## Инструкция к выполнению лабораторной работы №2

Лабораторная работа состоит из одного большого задания. Допускается выполнение лабораторной на любом языке программирования, но мы настоятельно рекумендуем использовать Python (или R). В ином случае, количество работы увеличится в разы! Дедлайн по первой лабораторной работе — 16 апреля (оформленные решения нужно прислать мне в телеграм или на почту до 23:59).

**Задание.** Пусть  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  — выборка из непрерывного распределения.

1. Понять, из какого распределения нам дана эта выборка. Для этого можно построить графики гистограмы и ЭФР и сравнить их с какими-нибудь графиками известных функций распределения. Для этого, например, пригодится вот такая полезная страничка.

На этом этапе предполагается, что мы вообще не умеем строить никаких оценок. И тип распределения и его параметры нужно просто **угадать**. Известно, что все параметры распределения имеют не более одного знака после запятой.

После нахождения оценок применить критерий Колмогорова (см. полезные ссылки) для проверки гипотезы о том, что выборка взята из угаданного распределения.

- 2. Построить ОММ (с заданной функцией) и ОМП неизвестных параметров угаданного распределения. Можно сделать это руками. Можно воспользоваться встроенными функциями Python. Можно найти их в литературе и использовать.
- 3. Графически исследовать оценки на состоятельность и асимптотическую нормальность. Сделать это в духе первой лабораторной работы.
  - (а) Состоятельность: интересует график, демонстрирующий, сходится ли наша оценка к параметру с ростом объёма выборки. Для этого предлагается последовательно «отрезать» от нашей выборки начальные участки, вычислять по этому участку оценку и отмечать на плоскости точки с координатами (объём начального участка, построенная по нему оценка), соединяя каждую с предыдущей прямой линией. Провести прямые, соответствующие угаданным параметрам.
  - (b) Асимптотическая нормальность. Предлагается разбить данную выборку объёма  $10^6$  на  $10^3$  выборок объёма  $10^3$ . Для каждой из них вычислить значение статистики  $\sqrt{n}(\theta^*-\theta)$  и построить гистограмму и ЭФР для получившихся значений статистики. Сравнить их с плотностью и функцией распределения стандартного нормального закона, соответственно. Оценить дисперсию получившейся выборки из значений статистики. Совпадает ли она с коэффициентом асимптотической нормальности?
- 4. Построить асимптотические доверительные интервалы уровней доверия 0.95 и 0.99. Рекомендуется использовать теорему о построении асимптотических доверительных интервалов с помощью асимптотически нормальных оценок (нам ведь по крайней мере одна такая оценка известна?).

## Полезные ссылки:

• Вся необходимая теория.

- SciPy documentation.
- $\bullet\,$  Continuous distributions in SciPy.
- $\bullet\,$  Kolmogorov test in SciPy.
- Bokeh documentation.
- ЭФР в Python, пример.