Инструкция к выполнению лабораторной работы №1

Лабораторная работа состоит из трёх заданий. Допускается выполнение заданий на любом языке программирования, но мы настоятельно рекомендуем использовать Python (или R). В ином случае, количество работы увеличится в разы! Дедлайн по первой лабораторной работе — 9 марта (оформленные решения нужно прислать мне в телеграм или на почту до 23:59).

Задание №1. Пусть ξ_1, ξ_2, \ldots — последовательность независимых случайных величин из заданного распределения. Привести графическую иллюстрацию закона больших чисел.

Hint: можно, например, построить график выборочного среднего S_n/n в зависимости от n и посмотреть, как он ведёт себя при увеличении n.

.....

Задание №2. Пусть ξ_1, ξ_2, \ldots — последовательность независимых случайных величин из заданного распределения. Привести графическую иллюстрацию центральной предельной теоремы. *Hint: можно, например, эмпирически оценить распределение случайной величины* $\frac{S_n - n\mathbb{E}\xi_1}{\sqrt{n}\mathbb{D}\xi_1}$ при разных $n \ (= 5, 10, 20, 40, 80, \ldots)$ и сравнить его со стандартным нормальным. Также, нужно придумать, как посчитать «расстояние» между этими двумя распределениями.

Задание №3. Написать генератор неоднородного процесса Пуассона N(t) с заданной интенсивностью $\lambda(t)$ на интервале времени [0,T]. Ожидаемый результат – график траектории процесса N(t). Провести серию из $n \ (= 10, 100, 1000, 10000, \ldots)$ симуляций, по ним эмпирически оценить интенсивность и сравнить её с заданной функцией интенсивности.

.....

Полезные ссылки:

- Небольшой самоучитель по Python.
- 100 NumPy задач.
- NumPy documentation
- Краткое руководство по SciPy
- SciPy documentation
- Bokeh documentation
- Simulating homogeneous Poisson Process with Tick
- Про оценку распределений для второго задания можно почитать здесь (глава 1)

Распределения:

- 1. Барайщук Леонид
 - Распределение для заданий 1 и 2: равномерное распределение на отрезке [2, 4].
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = t^2, t \in [0, 2].$
- 2. Бражников Евгений
 - Распределение для заданий 1 и 2: показательное распределение с параметром 1/2.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = e^t, t \in [0, 1].$
- 3. Вдовин Игорь
 - Распределение для заданий 1 и 2: гамма-распределение с параметрами 7 и 3.5.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = \sin t, \ t \in [0, \pi].$
- 4. Власов Виталий
 - Распределение для заданий 1 и 2: логнормальное распределение с параметрами 1 и 3.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = \cos t, \ t \in [0, \pi/2].$
- 5. Гнатенко Маргарита
 - Распределение для заданий 1 и 2: распределение Пуассона с параметром 5.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = e^{-t}, \ t \in [0, 2].$
- 6. Еникеев Тимур
 - Распределение для заданий 1 и 2: распределение Бернулли с параметром 0.3.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = (1-t)^2, \ t \in [0,1].$
- 7. Кашменская Екатерина
 - Распределение для заданий 1 и 2: геометрическое распределение с параметром 0.4.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = t^4, \ t \in [0,1].$
- 8. Коновалов Назар
 - Распределение для заданий 1 и 2: дискретное равномерное распределение на множестве $\{3,\ldots,10\}$.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = \sin 2t, \ t \in [0, \pi/4].$
- 9. Кучендаева Ева
 - Распределение для заданий 1 и 2: распределение Радемахера.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = \cos 2t, \ t \in [0, \pi/4].$
- 10. Петренко Сергей
 - Распределение для заданий 1 и 2: распределение Вейбулла с параметром масштаба равным 2 и параметром формы равным 1.5.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = t^5, \ t \in [0,3].$
- 11. Сувернев Михаил
 - Распределение для заданий 1 и 2: бета-распределение с параметрами 3 и 4.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = (1-t)^3, \ t \in [0,1].$
- 12. Сурков Евгений
 - Распределение для заданий 1 и 2: распределение Парето с параметром формы равным 6 и параметром масштаба равным 2.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = 1/(1+t), \ t \in [0,1].$
- 13. Тищенко Данил
 - Распределение для заданий 1 и 2: хи-квадрат распределение с 3 степенями свободы.
 - Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = 1/(2+t), \ t \in [0,1].$

14. Усачев Никита

- Распределение для заданий 1 и 2: биномиальное распределение с параметрами 8 и 0.4.
- Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = 2 t, \ t \in [0, 2].$

15. Учанов Игорь

- Распределение для заданий 1 и 2: распределение Стьюдента с 10 степенями свободы.
- Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = t^3, t \in [0, 3].$

16. Хамутский Дмитрий

- Распределение для заданий 1 и 2: распределение Фишера с 7 и 9 степенями свободы.
- Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = e^{-5t}, \ t \in [0,1].$

17. Шарков Сергей

- Распределение для заданий 1 и 2: распределение Лапласа с параметром сдвига равным 2 и параметром масштаба равным 5.
- Функция интенсивности для третьего задания: $\lambda(t) = e^{t-1}, \ t \in [0,1].$