1. Lógica binaria (Verdadero o Falso)

Ejercicio 1. ★ Sean p y q variables proposicionales. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son *fórmulas bien formadas*?

a) $(p\neg q)$
d) $\neg(p)$
g) $(\neg p)$
b) $p \vee q \wedge True$
e) $(p \vee \neg p \wedge q)$
h) $(p \vee False)$
c) $(p \to \neg p \to q)$
f) $(True \wedge True \wedge True)$
i) $(p = q)$

$\vee$ "o" EXCLUYENTE
$\wedge$ "y"

1) a) $p \neg q$ ESTA NO

b) $p \vee q \wedge TRUE$ PREGUNTAR

c) $(p \to \neg p \to q)$
ESTA SÍ PREGUNTAR

d) $\neg (p)$ ESTA SÍ, PREGUNTAR

e) $p \vee \neg p \wedge q$
ESTA SÍ, PREGUNTAR

f) $TRUE \wedge TRUE \wedge TRUE$
ESTA NO, PREGUNTAR

g) $(\neg p)$ ESTA SÍ

h) $(p \vee FALSE)$
PREGUNTAR

i) $(p = q)$ VALE

Ejercicio 2

Monday, 27 March 2023 16:44

V "o"

∧ "y"

Ejercicio 2. ★ Sean $x : \mathbb{Z}$, $y : \mathbb{Z}$ y $z : \mathsf{Bool}$ tres variables. Indique cuáles de las siguientes expresiones están bien definidas teniendo en cuenta que estén bien tipadas las subexpresiones que correspondan.

a) $(1 = 0) \vee (x = y)$

b) $(x + 10) = y$

c) $(x \vee y)$

d) $z = \mathrm{true} \leftrightarrow (y = x)$

e) $(z = 0) \vee (z = 1)$

f) $y + (y < 0)$

Sí

2) Z : Bool 3 vars

1 = 0 V x = y

a) $\underbrace{(1 = 0)}_{\text{FALSE}} \vee \underbrace{(x = y)}_{\text{TRUE}}$

OR

Siempre es falso

No siempre es verdadero

b) $(\underbrace{x}_{\mathbb{Z}} + \underbrace{10}_{\mathbb{Z}}) = \underbrace{y}_{\mathbb{Z}}$ Bien tipada

c) $(x \vee y)$ Preguntar

$\mathbb{Z} \vee \mathbb{Z}$

d) $z = \mathrm{True} \longleftrightarrow (y = z)$

$z \to$ Bool

y: $\mathbb{Z}$, z: Bool

Z es verdadero si y solo si "y" es igual a Z

Y, es un numero entero, Z es un Bool.

$\therefore Z \neq \mathrm{True} \implies \mathrm{False}$.

Parece bien definida, aunque es falsa

e) $(z = 0) \vee (z = 1)$

Z es 0 o Z = 1

Z es un Bool, $\begin{cases} 1 = \mathrm{True} \\ 0 = \mathrm{False} \end{cases}$

Si considero esto está bien definida, sino no.

f) $\underbrace{y}_{\mathbb{Z}} + (\underbrace{y}_{\mathbb{Z}} < 0)$ Mal tipada.

?

Ejercicio 3 PREGUNTAR

Wednesday, March 29, 2023 4:10 PM

Ejercicio 3. La fórmula $(3 + 7 = \pi - 8) \wedge True$ es una fórmula bien formada. ¿Por qué? Justifique informal, pero detalladamente, su respuesta.

$$(3 + 7 = \pi - 8) \wedge True$$

$$(18 = \pi) \wedge True$$

Ejercicio 4

Monday, 27 March 2023 19:37

Ejercicio 4. ★ Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $(\neg a \vee b)$

b) $(c \vee (y \wedge x) \vee b)$

c) $\neg(c \vee y)$

d) $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$

e) $((c \vee y) \wedge (x \vee b))$

f) $(((c \vee y) \wedge (x \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge x) \vee b))$

g) $(\neg c \wedge \neg y)$

cuando el valor de verdad de a, b y c es *verdadero*, mientras que el de x e y es *falso*.

a) $(\neg a \vee b)$, $a \to T$, $b \to T$

$(\neg T \vee T)$

$(F \vee T) \to T$

b) $(c \vee (y \wedge x) \vee b)$: T, F, F, T

$(T \vee \underbrace{(F \wedge F)}_{F} \vee T)$

$T \vee F \vee T \to$ TRUE

c) $\neg(c \vee y)$: T, F

d) $(\underbrace{\neg(c \vee y)}_{F} \leftrightarrow \underbrace{(\neg c \wedge \neg y)}_{F}) \to$ TRUE

e) $((c \vee y) \wedge (x \vee b))$ → VER

T o F → V → T y F o T → V

VERDADERO o FALSO y FALSO o VERDADERO

$T \wedge T$

(VERDADERO y VERDADERO)

f) $(((c \vee y) \wedge (x \vee$

T, F → V → T; F → V → T

TRUE

g) $(\neg$

...ouvers

...ons

$$b)) \longleftrightarrow (c \lor \underbrace{(y \land x)}_{F \text{ and } F \,=\, \text{FALSE}}) \lor b))) \rightarrow \text{TRUE}$$

T T T

$$\longleftrightarrow \underbrace{\text{TRUE or FALSE or TRUE}}_{\text{TRUE}}$$

$$\underbrace{\quad}_{F}\; c \land \underbrace{\neg y}_{T})$$

F ∧ T

False

Ejercicio 5

Monday, 27 March 2023 19:47

p = LLUEVE   q = HACE CALOR

Ejercicio 5. Determinar, utilizando tablas de verdad, si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias.

a) $(p \vee \neg p)$
b) $(p \wedge \neg p)$
c) $((\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q))$
d) $((p \vee q) \rightarrow p)$
e) $(\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q))$
f) $(p \rightarrow p)$
g) $((p \wedge q) \rightarrow p)$
h) $((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$
i) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

5 a) $(p \vee \neg p)$

"LLUEVE O NO LLUEVE"

SIEMPRE ES VERDADERO TAUTOLOGÍA

5) c) $((\neg p \vee q) \longleftrightarrow (p \rightarrow q))$ ~> NO p o q si y solo si p ENTONCES q

NO LLUEVE O HACE CALOR SI Y SOLO SI LLUEVE ENTONCES HACE CALOR

p	q	¬p	¬p∨q	p → q	* ⟷ *
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

b) $(p \wedge \neg p)$ CONTRADICCIÓN

p	¬p	p∧¬p
V	F	F
F	V	F

d) $((p \vee q) \rightarrow p)$ CONTINGENCIA

			p∨q	→ p
T	F	T		
F	T	F	T	T
T	T	T	T	F
F	F	F	T	T
			F	T

h) $((p \wedge (q \vee r)) \longleftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$

ES LA DISTRIBUTIVA, SON EQUIVALENTES

O SEA ES UNA TAUTOLOGÍA

p	q	r	(q∨r)	p ∧ (q∨r)	p∧q	∨	p∧r
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F		F
F	F	T	T	F	F		F
F	F	F	F	F	F		F

¿. ES UNA TAUTOLOGÍA

e) $\left(\overbrace{\neg (p \wedge q)}^{*} \leftrightarrow \overbrace{(\neg p \vee \neg q)}^{*} \right)$

p	q	¬p	¬q	(p ∧ q)	¬(p ∧ q)	(¬p ∨ ¬q)	* ⟷ *
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

Ta...

F)

p	p → p
V	V
V	V

⟶ TAUTOLOGÍA

[illegible]

Ejercicio 6. ★ Dadas las proposiciones lógicas α y β, se dice que α es más fuerte que β si y sólo si $\alpha \to \beta$ es una tautología. En este caso, también decimos que β es más débil que α. Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

a) $True$, $False$

b) $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$

c) $True$, $True$

d) p, $(p \wedge q)$

e) $False$, $False$

f) p, $(p \vee q)$

g) p, q

h) p, $(p \to q)$

α MFQ si $\underbrace{\alpha \longrightarrow \beta}_{\text{TAUTOLOGÍA}}$

$\beta = \mathbb{Z}$

$\alpha = \mathbb{Z} \wedge PAR$

b) $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$

p	q	$\overbrace{p \wedge q}^{\alpha}$	$\overbrace{p \vee q}^{\beta}$	$p \wedge q \longrightarrow p \vee q$	$p \vee q \longrightarrow p \wedge q$
V	V	V	V	V	T
F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F
F	F	F	F	V	F

AFIRMA QUE ES UNA TAUTOLOGÍA

g) p, q

p	q	$p \longrightarrow q$	$q \longrightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

CONTINGENCIA

a) TRUE, FALSE

α	β
TRUE	TRUE
FALSE	TRUE
TRUE	FALSE
FALSE	FALSE

c) TRUE →

ES TAUTOLÓGICO

d)

$\overbrace{p}^{\alpha}$	q
V	V
F	V
V	F
F	F

$\to b$	
V	
F	
V	

NO ES UNA TAUTOLOGÍA

TNG

, ES MÁS TUCOPE?

$\overbrace{p \wedge q}^{\beta}$	$a \to \beta$
V	V
F	V
F	F
F	V

NO ES UNA TAUTOLOGÍA

Ejercicio 7 PREGUNTAR

Wednesday, 29 March 2023 19:02

Ejercicio 7. ★ Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

a)
- $((\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q)) \to (p \wedge q)$ $a \to b \leftrightarrow \neg a \vee b$
- $(p \wedge q)$

b)
- $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $\neg p \to (q \wedge r)$

c)
- $\neg(\neg p) \to (\neg(\neg p \wedge \neg q))$
- q

d)
- $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \to \neg(\neg p \vee q)$
- $p \wedge \neg q$

e)
- $(p \vee (\neg p \wedge q))$
- $\neg p \to q$

f)
- $\neg(p \wedge (q \wedge s))$
- $s \to (\neg p \vee \neg q)$

g)
- $p \to (q \wedge \neg(q \to r))$
- $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

a) $[((\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q)) \to (p \wedge q)] \longleftrightarrow p \wedge q$

p	q	¬p	¬q	¬p ∨ ¬q	p ∧ q	
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V

b) $((p \vee q) \wedge (p \vee r)) \longleftrightarrow (\neg p \rightarrow (q$

$(\neg p \rightarrow (q \wedge r))$

$\cap \gamma))$

Ejercicio 8 PREGUNTAR QUE FORMULA O COMO

Wednesday, March 29, 2023 7:56 PM

Ejercicio 8. Decimos que un conectivo es *expresable* mediante otros si es posible escribir una fórmula utilizando exclusivamente estos últimos y que tenga la misma tabla de verdad que el primero (es decir, son equivalentes). Por ejemplo, la disyunción es expresable mediante la conjunción más la negación, ya que $(p \vee q)$ tiene la misma tabla de verdad que $\neg(\neg p \wedge \neg q)$.

Mostrar que cualquier fórmula de la lógica proposicional que utilice los conectivos $\neg$ (negación), $\wedge$ (conjunción), $\vee$ (disyunción), $\rightarrow$ (implicación), $\leftrightarrow$ (equivalencia) puede reescribirse utilizando sólo los conectivos $\neg$ y $\vee$.

8) ME PIDE DEFINIR $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$

UTILIZANDO SOLAMENTE $\neg$, Y $\vee$.

LA IMPLICACIÓN ESTÁ EN LA TEORIA.

OSEA SI RECUERDO DE

Ejercicio 9

Monday, 27 March 2023 20:36

Ejercicio 9. ★ Sean las variables proposicionales f, e y m con los siguientes significados:

$$f \equiv \text{"es fin de semana"} \qquad e \equiv \text{"Juan estudia"} \qquad m \equiv \text{"Juan escucha música"}$$

a) Escribir usando lógica proposicional las siguientes oraciones:

- "Si es fin de semana, Juan estudia o escucha música, pero no ambas cosas"
- "Si no es fin de semana entonces Juan no estudia"
- "Cuando Juan estudia los fines de semana, lo hace escuchando música"

b) Asumiendo que valen las tres proposiciones anteriores ¿se puede deducir que Juan no estudia? Justificar usando argumentos de la lógica proposicional.

9a) - $F \to ((e \vee m) \wedge \neg(e \vee m))$

- $(\neg F) \to (\neg e)$

- $(e \wedge F) \to m$

b) i) $e \to \neg m$

$m \to \neg e$

$e \to m$ $\to$ e ES FALSO

Ejercicio 10

Wednesday, March 29, 2023 8:21 PM

Ejercicio 10. En la salita verde de un jardín se sabe que las siguientes circunstancias son ciertas:

a) Si todos conocen a Juan entonces todos conocen a Camila (podemos pensar que esto se debe a que siempre caminan juntos).

b) Si todos conocen a Juan, entonces que todos conozcan a Camila implica que todos conocen a Gonzalo.

La pregunta entonces es: ¿Es cierto que si todos conocen a Juan entonces todos conocen a Gonzalo? Justificar.

a) $J \to C$

b) $J \to C \to G$

¿$J \to G$?

Sí, pues si desde la premisa se dice que todos los que conocen a Camila $\to$ implica conocen a Gonzalo sí o sí.

Y además la 1ra premisa decía si todos conocen a Juan, entonces Con

$\therefore J \to C \to G$

Es una relación transitiva

gCEN A CAMiLY.

p q

Ejercicio 11. Siempre que Haroldo se pelea con sus compañeritos, vuelve a casa con un ojo morado. Si un día lo viéramos llegar con el ojo destrozado, podríamos sentirnos inclinados a concluir que se ha tomado a golpes de puño y cabezazos con los otros niñitos. ¿Puede identificar el error en el razonamiento anterior? *Pista:* Es conocido como *falacia de afirmar el consecuente.*

$$p \leftrightarrow q$$

EL ERROR ESTARÍA EN TOMARLO COMO UNA BIMPLICACIÓN PUES PUEDE PASAR QUE $P \to \neg q$, Y TAMBIÉN PUEDE PASAR QUE $\neg P \to q$.

Ejercicio 12

Wednesday, March 29, 2023 9:22 PM

Ejercicio 12. ★ Asignar un *valor de verdad* (*verdadero*, *falso* o *indefinido*) a cada una de las siguientes *expresiones aritméticas* en los reales.

a) $5 > 0$

b) $1 \leq 1$

c) $(5 + 3 - 8)^{-1} \neq 2$

d) $\frac{1}{0} = \frac{1}{0}$

e) $0 \cdot \sqrt{-1} = 0$

f) $\sqrt{-1} \cdot 0 = 0$

Ejercicio 16. ★ Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones cuando el valor de verdad de b y c es *verdadero*, el de a es *falso* y el de x e y es *indefinido*:

a) $(\neg x \vee_L b)$

b) $((c \vee_L (y \wedge_L a)) \vee b)$

c) $\neg(c \vee_L y)$

d) $(\neg(c \vee_L y) \leftrightarrow (\neg c \wedge_L \neg y))$

e) $((c \vee_L y) \wedge_L (a \vee_L b))$

f) $(((c \vee_L y) \wedge_L (a \vee_L b)) \leftrightarrow (c \vee_L (y \wedge_L a) \vee_L b))$

g) $(\neg c \wedge_L \neg y)$

L) $y \neq 0 \quad \wedge_L \quad \frac{x}{y}$

SE TERMINA ACÁ

a) $(\neg \underset{\downarrow\ \perp}{x} \vee_L \underset{\downarrow\ T}{b}) \rightsquigarrow (\neg \perp \vee_L T) \rightsquigarrow \perp \vee_L$

QUEDA INDETERMINADO

g) $(\underbrace{\neg \underset{T}{c}}_{F} \wedge_L \underbrace{\neg \underset{\perp}{y}}_{\perp}) \rightsquigarrow \quad = F$

Ejercicio 19

Monday, 27 March 2023 21:10

Ejercicio 19. Sean $P(x : \mathbb{Z})$ y $Q(x : \mathbb{Z})$ dos predicados cualesquiera que nunca se indefinen. Considerar los siguientes enunciados y su predicado asociado. Determinar, en cada caso, por qué el predicado no refleja correctamente el enunciado. Corregir los errores.

a) *"Todos los naturales menores a 10 que cumplen P, cumplen Q":*

pred $a()\{(\forall x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow_L (P(x) \wedge Q(x)))\}$

b) *"No hay ningún natural menor a 10 que cumpla P y Q":*

pred $b()\{\neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge P(x) \wedge \neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge Q(x)))))\}$

19) a) $(\forall x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow (P(x) \wedge Q(x)))$

$(\forall x : \mathbb{Z})\{[(0 < x < 10) \wedge P(x)]\} \rightarrow Q(x)$

b) $\neg[(\exists x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow (P(x) \wedge Q(x)))]$