RESUMEN PROBABILIDAD

EXPERIMENTO ALEATORIO Un fenómeno o experiencia se dice aleatorio cuando al repetirlo en condiciones análogas no se puede predecir el resultado. Si por el contrario, se puede predecir el resultado de una experiencia antes de realizarla, se dice que el experimento es determinista.

ESPACIO MUESTRAL es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio y se representa por Ω o E.

SUCESO ALEATORIO Es un suceso que ocurrirá o no dependiendo del azar.

SUCESO ELEMENTAL Cada elemento del espacio muestral E se llama suceso elemental.

El conjunto formado por todos los sucesos del espacio muestral se llama **ESPACIO DE SUCESOS S**. Es decir, el espacio de sucesos está formado por todos los subconjuntos del espacio muestral.
Si la experiencia aleatoria: lanzar una moneda $E = \{c, x\}$, el espacio de sucesos $S = \{\emptyset, \{c\}, \{x\}, \{c, x\}\}$

TIPOS DE SUCESOS

Suceso elemental formado por un solo elemento $A = \{3\}$

Suceso compuesto: formado por dos o más elementos $B = \{3, 5\}$

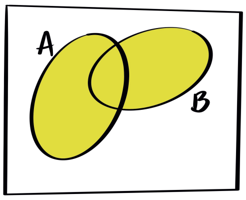
Suceso imposible es aquel que nunca se realiza, se representa por $\emptyset$.

Suceso seguro es el que se realiza siempre, Ω o E.

Suceso contrario o complementario de A y se representa por $\overline{A}$, al suceso que se realiza cuando no se realiza A. Sea $E = \{3, 4, 7, 8\}$ siendo $A=\{3\}$, el suceso contrario a A seria $\overline{A} = \{4, 7, 8\}$.
E

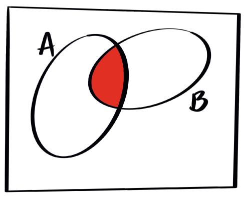
OPERACIONES CON SUCESOS

UNIÓN DE SUCESOS Dados dos sucesos A y B se llama unión de A y B y se representa por $A\cup B$, al suceso formado por todos los elementos de A y/o de B.



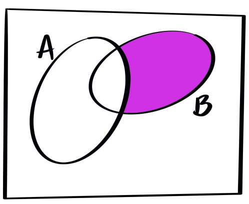
$A\cup B$

INTERSECCIÓN DE SUCESOS Dados dos sucesos A y B se llama suceso intersección de A y B y se representa por $A\cap B$, al suceso que está formado por todos los elementos de A y de B simultáneamente.

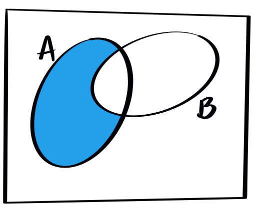


$A\cap B$

DIFERENCIA DE SUCESOS Dados dos sucesos A y B se llama suceso diferencia de A y B y se representa por $A\setminus B$ o $A-B$, al suceso $A\cap\overline{B}$. O sea, $A\setminus B$ está formado por todos los elementos de A que no están en B.

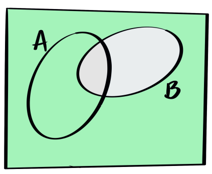


$B-A=B\setminus A$



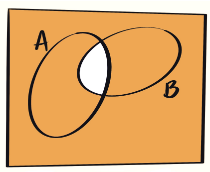
$A-B=A\setminus B$

COMPLEMENTARIO Dado el suceso A se llama suceso complementario de A, $\overline{A}$, al suceso formado por los elementos de E que no están en A.

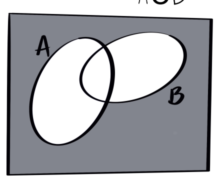


$\overline{B}$

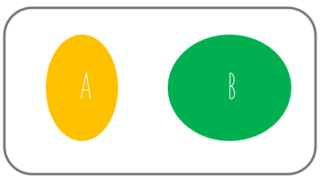
$\overline{A\cap B}$



$\overline{A\cup B}$



SUCESOS INCOMPATIBLES Dos sucesos A y B cuya intersección es el suceso imposible se llaman sucesos incompatibles. Un suceso y su contrario son siempre incompatibles.



$A\cap B=\emptyset$.

PROPIEDADES DE LA UNIÓN Y LA INTERSECCIÓN DE SUCESOS

PROPIEDADES	UNIÓN	INTERSECCIÓN
ASOCIATIVA	$(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$	$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$
CONMUTATIVA	$A\cup B = B\cup A$	$A\cap B = B\cap A$
IDEMPOTENTE	$A\cup A = A$	$A\cap A = A$
SIMPLFICATIVA	$A\cup(B\cap A) = A$	$A\cap(B\cup A) = A$
DISTRIBUTIVA	$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$	$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$

LEYES DE MORGAN

$\overline{A\cap B} = \bar{A}\cup\bar{B}$

$\overline{A\cup B} = \bar{A}\cap\bar{B}$

PROBABILIDAD

Se llama **FRECUENCIA ABSOLUTA** f_a de un suceso A al número de veces que se verifica A al realizar el experimento un número determinado de veces.

Se llama **FRECUENCIA RELATIVA** f_r de un suceso A al cociente entre su frecuencia absoluta y el número de veces que se realiza el experimento: $f_r = \frac{f_a}{n}$, siendo n el número de veces que se repite el experimento.

Propiedades

- $0 \leq f_r(A) \leq 1$
- $f_r(E) = 1$
- Si $A\cap B = \emptyset$ entonces $f_r(A\cup B) = f_r(A) + f_r(B)$

LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

La frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse hacia un número a medida que el número de pruebas del experimento aleatorio crece indefinidamente: $\lim f_r(S) = P(S)$. A este número lo llamamos PROBABILIDAD DEL SUCESO S.

AXIOMAS DE PROBABILIDAD

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E) = 1$
- Si A y B son sucesos incompatibles entonces $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

Se llama **PROBABILIDAD CONDICIONADA DEL SUCESO A RESPECTO DEL SUCESO B** a la probabilidad de A sabiendo que ocurrió B, la denotaremos por $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$ siempre que $P(B)\neq 0$

De lo anterior se deducen claramente las relaciones siguientes

$$P(A\cap B) = P(B)\cdot P(A|B).$$

$$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B|A)$$

Si fuesen tres sucesos $P(A\cap B\cap C) = P(A)\cdot P(B|A)\cdot P(C|A\cap B).$

Dos sucesos A y B se dicen **INDEPENDIENTES** si $P(B) = P(B|A)$

Tambien se cumple que $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

LEY DE LAPLACE

Si los resultados de una experiencia aleatoria son casos equiprobables, la probabilidad de un suceso A es $P(A) = \frac{\text{nº casos favorables a A}}{\text{nº casos posibles}}$

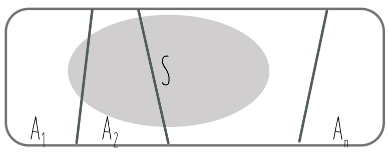
PROPIEDADES

- $P(\emptyset) = 0$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Si A y B son dos sucesos tales que $A\subseteq B$ entonces $P(A)\leq P(B)$
- $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$
- $P(A\setminus B) = P(A) - P(A\cap B)$

TEOREMA DE PROBABILIDAD TOTAL Sean $A_1, A_2, \ldots A_n$ un sistema completo de sucesos (conjunto de sucesos disjuntos dos a dos, tales que $A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n = E$) y S un suceso cualquiera se tiene que

$$S = (A_1\cap S)\cup(A_2\cap S)\cup\ldots\cup(A_n\cap S)$$

Y así $P(S) = P(A_1\cap S) + P(A_2\cap S) + \ldots + P(A_n\cap S)$



TEOREMA DE BAYES Sean A_1, A_2, A_n un sistema completo de sucesos y S un suceso cualquiera, se tiene entonces que, para cada suceso A_i se verifica $P(A_i|S) = \frac{P(A_i\cap S)P(A_i)}{P(S)}$