**Форма № Н-6.01**

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного моделювання

**КУРСОВА РОБОТА**

на тему:

**Моделювання очистки еколого-водного середовища**

Студента (ки) \_\_4\_\_ курсу \_\_401\_ групи

напряму підготовки

6.040302 – «Інформатика»

Недбайло А.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник доцент, канд. фіз.-мат. наук Готинчан Т.І.

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Національна шкала \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кількість балів: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Оцінка: ECTS \_\_\_\_\_

**Члени комісії** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

м. Чернівці – 2016 рік

# 

**Анотація**

У курсовій роботі змодельована очистка річок на території Буковинської області за допомогою мови програмування JavaScript та розроблена візуалізація даної моделі в середовищі NextGIS.

**Зміст**

[Вступ 4](#_Toc475886180)

[Розділ І. Моделі процесів забруднення та очищення річкових вод 5](#_Toc475886181)

[1.1 Огляд поширених математичних моделей динаміки якості води в річках 5](#_Toc475886182)

[1.2 Математична модель зміни динаміки якості річкових вод 8](#_Toc475886183)

[1.2.1 Модель зміни якості річкової води у фіксованій координаті простору 8](#_Toc475886184)

[1.2.2 Модель зміни якості річкової води з урахуванням просторової розподіленості параметрів 10](#_Toc475886185)

[1.3.3 Алгоритм розв’язування математична модель динаміки якості річкової води 13](#_Toc475886186)

[1.3.3.1 Математична модель другого порядку 13](#_Toc475886187)

[Розділ ІІ. Розробка засобами мови програмування JavaScript та середовища NextGIS 14](#_Toc475886188)

[2.1 Постановка задачі 14](#_Toc475886189)

[2.2 Програмне забезпечення 14](#_Toc475886190)

[2.3 Опис мови JavaScript та розробка модуля 15](#_Toc475886191)

[Висновки 16](#_Toc475886192)

[Література 17](#_Toc475886193)

# Вступ

Стан еко-водних систем на території України погіршується з кожним роком. Забруднення водойм спричинене кислотними дощами, витіком нафти, скиданням неочищених комунально-побутових та промислових стічних вод, а також ерозією грунтів, тому еко-водні системи на території України потребують постійного контролю та очистки [http://studbooks.net/56681/ekologiya/zagryaznenie\_vod\_ukrainy].

Існує багато математичних моделей очистки забруднених еко-водних систем, які є описом динаміки якості річкових вод [Мокін В.Б., Мокін Б.І. М74 Математичні моделі та програми для оцінювання якості річкових вод. — Вінниця: Універсум-Вінниця, 2000. — 152 с.].

З розвитком промисловості на території України виникла необхідність в очистці еко-водних систем, і, як наслідок, у візуалізації поточного стану водойм та стану водойм в динаміці. Таку задачу можна вирішити запрограмувавши математичну модель очистки річки на мові JavaScript, та, візуалізувавши її в середовищі NextGIS, яка дозволяє не тільки побачити графічний результат, а й передавати динамічні дані через базу даних, отримати цілісну картину проблеми та її вирішення.

Існує багато програм такого типу, проте саме NextGIS надає можливість користуватися відкритим програмним забезпеченням, даними та методологіями в області геоінформатики.

У курсовій роботі розроблено моделювання очистки забруднених річок Чернівецької області. Курсова робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, додатків.

Перший розділ присвячений огляду поширених математичних моделей динаміки якості води в річках, моделі зміни якості річкової води у фіксованій координаті простору та з урахуванням просторової розподіленості параметрів, узагальненій математичній моделі динаміки якості річкової води, ідентифікації математичної моделі другого порядку. Другий розділ складається з постановки задачі, розробки візуалізації за допомогою програмного забезпечення, розробки модуля запрограмованої математичної моделі.

# Розділ І. Моделі процесів забруднення та очищення річкових вод

## 1.1 Огляд поширених математичних моделей динаміки якості води в річках

Станом на 2017 рік в світі розроблено багато математичних моделей, які слугують описом якості води річок [4. Розробка методів ідентифікації математичних моделей динаміки якості річкових вод та алгоритмів збору необхідної для цього інформації: Звіт про НДР (проміжн.) / Винниц. гос. техн. ун-т. — 47-Д-172; № ДР 0197U012588; Інв. № 0298U000657.— К., 1998.— 85 с.].

В моделюванні будемо використовувати в якості об’єктів середні та малі рівнинні річки, а моделювання виконуватимемо по одній просторовій координаті – *z,* вісь якої спрямована вздовж течії річки.

*До моделей, які враховують лише процеси розбавлення вод*, відносять найбільш поширену модель В.А. Фролова — І.Д. Родзиллера для консервативних речовин. [105. Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов — приемников сточных вод.— М.: Стройиздат, 1984.— 263 с., Фролов В.А. Определение степени смешения сточных вод с водой водотока // Производственные сточные воды.— Вып. 2.— М.: Медгиз, 1950.— С. 134—141]

|  |  |
| --- | --- |
| де — | значення концентрації речовини в річковій воді; |
| — | час; |
| — | середнє значення в створі повного змішування; |
| — | деяка нелінійна функція, вираз якої виведений  В.А. Фроловим на основі аналізу розмірностей — характеризує зменшення концентрації за рахунок процесів розбавлення. |

Моделі, що основані на диференціальному рівнянні другого порядку в частинних похідних, в якому зміна значення x моделюється як в часі , так і в просторі, описані в роботах В.М. Маккавеєва, А.В. Караушева, А.М. Айтсама, Х.А. Вельнера, Л.Л. Паалю, М.А. Бесценної, М.А. Руффель. [53. Караушев А.В., Шварцман А.Я., Бесценная М.А. Теоретическое и экспериментальное изучение разбавления сточных вод в реках и водоемах // Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. — Т.9. — Л.: Гидрометеоиздат. — 1976. — С. 27—35., Практические рекомендации по расчету разбавления сточных вод в реках, озерах и водохранилищах / Под ред. А.В. Караушева. — Л.: Фотоофсетн. лаборатория ВНИГЛ ГГИ, 1970. — 90 с, Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов — приемников сточных вод.— М.: Стройиздат, 1984.— 263 с.] Наприклад, для однієї просторової координати *z* пропонується модель:

з початковими та граничними умовами

|  |  |
| --- | --- |
| де — | коефіцієнт турбулентної дифузії; |
| — | довжина ділянки річки, що моделюється; |
| — | залежність значень від координати в межах ділянки моделювання в початковий момент часу; |
| — | залежність значень від часу на вході ( = 0) і на  виході ( =) ділянки моделювання, відповідно; |

*Серед моделей, що враховують процеси самоочищення річки,* *але без урахування процесів забарвлення,* найбільш поширеними є моделі у вигляді диференціального рівняння першого порядку. [138. Яковлев C.В., Каpюхина T.А. Биохимичеcкие пpоцеccы в очиcтке cточных вод.— M.: Cтpойиздат, 1980.— 200 c., 140. Яцык А.В. Экологические основы рационального водопользования. — К.: Генеза, 1997. — 628 с].

1. Прості лінійні моделі, основані на звичайному диференціальному рівнянні першого порядку [10. Бойчук Л.М. Имитационное моделирование речных 119 водохранилищ на основе интегральных инвариантов линейных динамических систем // Автоматика. — 1985.— № 6.— C. 64—73., 105. Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов — приемников сточных вод.— М.: Стройиздат, 1984.— 263 с. , 111. Семевский Ф.Н., Семенов С.М. Математическое моделирование экологических процессов.— Л.: Гидрометеоиздат, 1982.— 279 c.]:

|  |  |
| --- | --- |
| де — | коефіцієнт розпаду забруднювальної речовини за одиницю часу, так звана константа розпаду першого порядку (1/с); |
| — | значення в початковий момент часу = 0; |

2. Нелінійні моделі Моно [12. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках.— М.: Наука, 1983.— 300 с. 13. Вавилин В.А., Ваcильев В.Б. Математичеcкое моделиpование пpоцеccов биологичеcкой очиcтки cточных вод активным илом. — M.: Hаука, 1979. — 119 c.]:

|  |  |
| --- | --- |
| де — | константи напівнасичення для забруднювальних речовин; |
| — | концентрація у воді деякої хімічної речовини чи вміст бактерій або мікроорганізмів; |
| — | максимальна швидкість розкладання забруднювальної речовини. |

3. Балансовані моделі. Наприклад, модель зміни концентрації розчиненого у воді кисню, зокрема модель Стритера –Фелпса [156. Streeter H.W., Phelps E.B. A Study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River // Bulleten U. S. Public Health Service. — № 146.—1925.—P. 37—42.]:

|  |  |
| --- | --- |
| де — | концентрації розчиненого у річковій воді кисню; |
| — | концентрація насичення для кисню у річковій воді; |
| — | величина біохімічного споживання кисню (концентрація легкоокислювальних органічних речовин); |
| — | стала швидкості реаерації для розчиненого у річковій воді кисню; |
| — | константа розпаду першого порядку для легкоокислювальних органічних речовин. |

*Моделями третього типу, тобто тими, які враховують всі процеси самоочищення разом із розбавленням,* є моделі першого типу, доповнені моделями другого типу.

1. Моделі, основані на узагальненому рівнянні нерозривності для елемента хімічного процесу [53. Караушев А.В., Шварцман А.Я., Бесценная М.А. Теоретическое и экспериментальное изучение разбавления сточных вод в реках и водоемах // Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. — Т.9. — Л.: Гидрометеоиздат. — 1976. — С. 27—35.]:

з початковими та граничними умовами

|  |  |
| --- | --- |
| де — | коефіцієнт масопередачі; |
| — | площа поверхні передачі компонента між фазами на одиницю об’єму — питома площа поверхні передачі; |
| — | джерела або стоки компонента; |

1. Балансові моделі [105. Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов — приемников сточных вод.— М.: Стройиздат, 1984.— 263 с., 141. Beck M.B., Young P.C. A Dynamic Model for DO-BOD Relationships in a Non-Tidal Stream // Water Research.—1975.—V. 9.— P. 769—776.], подібні до моделі Стритера — Фелпса (1.8), але є стаціонарним розв’язком диференціального рівняння в частинних похідних не першого, а другого порядку [149. Mathematical Models in Water Pollution Control / Edited by A. James. — John Wiley and Sons Ltd.: New York, Chichester, Brisbane, Toronto, 1978. — 470 p.]:

|  |  |
| --- | --- |
| де () — | деякий лінійний оператор; |

Прикладом таких моделей слугують модель Дриснека — Доббінса та модель Доббінса — Кемпа[146. Dresnack R., Dobbins W.E. Numerical Analysis of BOD and DO profiles // Proc. A.S.C.E., J. Sanit. Eng. Div.—1968.—V. 94 (SA5).—P. 789—807.].

## 1.2 Математична модель зміни динаміки якості річкових вод

# 

### 1.2.1 Модель зміни якості річкової води у фіксованій координаті простору

Зменшення концентрації хімічних речовин у водоймі спричиняє одночасно багато різних процесів, дія котрих починається одразу після надходження даної речовини до річки.

Процеси зміни якості річкової води протікають із різною швидкістю, тому їх взаємодію потрібно розглядати зі сторони послідовно-одночасноі події. *Це стає першою вихідною передумовою мотодики побудови моделі річки.*

*Упорядкування основних процесів самоочищення, без врахування процесу забарвлення стає другою вхідною передумовою.*

*Третьою предумовоюю є перенесення встановлених для хімічних показників закономірностей на показники бактеріологічні.*

*Врахувавши три вихідні передумови, побудуємо математичну модель зміни значень* хімічних та бактеріологічних показників якості річкової води.

Оскільки швидкість зміни значення показника якості води в будь-який момент часу пропорційна самому значенню показника, тому процес описуємо в часі [89. Мокін В.Б. Синтез моделі річки на основі упорядкування основних процесів // Вісник ВПІ. — 1997. — № 2. — С.: 43—48., 139. Яцало Б.И. О прогнозировании динамики экологических систем // Автоматика, 1987.— № 1.— С. 69—72.]:

|  |  |
| --- | --- |
| де — | величина показника якості води; |
| — | коефіцієнт пропорційності між швидкістю протікання процесів першої групи та значенням показника, на який вони діють; |

Це рівняння має розв’язок у вигляді:

Математичний опис послідовно-одночасних процесів, згідно з трьома вихідними передумовами: [89. Мокін В.Б. Синтез моделі річки на основі упорядкування основних процесів // Вісник ВПІ. — 1997. — № 2. — С.: 43—48.]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | (1.1) | |
|  | | (1.2) | |
|  | | (1.3) | |
|  | | (1.4) | |
|  | | (1.5) | |
| де — | це значення показника якості води (наприклад, концентрації будь-якої хімічної речовини), що моделюється; | |
| — | функція, яка враховує вплив *l*-ї (l = 1, 2 чи 3) кількості груп послідовно-одночасних процесів на зміну значення показника *x*; | |
| — | значення концентрації x(t) в початковий момент часу t = 0; | |
| *T* — | інтервал часу, для якого виконується моделювання; | |
| — | коефіцієнт пропорційності між швидкістю протікання процесів другої групи, за умови їх ізольованого протікання, та значенням показника, на який вони діють; множенням на коефіцієнт,враховується вплив процесів першої групи на процеси другої; | |
| — | коефіцієнт пропорційності між швидкістю протікання процесів третьої групи, за умови їх ізольованого протікання, та значенням показника, на який вони діють; множенням на додатковий коефіцієнт враховуються впливи процесів першої та другої груп на процеси третьої. | |

З рівняння (1.5) бачимо, що для трьох груп процесів, значення швидкості протікання процесів в разі зміни часу *t* від 0 до ∞ змінюється від 0 до .

*Розв’язки моделі* (1.1) з функціями (1.4) для двох процесів і (1.5) для трьох процесів мають вигляд відповідно[4. Розробка методів ідентифікації математичних моделей динаміки якості річкових вод та алгоритмів збору необхідної для цього інформації: Звіт про НДР (проміжн.) / Винниц. гос. техн. ун-т. — 47-Д-172; № ДР 0197U012588; Інв. № 0298U000657.— К., 1998.— 85 с., 89. Мокін В.Б. Синтез моделі річки на основі упорядкування основних процесів // Вісник ВПІ. — 1997. — № 2. — С.: 43—48.]:

,

де q – проміжна змінна інтегрування.

Опишемо динаміку значень показника якості води на всій елементарній ділянці річки, враховуючи координати і часу *t*, і простору *z.* Тобто на основі моделі (1.1)—(1.5) отримаємо просторово – розподілену математичну модель, врахувавши процес розбавлення.

### 1.2.2 Модель зміни якості річкової води з урахуванням просторової розподіленості параметрів

Для побудови просторово-розподіленої математичної моделі, яка описує зміну концентрації деякої хімічної речовини як в часі, так і в просторі використано методи математичної фізики.

Сутність виведення, здійсненого в роботі [82. Мокін Б.І., Мокін В.Б. Новий підхід до моделювання процесів в річкових системах / Труды Междунар. конф. “Физико- технические и технологические приложения математического моделирования”.— К.: ЗАО “Южполиграфсервис”, 1998.— С. 172—175.], полягає в тому, що будується баланс зміни концентрації деякої хімічної речовини для елементарного об’єму річкового водотоку, розташованого між двох достатньо близьких (по осі координат *z*) перетинів. В роботах [82. Мокін Б.І., Мокін В.Б. Новий підхід до моделювання процесів в річкових системах / Труды Междунар. конф. “Физико- технические и технологические приложения математического моделирования”.— К.: ЗАО “Южполиграфсервис”, 1998.— С. 172—175., 86. Мокін В.Б. Новий підхід до комп’ютерного моделювання динаміки річкових процесів / Зб. тез семінару "Сучасні проблеми водопостачання та знезараження стічних вод". — К.: Знання, 1998.— С. 15., 90. Мокін В.Б. Синтез просторово-розподіленої моделі річки на основі моделі упорядкування основних процесів // Вісник ВПІ. — 1997.— № 3. — С.: 52—56.] показано, що гідродинамічне рівняння матеріального балансу для річкового водотоку набуває вигляду:

,

,

|  |  |
| --- | --- |
| де — | аналог швидкісного коефіцієнта (м/с); |
| — | — аналог турбулентно- дифузного коефіцієнта (м2 /с). |

Оскільки кінцева математична модель повинна бути записана в класичному просторі змінних стану, то найбільш доцільним буде позбавитись змінної часу *t.* Отже, з *z = v ⋅ t* (модель записується для окремого об’єму річкового потоку, який переміщується вздовж осі *z* зі швидкістю течії річки *v* [53. Караушев А.В., Шварцман А.Я., Бесценная М.А. Теоретическое и экспериментальное изучение разбавления сточных вод в реках и водоемах // Труды IV Всесоюз. гидрол. съезда. — Т.9. — Л.: Гидрометеоиздат. — 1976. — С. 27—35., 105. Родзиллер И.Д. Прогноз качества воды водоемов — приемников сточных вод.— М.: Стройиздат, 1984.— 263 с., 127. Фролов В.А. Определение степени смешения сточных вод с водой водотока // Производственные сточные воды.— Вып. 2.— М.: Медгиз, 1950.— С. 134—141.] ). Після перетворень отримаємо [88. Мокін В.Б. Синтез математичної моделi у просторi стану показникiв якостi рiчкової води // Праці 4-ої Мiжнародної конф. "Контроль і управлiння в технiчних системах" (КУТС-97). — Т. 1. — Вiнниця: УНIВЕРСУМ-Вiнниця, 1997.— С. 168—173.]:

або, після перетворень [88. Мокін В.Б. Синтез математичної моделi у просторi стану показникiв якостi рiчкової води // Праці 4-ої Мiжнародної конф. "Контроль і управлiння в технiчних системах" (КУТС-97). — Т. 1. — Вiнниця: УНIВЕРСУМ-Вiнниця, 1997.— С. 168—173.]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.6) |
|  |  |

де – значення першої похідної від змінної *x* в початковий момент   
часу *t = 0.*

Введемо позначення:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.7) |
|  | (1.8) |

**З урахуванням позначень (1.7) та (1.8) рівняння (1.6) можна переписати в більш компактному вигляді :**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(1.9)** |
|  | **(1.10)** |

**де**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(1.11)** |
| **,** | **(1.12)** |
|  | **(1.13)** |
|  | **(1.14)** |
|  | **(1.15)** |
|  | **(1.16)** |

**Рівняння (1.9) є класичним лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку зі змінними коефіцієнтами.**

Запишемо модель (1.11) – (1.16) в класичному просторі змінних стану – в просторі стану показників якості річкової води [81. Мокін Б.І., Мокін В.Б. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів. — Ч.1: Ідентифікація електромеханічних процесів в лінійних детермінованих системах з зосередженими параметрами: Навчальний посібник. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1998. — 153 с., 88. Мокін В.Б. Синтез математичної моделi у просторi стану показникiв якостi рiчкової води // Праці 4-ої Мiжнародної конф. "Контроль і управлiння в технiчних системах" (КУТС-97). — Т. 1. — Вiнниця: УНIВЕРСУМ-Вiнниця, 1997.— С. 168—173.]. Для цього введемо такі змінні стану:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.17) |
|  | (1.18) |

Тоді модель (1.11) – (1.16) запишеться у вигляді :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.19) |
|  | (1.20) |
|  | (1.21) |

В класичній векторно-матричній формі модель (1.17)– (1.21) набуває вигляду, де

|  |  |
| --- | --- |
| де | (1.22) |
|  | (1.23) |
|  | (1.24) |

Математична модель (1.22) із позначеннями (1.23) – (1.24) має дуже компактний вигляд і може використовуватися для розв’язання різних задач, пов’язаних із моделюванням якості води в річці.

## 1.3.3 Алгоритм розв’язування математична модель динаміки якості річкової води

### 1.3.3.1 Математична модель другого порядку

Модель другого порядку має вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.25) |
|  | (1.26) |

Із позначеннями

|  |  |
| --- | --- |
| , | (1.27) |
|  | (1.28) |
|  | (1.29) |
|  | (1.30) |
|  | (1.31) |

Формули (1.28) – (1.31) є поєднанням формули (1.9)-(1.10) з

виразами (1.14)-(1.16).

Відомо, що в загальному випадку розв’язання диференціального рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами в аналітичному вигляді неможливе [50. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1971. — 576 с., 61. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. — 5-е изд. — М.: Наука, 1978. — 624 с., 63. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.П. Еругин, И.З. Штокало и др. — К.: Вища шк., 1974. — 472 с., 153. Ray W.H. Advanced Process Control. — Toronto, Lomdon, New York: McGraw — Hill Inc., 1981. — 363 p.]. А тому необхідно застосовувати чисельні методи. Однак рівняння (1.25) має одну особливість, котра унеможливлює його розв’язання за допомогою звичайних чисельних методів, подібних, наприклад, до методів Ейлера чи методів Рунге— Кутта різних порядків. Цією особливістю є його жорсткість.

В роботі (МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗАБРУДНЕННЯ ТА ОЧИЩЕННЯ РІЧКОВИХ ВОД

) виведено та доведено всі необхідні й достатні умови збіжності алгоритму та побудовано чисельний алгоритм розв’язування задачі.

# Розділ ІІ. Розробка засобами мови програмування JavaScript та середовища NextGIS

## 2.1 Постановка задачі

Користувач мобільного додатку надсилає геодані про точку забруднення про забруднення річки в Буковинській області до бази даних, яка знаходиться на сервері. На тому ж сервері встановлене програмне забезпечення NextGIS, яке під’єднане до спільнї бази даних для трьох користувачів. Моїм завданням є:

1. Під’єднання до бази даних.
2. Моделювання математичної моделі очистки за допомогою мови JavaScript.
3. Відображення результатів в системі NextGIS.

## 2.2 Програмне забезпечення

## 2.3 Опис мови JavaScript та розробка модуля

# Висновки

# Література

**Додаток А1**

**Додаток А2**

**Додаток А3**

**Додаток В1**