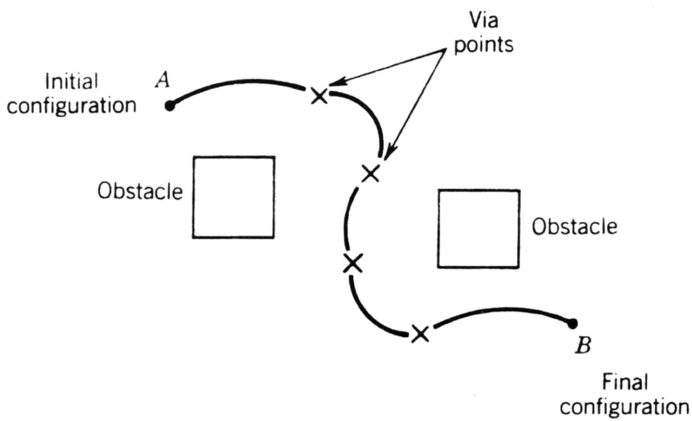
Planejamento de Trajetórias

Fernando Lizarralde
PEE-COPPE/UFRJ

Rio de Janeiro, 11 de agosto de 2018

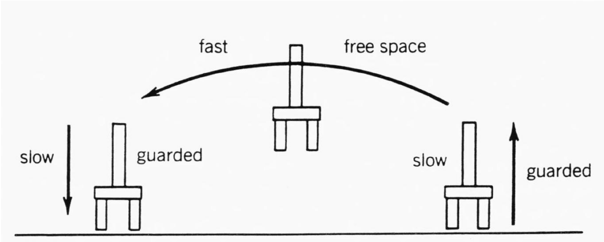
Planejamento de Trajetórias

Em alguns casos não é suficiente estabelecer os pontos iniciais e finais de uma trajetória:

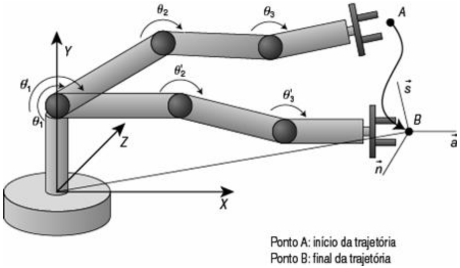


Geração de Trajetórias

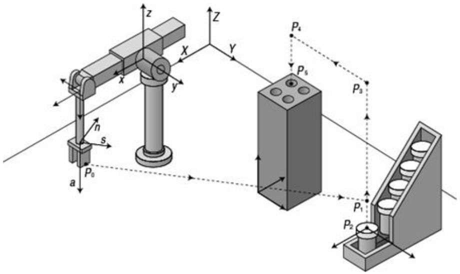
- A geração de trajetórias é realizada a partir do modelo geométrico do robô e representa a evolução no tempo da posição, da velocidade e da aceleração das juntas do robô.
- As trajetórias podem ser especificadas em coordenadas de juntas ou cartesianas.
- A obtenção de referências correspondentes às tarefas definidas no espaço operacional é denominada coordenação de movimentos.
- Para solucionar o problema da inversão do modelo geométrico, é utilizado o método analítico ou o método numérico.
- Para implementar um algoritmo de geração de trajetórias no espaço cartesiano, é necessário conhecer o modelo geométrico do robô e também os métodos para sua inversão.



Trajetória para movimentação da posição A até a B



Tarefa que necessita de um movimento em linha reta



Trajetórias no Espaço das Juntas

Neste caso é determinada a historia no tempo dos ângulos das juntas $\theta(t)$. Para isto tem que se levar em consideração alguns pontos:

- A geração da trajetória não deve demandar uma carga computacional grande;
- posições e velocidades das juntas devem ser funções suaves no tempo;
- Efeito não desejados devem ser minimizados, e.g. interpolação de pontos da trajetória com funções não suaves.

Interpolação Polinomial

Suponha que um elo é modelado pela equação:

$$J\,\dot{\omega} = \tau$$

sujeito à condição

$$\int_0^{t_f} \omega(t)\,dt = \theta_f - \theta_i$$

de forma a minimizar a função de custo

$$\int_0^{t_f} \tau^2(t)\,dt$$

Pode ser mostrado que a solução deste problema é do tipo:

$$\omega(t) = a\,t^2 + b\,t + c$$

Embora o modelo de um manipulador seja mais complicado, temos que esta é uma solução válida. Portanto a trajetória será gerada por:

$$\theta(t) = a_3\,t^3 + a_2\,t^2 + a_1\,t + a_0$$

resultando em

$$\dot{\theta}(t) = 3\ a_3\ t^2 + 2\ a_2\ t + a_1$$

$$\ddot{\theta}(t) = 6\ a_3\ t + 2a_2$$

Então supondo que seja desejável velocidade inicial e final nulas tem-se:

$$\begin{aligned} a_0 &= \theta_i \\ a_1 &= \dot{\theta}_i \\ a_3\ t_f^3 + a_2\ t_f^2 + a_1\ t_f + a_0 &= \theta_f \\ 3\ a_3\ t_f^2 + 2\ a_2\ t_f + a_1 &= \dot{\theta}_f \end{aligned}$$

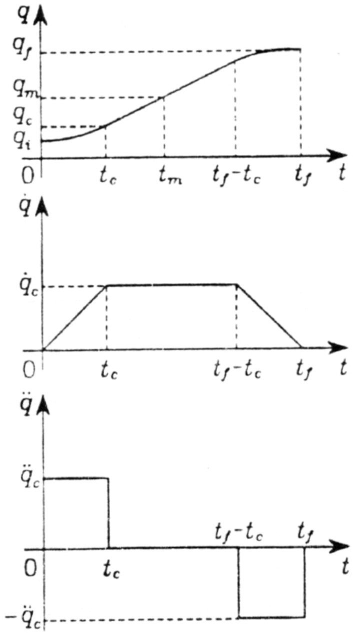
Neste caso a velocidade tem um perfil parabólico e a aceleração tem um perfil linear com descontinuidades em $t = 0$ e $t = t_f$.

Caso seja desejado especificar também os valores iniciais e finais da aceleração será necessário considerar a trajetória como sendo descrita por um polinômio de $5a$ ordem:

$$\theta(t) = a_5\ t^5 + a_4\ t^4 + a_3\ t^3 + a_2\ t^2 + a_1\ t + a_0$$

Perfil de velocidade trapezoidal

Esta opção é mais utilizada na prática porque permite verificar se a trajetória desejada se encontra dentro dos limites de velocidade e aceleração do equipamento.



Programação de tarefas de robôs

- A programação de tarefas de robôs é realizada no espaço das juntas.
- A trajetória angular, de mesma natureza dos sinais provenientes do transdutor de posição, serve de referência para o controlador de cada junta robótica, após interpolação.
- Na maioria das aplicações, a realização de tarefas está relacionada com o tipo de ferramenta utilizada, orientada a partir de um sistema de coordenadas cartesianas fixo à base do robô.
- Os movimentos desejados e as leis de controle estão em espaços diferentes.

Malha de controle de um robô