

# Introdução à Robótica

<http://www.coep.ufrj.br/gscar>



1/4

## Dinâmica de um Manipulador: Determinação de $C(\theta, \dot{\theta})$

Fernando Lizarralde

PEE-COPPE/UFRJ

Rio de Janeiro, 11 de agosto de 2018



Voltar

Fechar



# Dinâmica de Manipuladores Robóticos

A equação dinâmica de um manipulador robótico é dada por:

$$M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G(\theta) = \tau$$

onde

- ângulo da juntas:  $\theta \in \mathbb{R}^n$
- torque:  $\tau \in \mathbb{R}^n$
- matriz de inércia do Manipulador:  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$
- matriz das forças centrípetas/Coriolis:  $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$
- vetor de gravidade:  $G \in \mathbb{R}^n$

$$C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} = \dot{M}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M_1(\theta) \dot{\theta} \\ \vdots \\ \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M_n(\theta) \dot{\theta} \end{bmatrix}$$





# Cálculo de $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$

Considerando que:

$$\dot{M}(\theta, \dot{\theta}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial M}{\partial \theta_i} \dot{\theta}_i = \sum_{i=1}^n M_i(\theta) \dot{\theta}_i$$

que implica que

$$\dot{M}(\theta, \dot{\theta})z = \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i M_i(\theta)z = \overbrace{[M_1 z \cdots M_n z]}^{M_D(\theta, z)} \dot{\theta} = M_D(\theta, z) \dot{\theta}$$

Pela definição de  $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  e  $M_D$  tem-se que:

$$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \dot{M}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} - \frac{1}{2} M_D^T(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta}$$



conseqüentemente como  $\dot{M}(\theta, \dot{\theta})z = M_D(\theta, z)\dot{\theta}$  tem-se

$$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = M_D(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - \frac{1}{2}M_D^T(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \underbrace{\left[M_D(\theta, \dot{\theta}) - \frac{1}{2}M_D^T(\theta, \dot{\theta})\right]\dot{\theta}}_{C(\theta, \dot{\theta})}$$

Por tanto tem-se que

$$C(\theta, \dot{\theta}) = M_D(\theta, \dot{\theta}) - \frac{1}{2}M_D^T(\theta, \dot{\theta})$$

Está escolha de  $C(\theta, \dot{\theta})$  não é única (vide Símbolos de Chrisoffels no Livro do Sciavicco e Siciliano).

