pequenas oscilações (fenômeno de Gibbs) na faixa de passagem e de atenuação, especialmente próximo à faixa de transição. Isso resultou no aumento da magnitude de algumas componentes de frequências próximas à frequência de atenuação e permitiu que algumas componentes de frequências do ruído não fossem completamente suprimidas do sinal de áudio.

2) Janela de Retangular: A resposta impulsiva do filtro FIR implementado através da técnica de janelamento retangular com 101 amostras pode ser observada na Figura 5(a). Assim como na aplicação da janela triangular, nota-se o número finito de amostras presentes na resposta impulsiva. A Figura 5(b) ilustra o espectro da resposta impulsiva do filtro, exibindo características semelhantes às de um filtro ideal passa-baixas no domínio da frequência. Na Figura 5(c), é apresentado o espectro do sinal de áudio ruidoso, enquanto a Figura 5(d) mostra o espectro do sinal de áudio após a aplicação do filtro FIR utilizando o método do janelamento retangular. Por fim, a Figura 5(e) exibe a resposta em frequência do filtro, onde é possível observar uma atenuação de aproximadamente -20,7 dB no primeiro lóbulo lateral, e a Figura 5(f) apresenta o comportamento em fase do filtro.

Assim sendo, para a janela retangular com 101 amostras, foi possível observar, por meio do espectro da resposta impulsiva do filtro, a presença expressiva do fenômeno de Gibbs tanto na faixa de passagem quanto na faixa de rejeição. Isso ocorre



(f) Resposta em faseFigura 4. Aplicação da janela de Bartlett (triangular) com 101 amostras.

devido à característica de truncamento abrupto da janela retangular, resultando em um sinal de áudio filtrado, porém ainda com a presença de ruído. Por outro lado, foi possível notar que, apesar da grande presença de oscilações, a janela retangular proporcionou uma faixa de passagem bastante estreita, se comparada à janela triangular.

3) Janela de Hanning: A resposta impulsiva do filtro FIR implementado através da técnica de janelamento de Hanning com 101 amostras pode ser observada na Figura 6(a). Assim como nas aplicações das janelas anteriores, nota-se o número finito de amostras presentes na resposta impulsiva. A Figura

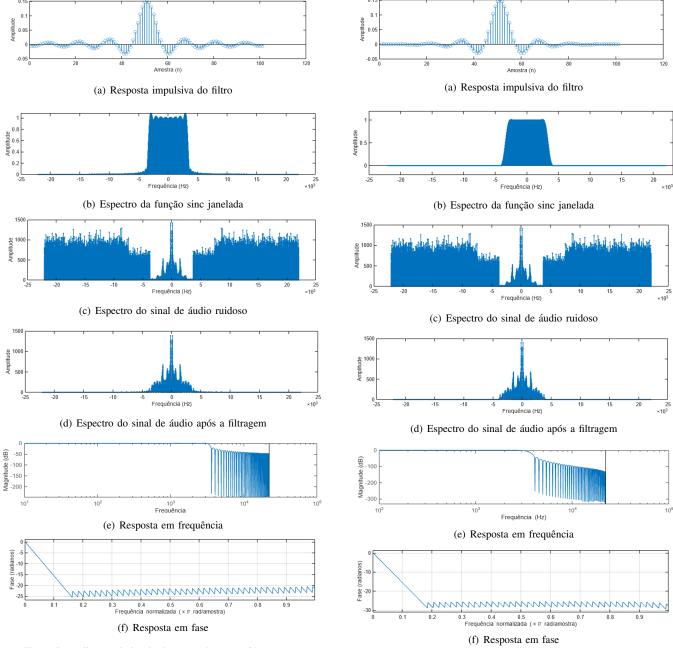


Figura 5. Aplicação da janela de retangular com 101 amostras.

Figura 6. Aplicação da janela de Hanning com 101 amostras.

6(b) ilustra o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 6(c), é apresentado o espectro do sinal de áudio ruidoso, enquanto que a Figura 6(d) mostra o espectro do sinal de áudio após a aplicação do filtro FIR utilizando o método do janelamento de Hanning. Por fim, a Figura 6(e) exibe a resposta em frequência do filtro, onde é possível observar uma atenuação de aproximadamente -44,2 dB no primeiro lóbulo lateral, e a Figura 6(f) apresenta o comportamento em fase do filtro.

Para a janela de Hanning com 101 amostras, foi possível observar uma quantidade significativa de oscilações na faixa de passagem e de rejeição. No entanto, essas oscilações foram

menos pronunciadas em comparação com as observadas na aplicação das janelas triangular e retangular. Além disso, esse tipo de janelamento com 101 amostras resultou em uma faixa de passagem mais ampla, quando comparada com a faixa de passagem obtida pelo janelamento retangular. Isso resultou em um sinal de áudio filtrado, porém ainda com algumas componentes de frequência do ruído presentes.

4) Janela de Hamming: A resposta impulsiva do filtro FIR, implementado com a técnica de janelamento de Hamming utilizando 101 amostras, está representada na Figura 7(a). Assim como nas aplicações anteriores de janelamento,

percebe-se a presença de um número limitado de amostras na resposta impulsiva. O espectro da resposta impulsiva do filtro é ilustrado na Figura 7(b). O espectro do sinal de áudio ruidoso é mostrado na Figura 7(c), enquanto na Figura 7(d) é apresentado o espectro do sinal de áudio após a aplicação do filtro FIR utilizando o janelamento de Hanning. A resposta em frequência do filtro é exibida na Figura 7(e), revelando uma atenuação de aproximadamente -54,8 dB no primeiro lóbulo lateral, e o comportamento em fase do filtro é detalhado na Figura 7(f).

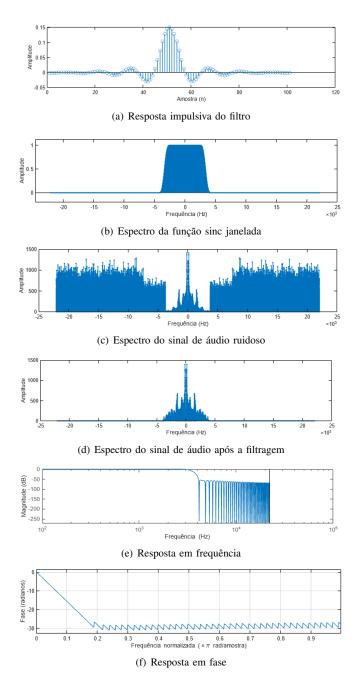


Figura 7. Aplicação da janela de Hamming com 101 amostras.

No caso da aplicação da janela de Hamming com 101

amostras, observamos que o fenômeno de Gibbs na faixa de passagem e de atenuação foi reduzido em comparação com as técnicas de janelamento apresentadas anteriormente. Contudo, assim como ocorreu com o janelamento de Hanning e triangular, utilizando 101 amostras, a faixa de transição se mostrou ampla em comparação com o janelamento retangular. Isso resultou em um sinal de áudio filtrado, embora ainda com algumas componentes de ruído presentes.

5) Janela de Blackman: A resposta impulsiva do filtro FIR, implementado com a técnica de janelamento de Blackman usando 101 amostras, pode ser vista na Figura 8(a). Semelhante às aplicações anteriores de janelamento, é evidente a presença de um número limitado de amostras na resposta impulsiva. O espectro da resposta impulsiva do filtro é ilustrado na Figura 8(b). O espectro do sinal de áudio ruidoso é apresentado na Figura 8(c), enquanto na Figura 8(d) é mostrado o espectro do sinal de áudio após a aplicação do filtro FIR com o uso do janelamento de Hamming. A resposta em frequência do filtro é exibida na Figura 8(e), demonstrando uma atenuação de aproximadamente -78,9 dB no primeiro lóbulo lateral, enquanto o comportamento em fase do filtro é detalhado na Figura 8(f).

A técnica de janelamento de Blackman com 101 amostras demonstrou o melhor desempenho na redução de oscilações na banda de passagem e de rejeição. No entanto, também exibiu a maior largura de banda de transição entre os métodos analisados com 101 amostras. Isso resultou em um sinal de áudio filtrado, porém ainda com algumas componentes de frequência de ruído presentes, semelhante ao observado nas outras técnicas de janelamento apresentadas anteriormente com o mesmo número de amostras.

B. Janelas com comprimentos distintos

Como foi possível observar nas aplicações das técnicas de janelamento com o mesmo número de amostras, existe uma relação entre as características da janela, a faixa de transição, as oscilações na banda de passagem e a atenuação com o número de amostras. A partir disso, empregamos novamente os mesmos cinco tipos de janelas apresentadas anteriormente, mas pautamos o comprimento de cada uma com base na relação do número de amostras e a faixa de transição normalizada pela taxa de amostragem do sinal de áudio. Essa relação é exibida para cada uma das cinco janelas na Tabela I.

A faixa de transição normalizada pela frequência de amostragem (Δf) é dada por:

$$\Delta f = \frac{f_r - f_p}{f_s}. (7)$$

Então, de acordo com as frequências de rejeição e passagem adotadas, juntamente com a frequência de amostragem do sinal de áudio, encontramos que a nossa taxa de transição normalizada é igual a 0,01587302.

1) Janela de Bartlett (triangular): Para a janela de Bartlett, encontramos, por meio da relação entre a faixa de transição e o comprimento da janela, que seriam necessárias 193 amostras

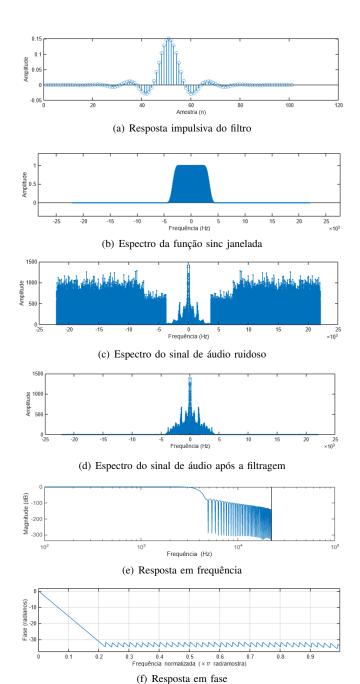


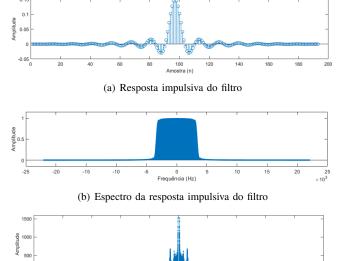
Figura 8. Aplicação da janela de Blackman com 101 amostras.

para garantir a faixa de transição desejada. Na Figura 9(a), temos a resposta impulsiva do filtro FIR com janelamento triangular e comprimento de 193 amostras. Já na Figura 9(b), pode-se ver o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 9(c), é exibido o espectro do sinal de áudio após a filtragem.

2) Janela de Retangular: Para a janela de retangular, determinamos, por meio da relação entre a faixa de transição e o comprimento da janela, que seriam necessárias 57 amostras para assegurar a faixa de transição desejada. Na Figura 10(a), observa-se a resposta impulsiva do filtro FIR com janelamento

Tabela I RELAÇÃO ENTRE NÚMERO DE AMOSTRAS DA JANELA E A FAIXA DE TRANSIÇÃO NORMALIZA

Janela	Número de amostras (N)
Bartlett (triangular)	$N = 3,05/\Delta f$
Retangular	$N = 0, 9/\Delta f$
Hanning	$N=3,1/\Delta f$
Hamming	$N=3,3/\Delta f$
Blackman	$N = 5, 5/\Delta f$



(c) Espectro do sinal de áudio após a filtragemFigura 9. Aplicação da janela de Bartlett com 193 amostras.

retangular e comprimento de 57 amostras. Na Figura 10(b), pode-se visualizar o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 10(c), é mostrado o espectro do sinal de áudio após a filtragem.

- 3) Janela de Hanning: Para a janela de Hanning, determinamos, por meio da relação entre a faixa de transição e o comprimento da janela, que seriam necessárias 197 amostras para assegurar a faixa de transição desejada. Na Figura 11(a), observa-se a resposta impulsiva do filtro FIR com janelamento de Hanning e comprimento de 197 amostras. Na Figura 11(b), pode-se visualizar o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 11(c), é mostrado o espectro do sinal de áudio após a filtragem.
- 4) Janela de Hamming: Para a janela de Hamming, calculamos, por meio da relação entre a faixa de transição e o comprimento da janela, que seriam necessárias 209 amostras para garantir a faixa de transição desejada. Na Figura 12(a), observa-se a resposta impulsiva do filtro FIR com janelamento de Hamming e comprimento de 209 amostras. Na Figura 12(b), pode-se visualizar o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 12(c), é apresentado o espectro do sinal de áudio após a filtragem.
- 5) Janela de Blackman: Para a janela de Blackman, determinamos, por meio da relação entre a faixa de transição e o

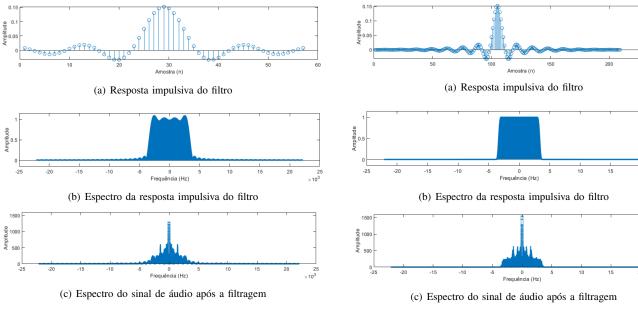


Figura 10. Aplicação da janela de retangular com 57 amostras.

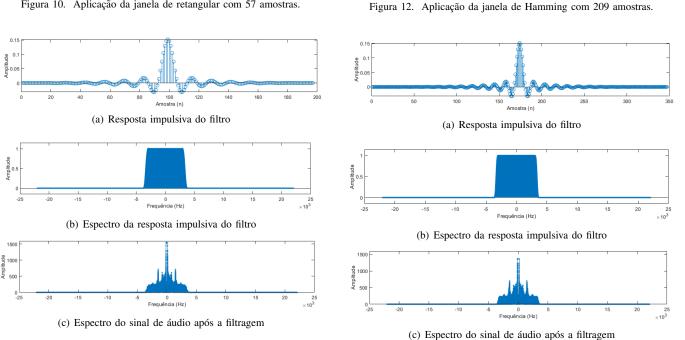


Figura 11. Aplicação da janela de Hanning com 197 amostras.

Figura 13. Aplicação da janela de Blackman com 347 amostras.

comprimento da janela, que seriam necessárias 347 amostras para assegurar a faixa de transição desejada. Na Figura 13(a), observa-se a resposta impulsiva do filtro FIR com janelamento de Blackman e comprimento de 347 amostras. Na Figura 13(b), pode-se visualizar o espectro da resposta impulsiva do filtro. Na Figura 13(c), é apresentado o espectro do sinal de áudio após a filtragem.

Realizando a comparação entre janelas variáveis e fixas, no janelamento triangular, a janela com 101 amostras apresenta uma faixa de transição muito maior, o que resulta em uma maior quantidade de ruídos no áudio filtrado. Contudo, a variável apresenta um maior custo computacional devido à necessidade de utilizar 193 amostras.

Para o janelamento triangular com 101 e 57 amostras, apresentaram resultados parecidos, com amplificações na faixa central mais frequentes na janela de maior amostras.

O janelamento de Hanning com 101 amostras apresentou um incremento no lóbulo que antecede a faixa de transição, resultando na amplificação de alguns ruídos presentes na faixa de transição da função. Já a de 197 amostras apresentou um lóbulo bem menor e não impactou tanto o áudio.

A janela de Hamming com 101 amostras já conseguiu limitar bastante o ruído presente no áudio, contudo a de 209 amostras conseguiu suprimir completamente o ruído presente, além de gerar uma pequena amplificação no áudio original.

O janelamento de Blackman com 101 amostras também conseguiu limitar bastante o ruído, e sua versão utilizando 347 amostras conseguiu suprimir completamente o ruído. Entretanto, teve um custo computacional muito maior que sua versão fixa.

V. CONCLUSÃO

A filtragem do sinal de audio oferecido foi um sucesso, visto que a clareza da mensagem não foi comprometida, o ruido sistemático foi removido e a mensagem foi amplificada (consequência do janelamento). Das janelas que foram utilizadas as que apresentaram um melhor desempenho para o caso de 101 amostras foi a de Hamming e a de Blackman, entretanto o ruido ainda foi audível.

Após ajustar o comprimento das janelas para se adequar às especificidades das janelas, foi perceptível que as janelas de Hamming e Blackman são capazes de remover completamente o ruído. Contudo, o janelamento de Blackman apresenta um maior custo computacional, tornando o janelamento de Hamming a melhor escolha para o áudio utilizado.

REFERÊNCIAS

- L. W. Couch, "Digital and analog communication systems", 8th ed., Upper Saddle River: Pearson, 2013.
- [2] P. Y. K. Cheung, "Lecture 4: Frequency Domain Analysis and Fourier Transform", London: Imperial College, 2024.
- [3] O. Hinton, "Digital Signal Processing Chapter 4: Design of FIR Filters", University of Newcastle upon Tyne, 2000. Available: https://www.staff. ncl.ac.uk/oliver.hinton/eee305/Chapter4.pdf. Accessed: June 26, 2024.
- [4] R. T. Higuti, "Processamento Digital de Sinais Filtros Digitais Tipo FIR", Departamento de Engenharia Elétrica - FEIS - Unesp. Available: https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/ ele1095_8b_filtrosfir.pdf. Accessed: June 26, 2024.
- [5] E. C. Ifeachor and B. W. Jervis, "Digital Signal Processing: A Practical Approach", Electronic systems engineering series, Prentice Hall, 2002. ISBN: 9780201596199. LCCN: 00102111.