

# Introdução à Robótica

<http://www.coep.ufrj.br/gscar>



1/13

## Controle de Força

Fernando Lizarralde

PEE-COPPE/UFRJ

Rio de Janeiro, 26 de agosto de 2018



Voltar

Fechar



# Controle de Força

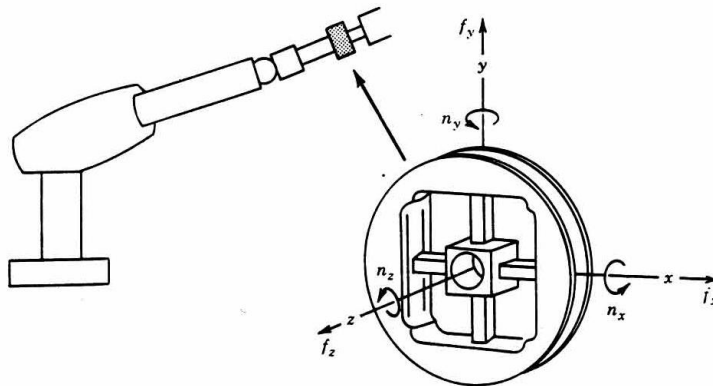
- **Controle de Posição:**
  - transferência de materiais,
  - soldagem de pontos,
  - tarefas que não exigem interferência significativa com o ambiente.
- **Controle de Força:** é necessário em tarefas tais como
  - montagem
  - esmerilhamento
  - moagem, trituração, etc.
  - furação
  - limpeza (de um vidro de janela...)
  - escrita com uma caneta de ponta de feltro ou giz, etc.



Nestes casos o controle de posição puro é insuficiente. Um pequeno erro de posição num robô rígido pode ser perigoso (quebrar o vidro, amassar a ponta da caneta, estragar o efetuador...).

Há necessidade de realimentação de força. Como fazer?

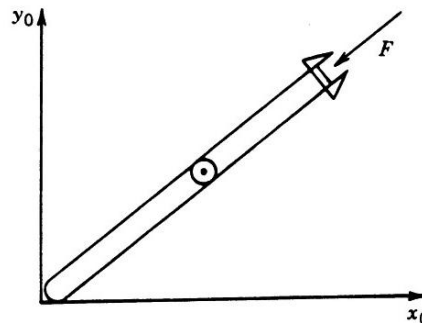
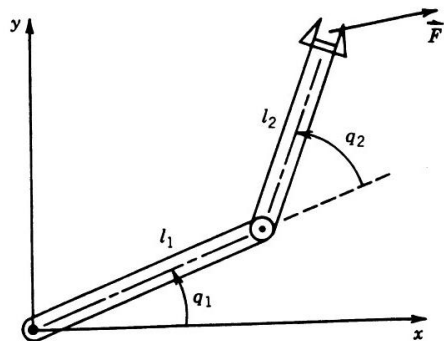
- usar sensor de força no punho;
- No caso de atuadores elétricos: as correntes indicam a força os toques nos eixos dos motores;
- Sensores de tato: nos dedos da mão robótica (gripper): para medir força de contato e de forma.



# Relações Estáticas Força/Torque

$$\tau = J(\theta)^T f$$

Exemplo: Manipulador planar de 2 elos



$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & a_1 c_1 + a_2 c_{12} & 1 \\ -a_2 s_{12} & a_2 c_{12} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

Singularidades?

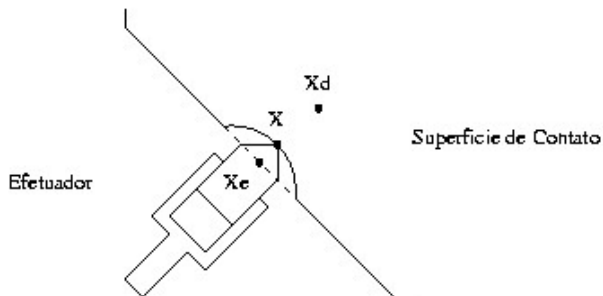
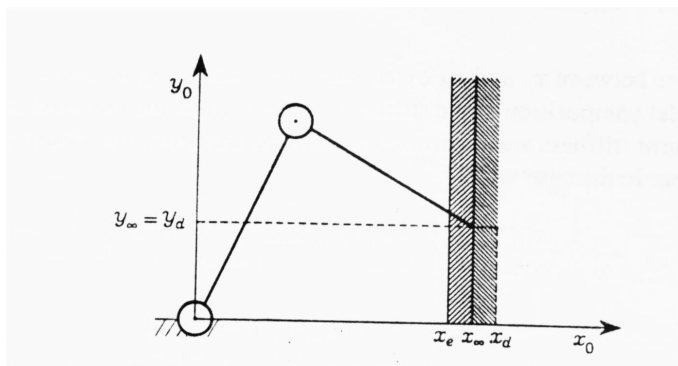


4/13



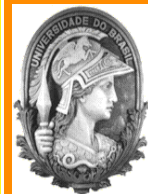
# Controle de rigidez de um grau de liberdade

Uma situação comum é dada por um manipulador planar de 2 elos em contato com um plano elasticamente complacente (mola).



Se  $x > x_e$ ,

$$f_e = k_e (x - x_e)$$



5/13



Voltar

Fechar



onde  $k_e$  é a rigidez do ambiente (incluindo a rigidez do manipulador, do seu suporte, da ferramenta, etc., bem como a da superfície de contato). Então a equação dinâmica do sistema é da forma:

$$m \ddot{x} + k_e (x - x_e) = f; \quad f : \text{ sinal de controle}$$

Uma lei de controle PD é dada por:

$$f = k_p (x_d - x) - k_v \dot{x}$$

O sistema resultante é **estável** e a força em regime é dada por

$$f_\infty = \frac{k_p k_e}{k_p + k_e} (x_d - x_e) \quad x_\infty = \frac{k_p x_d + k_e x_e}{k_p + k_e}$$

Se a rigidez do ambiente for grande ( $k_e \gg k_p$ ), tem-se que:

$$f_\infty = k_p (x_d - x_e) \quad x_\infty = x_e$$

**Observação:**  $k_p$  é a rigidez desejada do manipulador.



No caso geral de  $n$  graus de liberdade, a complacência pode ser definida com respeito ao sistema de coordenadas  $\bar{E}_c = \{\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}$  com origem  $O_c$ , onde o efetuador está em contato com a superfície.

Tem-se que a força de restauração desejada para uma constante de rigidez  $K_x$  é dada por:

$$f = K_x \delta x; \quad K_x \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

que é função do deslocamento  $\delta x$ .

Considerando a cinemática diferencial:

$$\begin{aligned} \delta x &= J(\theta) \delta \theta \\ \tau &= J^T(\theta) f \end{aligned}$$

Então o torque nas juntas é dado por:

$$\tau = J^T K_x J \delta \theta = K_q(\theta) \delta \theta$$

$K_q = J^T K_x J$  é chamada **Matriz de Rigidez das Juntas** ( $K_x$  é em geral diagonal mas não  $K_q$ ).



Uma lei de controle para obter a rigidez desejada é dada por:

$$\tau = J^T K_x J (\theta_d - \theta) + \tau_b$$

onde  $\tau_b$  é um termo estabilizante (e.g: termo PD para proporcionar amortecimento adicional ou para compensar gravidade, etc.).

Em estado estacionário, considerando que o sistema é estável, tem-se que a força na superfície é dada por:

$$f = K_x \delta x$$



8/13



Voltar

Fechar



# Controle de Impedância

Deseja-se especificar uma relação do tipo **impedância** entre força e velocidade (ou posição), i.e.,

$$\frac{F_e(s)}{V(s)} = Z(s)$$

ou

$$\frac{F_e(s)}{x(s)} = s Z(s)$$

No caso unidimensional a impedância desejada poderia ser:

$$sZ(s) = -(M_d s^2 + K_d s + K_p)$$

que define a equação diferencial:

$$M_d \ddot{x} + K_d \dot{x} + K_p x = -f_e$$

Esta seria a resposta desejada do manipulador a uma força exercida pelo efetuador.



## Implementação para regulação:

Considere o modelo dinâmico de um manipulador:

$$\bar{M}(x) \ddot{x} + \bar{C}(x, \dot{x}) \dot{x} + \bar{G}(x) = f - f_{ext}$$

Seja  $Z$  a impedância desejada (agora matricial diagonal).

Então devemos ter

$$f = f_{ext} + \bar{M}(x) u + \bar{C}(x, \dot{x}) \dot{x} + \bar{G}(x)$$

Conseqüentemente

$$u = -M_d^{-1} [K_p (x - x_d) + K_d \dot{x} - f_e]$$

com

$$\tau = J^T(\theta) f$$

Ficamos então com a resposta a uma entrada de força  $f_e$  dada por:

$$M_d \ddot{\tilde{x}} + K_d \dot{\tilde{x}} + K_p \tilde{x} = -f_e$$



# Controle Híbrido Posição/Força

- O controle híbrido de posição e força combina a informação de F/T com dados de posição/velocidade.
- O modelo formal foi apresentado por Mason (1981)
- São definidos 2 subespaços ortogonais complementares em força e movimento.
- As restrições em força e posição podem ser consideradas separadamente e os controladores de posição e força podem ser projetados separadamente.
- Considerando a matriz de seleção  $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  e  $(I-S)$ , as quais determinam que graus de liberdade devem ser controlados em força ou em posição, respectivamente, o sinal de controle pode ser desacoplado
- Cada controlador pode ser projetado de forma independente para cada subespaço satisfazer simultaneamente as especificações em força e posição.



Uma escolha da matriz  $S$  para controlar força na direção  $z$  e posição no plano  $x - y$  é dada por:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para o caso de **regulação**, considerando o modelo dinâmico no espaço operacional, o controle é dado por:

$$f_p = K_p(x_d - x) - K_d\dot{x} + \bar{G},$$

e um controle de força:

$$f_f = K_f(f_d - f_{ext}) + K_{fi} \int_0^t (f_d - f_{ext}(\sigma)) d\sigma$$

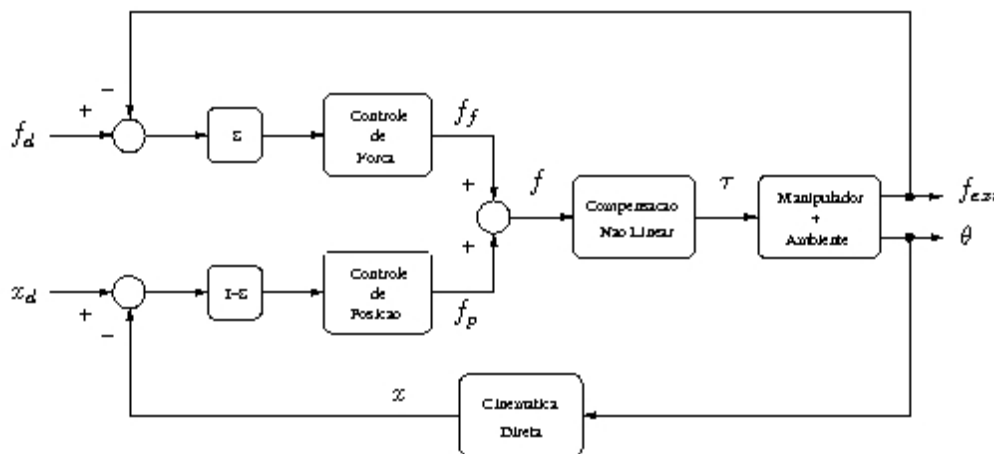
$f_{ext}$ : é a força medida no efetuador,  
 $x_d$  e  $f_d$ : são a posição e forças desejadas.

O **termo integral** em  $f_f$  adiciona robustez, com respeito a atraso e incertezas na rigidez, no caso de superfícies de contato muito rígidas.

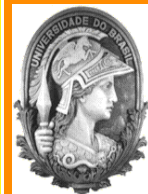


Então podem-se combinar os controles de posição e de força como:

$$f = S f_f + (I - S) f_p$$



O controle de posição pode ser realizado utilizando servo-visão, caracterizando desta forma um esquema de controle híbrido visão/força.



13/13



Voltar

Fechar