

Capítulo 12

Robôs manipuladores

Liu Hsu

Fernando Lizarralde

Este capítulo dá uma visão geral dos fundamentos da cinemática e da dinâmica ligados ao problema de controle de manipuladores robóticos e suas variações. Para fins de ilustração, são incluídas aplicações típicas de controle em robótica. Outras metodologias, enfoques e aplicações podem ser encontrados em (Fu, Gonzalez e Lee, 1987; Spong, Lewis e Abdallah, 1993; Spong, 1996; Lewis, 1999). Aspectos mais tecnológicos relacionados com automação industrial podem ser encontrados em (Rosario, 2005; Romano, 2002).

Na maioria das áreas de atuação da robótica, a conclusão de uma tarefa requer a execução de um movimento específico planejado para o efetuador de um manipulador robótico. O movimento pode ser *livre*, se não existir interação física entre o manipulador e o ambiente, ou *restrito*, se ocorrerem forças de contato entre o efetuador e o ambiente.

A tarefa de executar corretamente o movimento do efetuador é atribuída ao sistema de controle que fornece aos atuadores das juntas do manipulador comandos compatíveis com a trajetória de movimento desejada. O projeto de controle de movimento do manipulador exige a análise das características da estrutura mecânica, dos atuadores e dos sensores. O objetivo desta análise é deduzir os modelos matemáticos dos principais dispositivos que integram o robô. Assim, a partir da modelagem de um manipulador robótico é possível definir e analisar estratégias de controle de movimento adequadas.

A modelagem de robôs industriais é geralmente dividida em modelagem *cinemática* e *dinâmica*. A cinemática de um robô refere-se à relação entre o movimento das juntas do robô e o movimento da ferramenta sem considerar as forças/momentos que geraram este movimento. A cinemática é necessária para resolver problemas de manipulação, alguns dos quais são puramente cinemáticos.

O modelo dinâmico descreve a relação entre as forças generalizadas atuando sobre o robô e o movimento da estrutura governado por acelerações, velocidades e posições das juntas. O modelo dinâmico é útil para projetos mecânicos de estruturas, escolha de atuadores, determinação de estratégias de controle, e simulação do movimento do manipulador.

Neste capítulo são apresentados esquemas de controle baseados no modelo cinemático de sistemas robóticos. São também apresentadas estratégias de controle que consideram a dinâmica dos sistema, incluindo esquemas descentralizado e baseados em linearização por realimentação. Por último, são apresentados esquemas de controle de força.

12.1 Manipulador mecânico

Um dos sistemas robóticos mais encontrados na indústria, na academia e até na área espacial, são os *robôs manipuladores industriais* (vide Figura 12.1), ou chamados simplesmente de *manipuladores*.

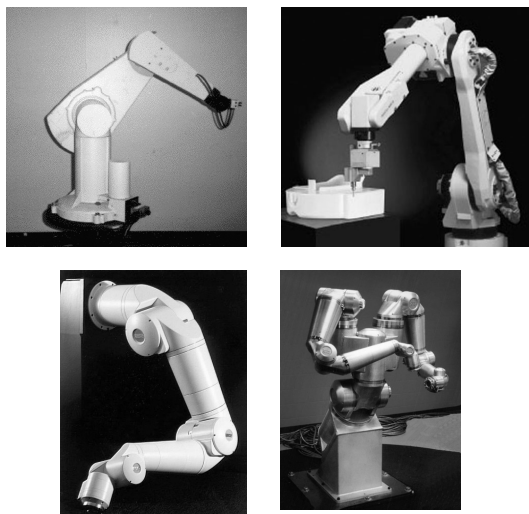


FIGURA 12.1: Diversos Manipuladores Robóticos.

A norma ISO10218 define um manipulador industrial como sendo: “uma máquina manipuladora, com vários graus de liberdade, controlada automaticamente, reprogramável, multifuncional, que pode ter base fixa ou móvel para utilização em aplicações de automação industrial” (Romano, 2002).

Um manipulador está constituído pela: *Estrutura mecânica* que consiste numa sucessão de corpos rígidos (*elos*) interligados por articulações (*juntas*). O manipulador é caracterizado por um *braço* que garante a mobilidade, um *punho* que fornece a destreza, e um *efetuador* que executa a tarefa especificada. *Atuadores* que geram o movimento do manipulador através da atuação nas juntas. Os motores empregados são tipicamente elétricos e hidráulicos, e ocasionalmente pneumáticos. *Sensores* que medem o estado do manipulador e

se for necessário o estado do ambiente (e.g. encoders, potenciômetros, tacômetros, câmeras, sensores de torque/força). O *sistema de controle*, encarregado pelo controle e supervisão do movimento do manipulador.

Desta forma, um manipulador pode ser representado esquematicamente como uma cadeia cinemática de *corpos rígidos* (elos) conectados por meio de juntas. Um extremo da cadeia está fixado a uma base, enquanto um efetuator está montado na outra extremidade permitindo a manipulação de objetos (Figura 12.2).

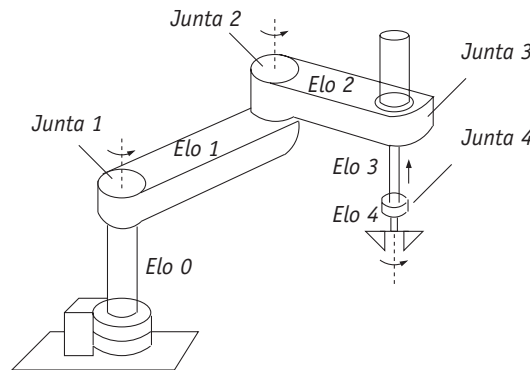


FIGURA 12.2: Descrição dos elos e juntas de um robô manipulador.

Em robótica, geralmente se utilizam dois tipos básicos de junta: *junta de rotação* e *junta prismática* (translação). O movimento das juntas gera o movimento do efetuator, sendo que o *grau de mobilidade* está associado com uma junta articulada. Numa cadeia cinemática aberta¹ cada junta adiciona um grau de mobilidade que equivale a um *grau de liberdade*².

Os manipuladores podem ser classificados pela sua estrutura mecânica. As principais configurações básicas são (Sciavicco e Siciliano, 2000):

- Cartesianos (3 juntas prismáticas): realizam movimentos lineares em 3D, o modelo cinemático é simples e atuadores pneumáticos de baixo custo podem ser utilizados. No entanto necessitam de grande espaço para operar e o seu espaço de trabalho é relativamente pequeno (não consegue atingir regiões sob objetos).
- Cilíndricos (2 juntas prismáticas e 1 de revolução): o modelo cinemático é simples, tem bom acesso em cavidades, no entanto o espaço de trabalho é restrito.
- Esféricos (1 junta prismática e 2 de revolução): o espaço de trabalho é relativamente grande, podendo-se até inclinar para pegar objetos do chão. No entanto, o modelo cinemático é mais complexo.

¹Existe somente uma sequência de elos conectando às extremidades da cadeia.

²Número mínimo de variáveis independentes necessárias para determinar unicamente a configuração do sistema.

- Revolução ou articulados (3 juntas de revolução): emulam as características do braço humano, possuindo grande flexibilidade. No entanto, a cinemática e o controle não são triviais.

12.2 Cinemática

A cinemática é a análise do movimento de um corpo sem considerar as causas deste movimento. Em particular a cinemática de um manipulador diz respeito à descrição do movimento do manipulador com respeito a um sistema de coordenadas cartesianas fixas.

É importante distinguir entre cinemática e cinemática diferencial. A *cinemática* descreve a relação analítica entre a posição das juntas e a configuração do efetuador. Desta forma, pode-se distinguir os seguintes problemas: *cinemática direta* e *cinemática inversa*. O primeiro refere-se à determinação de um método geral sistemático para descrever o movimento do efetuador como uma função do movimento das juntas. O último refere-se ao problema inverso; sua solução é de fundamental importância para transformar o movimento desejado naturalmente prescrito ao efetuador no correspondente movimento das juntas. Por outro lado, a *cinemática diferencial* estabelece uma relação entre as velocidades das juntas e as correspondentes velocidade linear e angular do efetuador.

12.2.1 Cinemática de um manipulador robótico

A configuração do efetuador de um manipulador é completamente descrita pela sua posição e orientação com respeito a um sistema de coordenadas de referência (Paul, 1981; Craig, 1986; Sciavicco e Siciliano, 2000).

A posição de um ponto P sobre o efetuador (Figura 12.3) com respeito ao sistema de coordenadas (ortonormal) de referência $\bar{E}_1 = [\bar{x}_1 \ \bar{y}_1 \ \bar{z}_1]$ é dada pelo vetor $\vec{p} = p_x \bar{x}_1 + p_y \bar{y}_1 + p_z \bar{z}_1$, onde p_x, p_y, p_z são as coordenadas do vetor \vec{p} no sistema de coordenadas \bar{E}_1 definidas por

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}.$$

A orientação do efetuador é definida pela orientação de um sistema de coordenadas $\bar{E}_2 = [\bar{x}_2 \ \bar{y}_2 \ \bar{z}_2]$ fixo ao corpo com respeito ao sistema de coordenadas de referência \bar{E}_1 (Figura 12.3). Assim, a matriz de rotação $R_{12} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (também chamada de orientação, atitude ou matriz de co-senos diretores) que descreve a rotação relativa entre os sistema de coordenadas \bar{E}_2 e \bar{E}_1 , é dada por

$$R_{12} = [x_{12} \ y_{12} \ z_{12}] \quad (12.1)$$

onde $x_{12} \in \mathbb{R}^3, y_{12} \in \mathbb{R}^3, z_{12} \in \mathbb{R}^3$ são as coordenadas das componentes do sistema de coordenadas \bar{E}_2 (i.e. $\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2$) no sistema de coordenadas \bar{E}_1 .

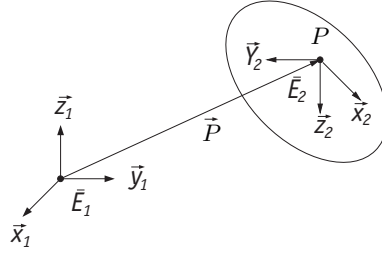


FIGURA 12.3: Posição e orientação de um corpo rígido.

A matriz de rotação $R \in SO(3)$, onde $SO(3)$ é denominado *Grupo Especial Ortonormal* (Murray, Li e Sastry, 1994) de dimensão 3 definido por: $SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : R^T R = I, \det(R) = 1\}$.

A matriz de rotação R_{12} tem 3 interpretações geométricas equivalentes: 1) representa a orientação do sistema de coordenadas \bar{E}_2 com respeito a \bar{E}_1 . As colunas são os co-senos diretores dos eixos do sistema de coordenadas \bar{E}_2 com respeito a \bar{E}_1 ; 2) representa a transformação das coordenadas de um vetor representado em \bar{E}_2 para as coordenadas deste vetor representado em \bar{E}_1 (supondo sistema com origens comuns); 3) representa a operação de rotação de um vetor p_2 para um vetor p_1 no sistema de coordenadas \bar{E}_1 , isto é, $p_1 = R_{12}p_2$.

Rotações podem ser compostas mediante multiplicação de matrizes. Por exemplo, considere que R_{12} é a orientação do sistema de coordenadas \bar{E}_2 com respeito a \bar{E}_1 , e que R_{23} é a orientação de \bar{E}_3 com respeito a \bar{E}_2 . Então a orientação de \bar{E}_3 com respeito a \bar{E}_1 é dada por $R_{13} = R_{12}R_{23}$. Vale ressaltar que o produto de matrizes de orientação não é comutativo.

Entretanto, matrizes de rotação fornecem uma descrição redundante da orientação. De fato, devido a considerar sistemas de coordenadas ortonormais, essas matrizes são caracterizadas por 9 elementos satisfazendo 6 restrições, o que implica que 3 parâmetros são suficientes para descrever a orientação. Uma representação em termos de 3 parâmetros independentes é denominada de *representação mínima*. As representações mínimas, em geral, são obtidas ao compor 3 rotações elementares. Em robótica comumente são utilizados os chamados ângulos de Euler ZYZ, $[\phi, \theta, \psi]$, definidos da seguinte forma:

$$R = R_z(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi)$$

onde $R_k(\alpha)$ é a rotação elementar ao redor do eixo k por um ângulo α . Uma outra representação muito utilizada são os ângulos de *roll-pitch-yaw* definidos pela composição das transformações elementares ZYX, $R = R_z(\phi)R_y(\theta)R_x(\psi)$, onde ψ é o *yaw*, θ é o *pitch* e ϕ é o *roll*³.

Do ponto de vista de controle, um problema importante é que não existe um conjunto mínimo de coordenadas que represente completamente $SO(3)$ (Goldstein, 1980; Murray et al., 1994). A singularidade das representações

³Na literatura aeroespacial a definição dos ângulos de *roll-pitch-yaw* é dada por: ψ é o *roll*, θ é o *pitch* e ϕ é o *yaw*.

mínimas, que são os pontos onde a representação não é única, caracterizam a principal dificuldade do controle.

Uma representação com 4 parâmetros com boas características computacionais e sem singularidades (Murray et al., 1994) é o *quatérnio unitário*.

Por último, uma forma compacta de representar a configuração (posição e orientação) de um corpo rígido é através do *grupo* de transformações homogêneas:

$$T = \begin{bmatrix} R & p \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (12.2)$$

12.2.2 Cinemática direta

Um manipulador consiste de uma série de corpos rígidos (elos) conectados por meio de juntas de *revolução* (ou *rotação*), *prismáticas*, *cilíndricas* ou *esféricas*. As juntas de revolução e as juntas prismáticas são os tipos mais comuns encontrados em robôs manipuladores.

A estrutura mecânica de um manipulador é caracterizada por um número de graus de mobilidade que determinam sua configuração de forma única. Cada grau de mobilidade é tipicamente associado com uma articulação de junta e constitui uma *variável de junta* (ângulo ou deslocamento). Então, o objetivo da cinemática direta é calcular a *posição* e a *orientação* do efetuador como uma função das variáveis das juntas.

A cinemática direta pode ser calculada utilizando uma *análise geométrica* da estrutura do manipulador. Assim, a partir de conceitos básicos de trigonometria, pode-se determinar a cinemática direta para um dado manipulador.

Porém, quando a estrutura do manipulador é complexa e o número de juntas aumenta, é preferível adotar uma solução geral sistemática. Para isto, considera-se um manipulador constituído por uma cadeia aberta de $(n + 1)$ elos conectados por n juntas. Assume-se aqui que cada junta contribui com um grau de mobilidade, correspondendo a uma variável de junta (Figura 12.4).

O procedimento para o cálculo da cinemática direta consiste em descrever a relação cinemática entre elos consecutivos e então obter a completa descrição da cinemática do manipulador de modo recursivo.

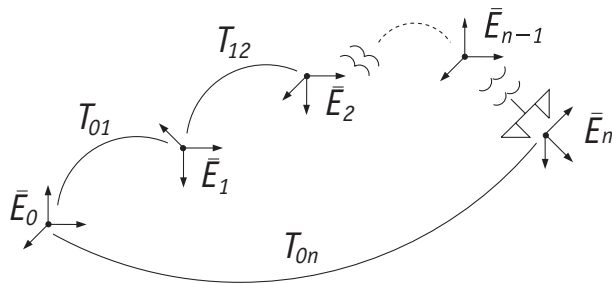


FIGURA 12.4: Transformações de coordenadas de uma cadeia cinemática aberta.

Para este propósito, define-se um sistema de coordenadas fixado em cada elo, a partir do elo 0 para o elo n . Então, a transformação homogênea descrevendo a posição e orientação do sistema de coordenadas \bar{E}_n com respeito ao sistema de coordenadas \bar{E}_0 é dada pelo produto de transformações homogêneas

$$T_{0n}(\theta) = T_{01}(\theta_1) T_{12}(\theta_2) \cdots T_{n-1,n}(\theta_n), \quad (12.3)$$

onde $\theta = [\theta_1 \cdots \theta_n]$ é o vetor das variáveis das juntas.

Neste enfoque, a transformação homogênea descrevendo a configuração (posição e orientação) do efetuador com respeito ao sistema de coordenadas da base (Figura 12.5) pode ser obtida como

$$T_{be}(\theta) = T_{b0} T_{0n}(\theta) T_{ne} = \begin{bmatrix} R_{be} & p_{be} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}, \quad (12.4)$$

onde T_{b0} e T_{ne} são transformações homogêneas constantes descrevendo a posição e orientação do sistema de coordenadas \bar{E}_0 com respeito ao sistema de coordenadas da base, e do sistema de coordenadas do efetuador com respeito ao sistema de coordenadas \bar{E}_n .

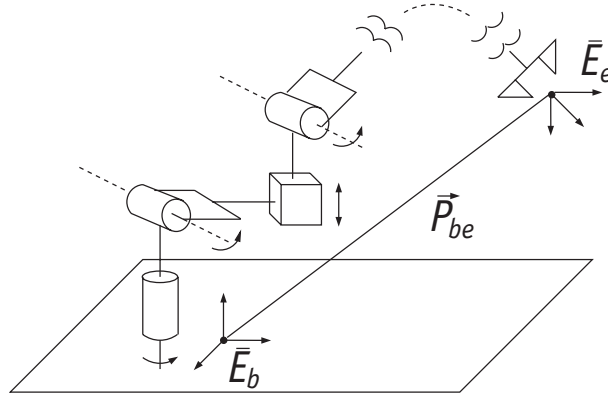


FIGURA 12.5: Descrição da posição e orientação de um robô manipulador.

A transformação homogênea $T_{i,i+1}(\theta_i)$ depende de onde foram fixados os sistemas de coordenadas \bar{E}_i e \bar{E}_{i+1} . Uma convenção muito utilizada na área de robótica é a de *Denavit-Hartenberg* (Spong e Vidyasagar, 1989; Sciavicco e Siciliano, 2000). Nessa convenção cada $T_{i-1,i}(\theta_i)$ é composto utilizando 4 transformações básicas (2 rotações e 2 translações). Desta forma, mediante a escolha adequada dos sistemas de coordenadas, de forma que certos cancelamentos ocorram, são necessários somente 4 parâmetros para descrever $T_{i-1,i}(\theta_i)$ (numa forma geral são necessários 6 parâmetros para descrever T , 3 para p e R respectivamente).

Por outro lado, a *cinemática inversa* consiste na determinação das variáveis das juntas correspondentes a uma dada posição e orientação do efetuador. A solução deste problema é de importância fundamental para transformar as especificações de movimento, associadas ao efetuador no espaço operacional, em

movimentos correspondentes no espaço das juntas que permitam a execução do movimento desejado.

Ao contrário da equação de cinemática direta, onde podemos determinar de forma unívoca a posição e orientação do efetuador, o problema de cinemática inversa é muito mais complexo, pois as equações são em geral não-lineares, e portanto não é sempre possível encontrar uma *solução em forma fechada*. Além disto, pode-se apresentar as seguintes situações: *múltiplas soluções*, *infinitas soluções* (caso de redundância cinemática) e *inexistência de soluções admissíveis* (Sciavicco e Siciliano, 2000).

A solução da cinemática inversa de um manipulador é simplificada quando existe algum tipo de desacoplamento cinemático. Métodos numéricos baseados na cinemática diferencial também podem ser utilizados. Existe ainda um método mais sistemático baseado nos subproblemas de Paden-Kahan (Murray et al., 1994), onde o problema é dividido em vários subproblemas.

12.2.3 Espaço das juntas e espaço operacional

Do ponto de vista de controle, uma dificuldade do problema cinemático reside na parametrização da orientação de um corpo, $R \in SO(3)$. As representações comumente utilizadas são ângulos de Euler, *roll-pitch-yaw* e quatérnios. Desse modo, considerando a posição e uma representação da orientação do efetuador, é possível descrever a configuração de um manipulador através de

$$x = \begin{bmatrix} p_{be} \\ \phi_{be} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m. \quad (12.5)$$

onde $m = 3 + r$, r sendo a dimensão do espaço da representação de orientação.

A configuração x é definida no espaço em que a tarefa do manipulador é especificada; portanto, este espaço é denominado *espaço operacional* de dimensão m .

Por outro lado, o *espaço das juntas* representa o espaço onde é definido o vetor de variáveis das juntas

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad (12.6)$$

Então, considerando a dependência da posição e orientação com relação às variáveis das juntas, a equação de cinemática direta pode ser escrita na forma

$$x = k(\theta). \quad (12.7)$$

A função $k(\cdot)$, em geral não-linear, permite a determinação das variáveis do espaço operacional a partir do conhecimento das variáveis do espaço das juntas.

12.3 Cinemática diferencial

A cinemática diferencial estabelece a relação entre as *velocidades das juntas* e as correspondentes *velocidades linear e angular* do efetuador. Este mapeamento é descrito através do *Jacobiano Geométrico* (Sciavicco e Siciliano, 2000), que em geral depende da configuração do manipulador.

Por outro lado, se a configuração do efetuador é expressa em termos de uma *representação mínima* no espaço operacional, então é possível calcular a matriz jacobiana através de diferenciação da função de cinemática direta com respeito às variáveis das juntas. O jacobiano resultante, denominado *Jacobiano Analítico* (Sciavicco e Siciliano, 2000), em geral difere do geométrico.

O jacobiano constitui uma das mais importantes ferramentas para caracterização do manipulador; de fato, ele é útil para encontrar configurações singulares, analisar redundância, determinar algoritmos de controle cinemático, descrever o mapeamento entre forças aplicadas no efetuador a torques resultantes nas juntas (*estática*) e projetar esquemas de controle no espaço operacional.

12.3.1 Jacobiano geométrico

O jacobiano geométrico expressa as velocidades linear \vec{v} e angular $\vec{\omega}$ como uma função das velocidades das juntas $\dot{\theta}$, isto é,

$$\vec{v} = \bar{J}_p(\theta) \dot{\theta}, \quad \vec{\omega} = \bar{J}_o(\theta) \dot{\theta}, \quad (12.8)$$

onde \bar{J}_p é operador relativo à contribuição das velocidades das juntas $\dot{\theta}$ para a velocidade linear do efetuador v enquanto \bar{J}_o é o operador relativo à contribuição das velocidades das juntas $\dot{\theta}$ para a velocidade angular do efetuador ω .

As equações (12.8) podem ser reescritas em uma forma mais compacta dada por

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_p(\theta) \\ \bar{J}_o(\theta) \end{bmatrix} \dot{\theta} = \bar{J}(\theta) \dot{\theta}, \quad (12.9)$$

que representa a equação de cinemática diferencial do manipulador.

O jacobiano pode ser representado em diferentes sistemas de coordenadas, dependendo de onde a velocidade do efetuador seja descrita.

12.3.2 Jacobiano analítico

A velocidade translacional do efetuador pode ser expressa como a derivada temporal da posição do efetuador, isto é,

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} = J_p(\theta) \dot{\theta}. \quad (12.10)$$

Considerando que a orientação do efetuador $R \in SO(3)$ pode ser representada por uma parametrização ϕ , a derivada desta parametrização é dada por

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \dot{\theta} = J_\phi(\theta) \dot{\theta}. \quad (12.11)$$

Assim, a equação de cinemática diferencial pode ser obtida como uma derivada temporal da equação de cinemática direta em (12.7), isto é,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p(\theta) \\ J_\phi(\theta) \end{bmatrix} \dot{\theta} = J_a(\theta) \dot{\theta}, \quad (12.12)$$

onde o operador *Jacobiano Analítico* do manipulador

$$J_a = \frac{\partial k}{\partial \theta}, \quad (12.13)$$

é diferente do operador *Jacobiano Geométrico* \bar{J} , uma vez que a velocidade angular ω não é dada por $\dot{\phi}$.

Uma vez que a relação entre ω e $\dot{\phi}$ seja estabelecida, o jacobiano analítico pode ser relacionado ao jacobiano geométrico como:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & J_\phi(\phi) \end{bmatrix} V = T_r(x) V, \quad (12.14)$$

que em vista de (12.9) e (12.12), conduz a

$$J_a(\theta) = T_r(x) \bar{J}(\theta) \quad (12.15)$$

onde, de acordo com (12.14), tem-se que $\dot{p} = v$.

12.4 Controle cinemático

Considera-se o problema de controle cinemático de um manipulador robótico. Assume-se aqui que a dinâmica do manipulador pode ser desprezada. Esta hipótese é aceitável para manipuladores que apresentam elevados fatores de redução nas engrenagens ou quando baixas velocidades são utilizadas durante a realização de tarefas.

Então, considerando que a maioria dos manipuladores geralmente possui uma malha de controle de velocidade em nível de juntas (Figura 12.6), para uma entrada $u = \dot{\theta}_d$ e um controle de alto ganho, isto é, $K \rightarrow \infty$, tem-se que $e \rightarrow 0$ e conseqüentemente $u \approx \dot{\theta}$.

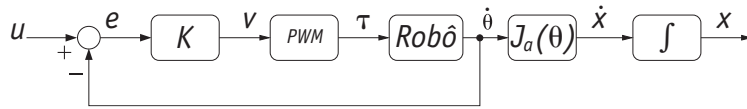


FIGURA 12.6: Malha de controle de velocidade de um manipulador robótico.

Portanto, o movimento do manipulador pode ser descrito por

$$\dot{\theta}_i = u_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (12.16)$$

onde u_i é um sinal de controle de velocidade aplicado ao motor da i -ésima junta.

Supondo que o objetivo de controle para uma dada tarefa seja levar a configuração do manipulador de uma condição inicial (p, R) para uma condição desejada (p_d, R_d) , é preciso estabelecer uma métrica para o erro.

O erro de posição do efetuador é dado simplesmente por

$$e_p = p_d - p, \quad (12.17)$$

onde p_d e p representam a posição desejada e a posição atual do efetuador, respectivamente.

Pareceria natural utilizar $e_o = R_d - R$ para representar o erro de orientação. Porém, esta abordagem não é adequada, uma vez que neste caso $e_o \notin SO(3)$. Portanto, para determinar um algoritmo de controle cinemático baseado em uma determinada representação de orientação, um erro de orientação adequado deve então ser definido.

O erro de orientação pode ser representado por uma matriz de erro de orientação $R_e \in SO(3)$, que pode ser definida de acordo com os seguintes enfoques: *Enfoque Inercial*, onde $R_e = R_d R^T$; *Enfoque do Corpo*, onde $R_e = R^T R_d$.

12.4.1 Controle cinemático de um manipulador robótico

Considere a configuração do efetuador dada pela transformação de cinemática direta $x = k(\theta)$ onde θ é o vetor dos ângulos das juntas do manipulador e x é baseada numa representação mínima da orientação. Assume-se que o objetivo de controle seja descrito por

$$x(t) \rightarrow x_d(t), \quad \text{isto é,} \quad e(t) = x_d(t) - x(t) \rightarrow 0 \quad \text{para} \quad t \rightarrow \infty \quad (12.18)$$

Assim, considerando o problema de controle do ponto de vista da cinemática diferencial e considerando o sinal de controle (12.16), o problema pode ser escrito como:

$$\dot{x} = J_a(\theta) u. \quad (12.19)$$

No caso em que o jacobiano J_a seja uma matriz quadrada ($n \times n$) não-singular nas condições de operação, uma lei de controle que lineariza o sistema ($\dot{x} = \bar{u}$) é dada por

$$u = J_a^{-1}(\theta) \bar{u}, \quad (12.20)$$

Para o problema de seguimento de trajetórias e para evitar erros de estado estacionário, a lei de controle \bar{u} pode ser escolhida como sendo um controle proporcional mais um termo de antecipação ou *feedforward* (Figura 12.7):

$$\bar{u} = \dot{x}_d + K(x_d - x) \quad (12.21)$$

A equação de erro do sistema em malha fechada é dada por

$$\dot{e} + K e = 0, \quad (12.22)$$

e sendo K uma matriz *positiva definida* (geralmente diagonal), o ponto de equilíbrio $e = 0$ é *assintoticamente estável*.

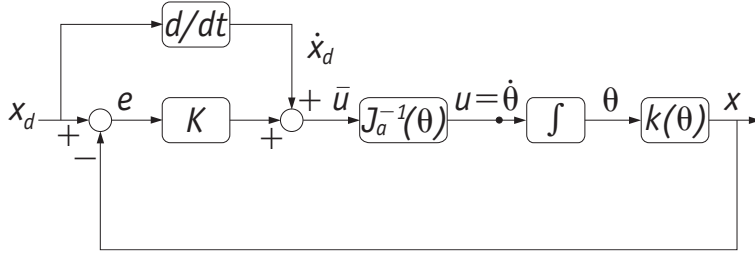


FIGURA 12.7: Controle cinemático de um manipulador robótico.

Em (12.21), a velocidade desejada \dot{x}_d é necessária no caso de seguimento de trajetórias para evitar a existência de um erro de estado estacionário não nulo. No caso de \dot{x}_d não ser disponível, ao invés de um controle proporcional, poderiam ser utilizadas leis de controle do tipo PI ou PID.

12.5 Dinâmica

A dinâmica estuda o movimento de um sistema levando em consideração as forças que produzem o movimento. A dinâmica de um manipulador rígido de n elos é convenientemente descrita pela formulação Lagrangiana e Hamiltoniana (Murray et al., 1994). No enfoque Lagrangiano, as variáveis de juntas θ são um conjunto adequado de coordenadas generalizadas.

A *energia cinética* de um manipulador é dada por (Spong e Vidyasagar, 1989):

$$K(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M(\theta) \dot{\theta}$$

onde a matriz de inércia $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é simétrica e positiva definida, isto é, $M(\theta) = M^T(\theta) > 0$ para todo $\theta \in \mathbb{R}^n$.

Por outro lado, no caso de robôs rígidos, a *energia potencial* devida à gravidade é definida pela função diferenciável $P = g(\theta)$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ (Spong e Vidyasagar, 1989). Desta forma, a formulação é baseada no Lagrangiano do sistema mecânico definido como,

$$L(\theta, \dot{\theta}) = K(\theta, \dot{\theta}) - P(\theta)$$

e as equações de movimento do sistema são dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau$$

onde $\tau \in \mathbb{R}^n$ são os torques (forças) aplicados nas juntas.

Considerando a energia cinética do manipulador, a equação dinâmica do manipulador pode ser escrita em forma compacta como:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \quad (12.23)$$

onde $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz das forças centrípetas/Coriolis e $G = \partial g(\theta)/\partial \theta \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de gravidade.

Os efeitos do atrito nas juntas e de forças externas no efetuador podem ser incluídos no modelo dinâmico do manipulador:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + F(\theta)\dot{\theta} + G(\theta) = \tau - J^T(\theta)f_{ext}$$

onde $J(\theta)$ é o jacobiano do manipulador, f_{ext} é uma força externa aplicada no efetuador e $F(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa os efeitos de atrito nas juntas. É importante notar a dualidade velocidade-força fornecida pelo jacobiano do manipulador. No caso de força, $J^T(\theta)$ relaciona a força/torque aplicada no efetuador com a respectiva força/torque nas juntas, isto é, $\tau = J^T(\theta)f$.

A dinâmica (12.23) possui um número importante de propriedades que são fundamentais para a análise e o projeto de sistemas de controle (Sciavicco e Siciliano, 2000).

O modelo dinâmico no espaço operacional é dado por:

$$\bar{M}\ddot{x} + \bar{C}\dot{x} + \bar{G} = f \quad (12.24)$$

onde $\bar{M}, \bar{C}, \bar{G}$ são definidas em termos da posição e velocidade das juntas: $\bar{M}(\theta) = J^{-T}MJ^{-1}$; $\bar{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{x} = \bar{M}JM^{-1}C\dot{\theta} - \bar{M}\dot{J}\dot{\theta}$; $\bar{G}(\theta) = \bar{M}JM^{-1}G$ e $f = J^{-T}\tau$ sendo a força generalizada (forças/torques) aplicada ao efetuador equivalente aos torques aplicados nas juntas. As propriedades de \bar{M}, \bar{C} são similares a suas matrizes correspondentes no espaço de juntas. No entanto, deve ser notado que a validade do modelo cartesiano está restrito a movimentos em que o jacobiano do manipulador $J(\theta)$ não é singular.

12.6 Controle de movimento de robôs

O problema do controle de movimento de sistemas robóticos consiste em determinar as forças generalizadas a serem desenvolvidas pelos atuadores das juntas, de modo que uma tarefa desejada seja executada, satisfazendo especificações de transitório e de regime permanente. Um exemplo simples é posicionar o manipulador numa postura desejada a partir de uma condição inicial genérica.

Em geral, podem ser consideradas 2 situações diferentes: movimento livre no espaço ou movimento com restrições/interação com forças do ambiente (contato).

No que segue, apresentamos os esquemas de controle mais comuns encontrados na literatura. O problema a ser considerado é o controle do sistema (12.23) e o objetivo de controle consiste em determinar τ tal que é $\theta(t) \rightarrow \theta_d(t)$, onde $\theta_d(t)$ define a trajetória desejada do manipulador no espaço de juntas.

12.6.1 Controle independente de juntas

Este tipo de controle é em geral utilizado em manipuladores industriais, e é adequado para manipuladores com grandes relações de transmissão e para

seguimento de trajetórias lentas. Neste enfoque, cada junta é controlada de forma independente.

Considere um manipulador acionado por motores com relação de transmissão K_r :

$$\theta_m = K_r \theta; \quad \tau_m = K_r^{-1} \tau \quad (12.25)$$

onde $K_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é em geral diagonal e θ_m e τ_m são a posição angular e o torque no eixo do motor respectivamente.

Além disto, considera-se que M pode ser expressa como:

$$M(\theta) = \bar{M} + \Delta M(\theta) \quad (12.26)$$

onde $\bar{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz diagonal, constante positiva definida $\bar{M} > 0$.

Então, substituindo (12.25) e (12.26) em (12.23) tem-se

$$\tau_m = K_r^{-1} \tau = K_r^{-1} \bar{M} K_r^{-1} \ddot{\theta}_m + K_r^{-1} \Delta M K_r^{-1} \ddot{\theta}_m + K_r^{-1} C K_r^{-1} \dot{\theta}_m + K_r^{-1} G \quad (12.27)$$

No caso de grandes relações de transmissão, isto é, se $K_r \gg 1$, os termos relativos a ΔM , C e G podem ser considerados como sendo perturbações do sistema.

Desta forma, a dinâmica do manipulador pode ser escrita como (Figura 12.8)

$$\tau_m = M_e \ddot{\theta}_m + d \quad (12.28)$$

onde

$$M_e = K_r^{-1} \bar{M} K_r^{-1}; \quad d = K_r^{-1} \Delta M K_r^{-1} \ddot{\theta}_m + K_r^{-1} C K_r^{-1} \dot{\theta}_m + K_r^{-1} G$$

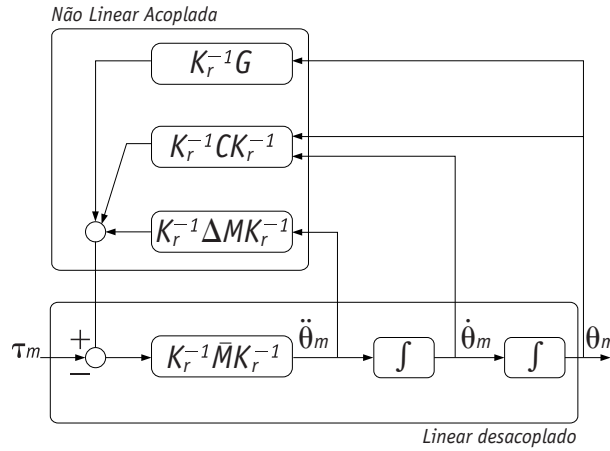


FIGURA 12.8: Modelo do manipulador para controle de juntas independente.

Pode ser notado que o sistema (12.28), no caso de $d = 0$, pode ser controlado como um sistema descentralizado. Dado que M_e é diagonal, o sistema é representando por um conjunto de n duplo integradores independentes. Para $K_r \gg 1$ e velocidades baixas, o sinal d pode ser considerado como uma

pequena perturbação. Desta forma, uma lei de controle pode ser definida utilizando controle clássico (Franklin, Powell e Emani-Naeini, 2002), por exemplo utilizando controladores PD, PID, P-PI, *Lead-Lag*. Além disto, se a velocidade e aceleração desejada das juntas $\dot{\theta}_d(t)$ e $\ddot{\theta}_d(t)$ são também conhecidas, pode ser adicionado ao sinal de controle um termo *feedforward* com esta informação. Alguns exemplos de tais leis de controle são dados a seguir:

$$\begin{aligned} \text{PID:} \quad \tau_m &= K_p(\theta_d - \theta_m) - K_d\dot{\theta}_m + K_i \int (\theta_d - \theta_m) dt \\ \text{P-PI:} \quad \tau_m &= K_d e_2 + K_i \int e_2 dt; \quad e_2 = K_p(\theta_d - \theta_m) - \dot{\theta}_m \\ \text{PD + Feedforward:} \quad \tau_m &= K_p(\theta_d - \theta_m) - K_d\dot{\theta}_m + K_1\dot{\theta}_d + K_2\ddot{\theta}_d \end{aligned} \quad (12.29)$$

No caso de manipuladores robóticos acionados com motores DC, o modelo deste tipo de motores pode ser incluído no projeto de controle passando o sistema a ser controlado por tensão V_a . O projeto de controle é de novo realizado utilizando técnicas de controle clássico (alocação de pólos, projeto frequencial, etc.)

12.6.2 Controle PD com compensação da gravidade

O esquema de controle descentralizado apresentado na seção anterior funciona relativamente bem para grandes relações de transmissão e velocidades baixas. Sem tais condições, com por exemplo quando são utilizados motores *Direct Drive*, o desempenho do controle pode degradar-se, devido às interações entre os elos do manipulador que deixam de ser desprezíveis. Neste caso, o modelo completo do manipulador deve ser levado em consideração no projeto de controle.

Consideremos primeiramente o problema de regulação ($\theta_d = cte$, $\dot{\theta}_d = 0$) e suponha que a matriz de gravidade $G(\theta)$ é conhecida.

Definindo o erro como $\tilde{\theta} = \theta_d - \theta$, uma lei de controle obtida por um projeto baseado no método direto de Lyapunov (ver Capítulos 6 e 9 do volume II) (Khalil, 1996) é dada por:

$$\tau = K_p\tilde{\theta} - K_d\dot{\tilde{\theta}} + G(\theta)$$

podendo-se provar que o ponto de equilíbrio $\theta = \theta_d$, $\dot{\theta} = 0$ é assintoticamente globalmente estável.

12.6.3 Controle PD com torque computado

O projeto de controle apresentado acima não pode ser estendido para o caso de seguimento de trajetórias. Uma solução para o problema de seguimento é baseada em linearização por realimentação, que na literatura de robótica é conhecida como *torque computado*.

Suponha-se, inicialmente, que são conhecidos M, C, G em (12.23). Além disso, é comum considerar que θ e $\dot{\theta}$ estão sendo medidos e que, além da trajetória desejada $\theta_d(t)$, também são disponíveis $\dot{\theta}_d$ e $\ddot{\theta}_d$.

Uma forma de linearizar o sistema é considerar o torque computado por (12.23) e definir uma lei de controle:

$$\tau = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + u) + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) \quad (12.30)$$

Com isso, o sistema em malha fechado é dado por um conjunto de duplo integradores desacoplados:

$$\ddot{\tilde{\theta}} = u$$

onde $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$.

Utilizando uma lei de controle do tipo PD:

$$u = -K_p \tilde{\theta} - K_d \dot{\tilde{\theta}}; \quad K_p \in \mathbb{R}^{n \times n}, K_d \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (12.31)$$

tem-se que o erro do sistema é governado pela equação dinâmica linear dada por:

$$\ddot{\tilde{\theta}} + K_d \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} = 0$$

Então, para $K_p > 0$ e $K_d > 0$, tem-se o ponto de equilíbrio $\tilde{\theta} = \dot{\tilde{\theta}} = 0$ é globalmente exponencialmente estável.

Agora considere o caso em que M, C e G são conhecidas nominalmente através de seus valores nominais $\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$. Então, o torque computado (12.30) somente poderá ser especificado em função destes valores nominais, isto é,

$$\tau = \hat{M}(\theta)(\ddot{\theta}_d + u) + \hat{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \hat{G}(\theta)$$

e o sistema em malha fechada passa a ser dado por

$$M\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + G = \hat{M}u + \hat{C}\dot{\theta} + \hat{G}$$

podendo ser reescrito da seguinte forma

$$\ddot{\theta} = u - d, \quad d = (M^{-1}\hat{M} - I)u - M^{-1}(C\dot{\theta} + G - \hat{C}\dot{\theta} - \hat{G}) \quad (12.32)$$

O sistema (12.32) representa um conjunto de duplo integradores desacoplados submetido a uma perturbação dependente do estado do sistema. Neste caso a utilização do sinal de controle u (12.31) apresentará uma degradação no desempenho do sistema e causará um erro de estado estacionário. No entanto, quando a perturbação é pequena o desempenho pode ser ainda satisfatório. Caso contrário, uma parte integral pode ser adicionada no sinal de controle (12.31) com a finalidade de robustecer esta lei de controle.

Deve ser observado que a perturbação d em (12.32) está diretamente relacionada com o erro de modelagem (no caso em que $M = \hat{M}$ e $\hat{N} \equiv 0$ tem-se que $d \equiv 0$). Quando o erro de modelagem é considerável, as leis de controle clássicas podem não apresentar um desempenho adequado.

12.7 Controle de força

O controle de força é necessário em tarefas onde seja necessário interagir com o ambiente, como por exemplo: montagem, esmerilhamento, moagem, furação, limpeza (p. ex., de um vidro de janela), escrita com uma caneta de ponta de feltro ou giz, etc.

Nesses casos, controle de posição apenas é insuficiente. Um pequeno erro de posição num manipulador rígido pode ser perigoso (p. ex., amassar a ponta da caneta, estragar o efetuator, etc). Há necessidade, portanto, de uma realimentação de força.

O controle de força pode ser realizado utilizando um sensor de força no punho do manipulador. Alternativamente, no caso de atuadores elétricos, as correntes consumidas estão relacionadas com força/toques nos eixos dos motores. No entanto, como a medição é indireta, qualquer erro de modelagem influenciará grandemente a medição.

12.7.1 Controle de rigidez

Para ilustrar uma estratégia de controle de força será considerado um único grau de liberdade do sistema da Figura 12.9. Considera-se que o manipulador está em contato com o ambiente com posição dada por x_a na Figura 12.9.

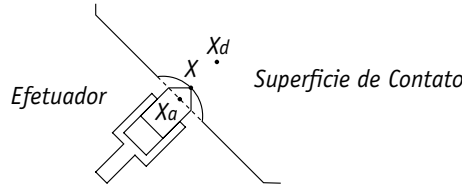


FIGURA 12.9: Interação de um manipulador com o ambiente.

Se a posição do manipulador $x > x_a$, então a força exercida sobre o ambiente é dada por

$$f_a = k_a (x - x_a) \quad (12.33)$$

onde k_a é a rigidez do ambiente. Esta rigidez inclui a do manipulador, do seu suporte, da ferramenta; assim como também a rigidez da superfície de contato.

Então, a equação dinâmica do sistema é da forma:

$$m\ddot{x} + k_a (x - x_a) = f;$$

onde f é a força de entrada. Este sistema de segunda ordem pode ser estabilizado utilizando uma lei de controle PD dada por:

$$f = k_p (x_d - x) - k_d \dot{x}; \quad k_p > 0, k_d > 0$$

O sistema resultante é estável e a posição e força em regime são dadas por

$$f_\infty = \frac{k_p k_a}{k_p + k_a} (x_d - x_a); \quad x_\infty = \frac{k_p x_d + k_a x_a}{k_p + k_a}$$

Se a rigidez do ambiente for grande ($k_a \gg k_p$), tem-se que $f_\infty = k_p(x_d - x_a)$ e $x_\infty = x_a$, onde k_p passa a ser a rigidez desejada do manipulador (vide (12.33)).

No caso geral de n graus de liberdade, a complacência pode ser definida com respeito ao sistema de coordenadas $E_c = \{\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}$ com origem \mathcal{O}_c , onde o efetuador está em contato com a superfície.

Tem-se que a força de restauração desejada para uma constante de rigidez $K_x \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ é dada por:

$$f = K_x \delta x$$

que é função do deslocamento δx .

Considerando a cinemática diferencial ($\delta x = J(\theta) \delta \theta$; $\tau = J^T(\theta)f$), o torque nas juntas é dado por:

$$\tau = J^T K_x J \delta \theta = K_q(\theta) \delta \theta$$

onde $K_q = J^T K_x J$ é chamada *matriz de rigidez das juntas*.

Uma lei de controle para obter a rigidez desejada é dada por:

$$\tau = J^T K_x J (\theta_d - \theta) + \tau_b$$

onde τ_b é um termo estabilizante (e.g: termo PD para proporcionar amortecimento adicional ou para compensar gravidade, etc.). Em estado estacionário, considerando que o sistema é estável, tem-se que a força na superfície é dada por $f = K_x \delta x$.

12.7.2 Controle de impedância

Uma outra estratégia para controle de força é conhecida como *controle de impedância*, onde é especificada uma relação de impedância entre força e velocidade (ou posição), isto é,

$$\frac{F_a(s)}{V(s)} = Z(s) \quad \text{ou} \quad \frac{F_a(s)}{X(s)} = sZ(s)$$

onde s é a variável de Laplace, F_a, V, X, Z são a força, velocidade, posição e impedância, respectivamente. No caso linear, a impedância desejada poderia ser:

$$sZ(s) = -(M_d s^2 + K_d s + K_p)$$

que define a resposta desejada do manipulador a uma força exercida pelo efetuador:

$$M_d \ddot{x} + K_d \dot{x} + K_p x = -f_a \quad (12.34)$$

Para resolver o problema de regulação, considere o modelo dinâmico (12.24). A impedância desejada $Z(s)$ (agora matricial diagonal) pode ser obtida utilizando uma lei de controle (Spong e Vidyasagar, 1989)

$$f = f_{ext} + \bar{M}(x)u + \bar{C}\dot{x} + \bar{G}, \quad u = -M_d^{-1}[K_p(x - x_d) + K_d\dot{x} - f_a] \quad (12.35)$$

onde f_{ext} é a força medida no efetuador. Esta lei de controle pode ser implementada no espaço de juntas utilizando a relação $\tau = J^T(\theta)f$. Desta forma, a resposta a uma entrada de força f_a tem a forma desejada (12.34).

12.7.3 Controle híbrido posição/força

O controle híbrido de posição e força combina a informação de forças/torques com dados de posição/velocidade segundo um modelo formal apresentado por Mason (Mason, 1981), onde são definidos 2 subespaços ortogonais complementares em força e movimento. Desse modo, as restrições em força e posição podem ser consideradas separadamente e os controladores de posição e força podem ser projetados separadamente.

Considerando matrizes de seleção $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $I - S$, as quais determinam que graus de liberdade devem ser controlados em força ou em posição, respectivamente, o sinal de controle pode ser desacoplado e cada controlador pode ser projetado de forma independente para cada subespaço satisfazer simultaneamente as especificações em força e posição. Uma escolha da matriz S para controlar força na direção z e posição no plano $x - y$ é dada por $S = \text{diag}\{0, 0, 1\}$.

Para o caso de regulação, considerando o modelo dinâmico no espaço operacional (12.24), o controle é dado por:

$$f_p = K_p(x_d - x) - K_d\dot{x} + \bar{G}, \quad f_f = K_f(f_d - f_{ext}) + K_{fi} \int_0^t (f_d - f_{ext}(\sigma)) d\sigma$$

onde f_{ext} é a força medida no efetuador, x_d e f_d são a posição e forças desejadas. O termo integral no controle de força adiciona robustez, com respeito a atraso e incertezas na rigidez, no caso de superfícies de contato muito rígidas (Wilfinger, Wen e Murphy, 1994).

Então, pode-se combinar os controles de posição e de força como:

$$f = S f_f + (I - S) f_p$$

O controle de posição pode ser realizado utilizando servovisão, caracterizando desta forma um esquema de controle híbrido visão/força (Leite, Lizaralde e Hsu, 2006).

12.8 Tópicos especiais

Uma maneira para aumentar a flexibilidade e o domínio da aplicação de robôs é integrar mais sensores no sistema robótico. Sensores óticos, tais como *câmeras*, são úteis uma vez que imitam o sentido humano de visão e permitem obter informações do ambiente sem contato. Em muitas aplicações, uma alternativa para aumentar a precisão global de um sistema é utilizar realimentação visual para realizar o controle de posição em malha fechada para o efetuador de um robô. Esta abordagem é conhecida como *servovisão* (Hill e Park, 1979; Baeten e Schutter, 2003; Dixon, Behal, Dawson e Nagarkatti, 2003).

Por outro lado, o controle considerando a dinâmica do manipulador pode ser elaborado em forma mais elegante aproveitando algumas propriedades do modelo dinâmico, em particular a propriedade de passividade (Ortega e

Spong, 1989). Esquemas de controle robustos e adaptativos podem ser propostos dentro deste contexto (Slotine e Li, 1991). O problema do controle de um veículo equipado com um manipulador (em geral utilizado para operações de intervenção, p.ex., cortes, soldagem, manipulação de válvulas, manutenção e construção de estruturas) pode também ser abordado utilizando técnicas similares para: veículos submarinos (McMillan, Orin e McGhee, 1995; Schjølberg e Fossen, 1994; Lizarralde, Wen e Hsu, 1995; Santos, Guenther, Martins e Pieri, 2005), sistemas satélite/manipulador (Egeland e Sagli, 1993) e manipuladores montados em robôs móveis com rodas (Yamamoto e Yun, 1994).