

# Методы численного интегрирования

i.vdovin1

October 2022

## 1 Задача Коши

В данном задании я решаю следующую задачу Коши:

$y' = x^2 - 2 * y$ . Начальные данные:  $f(0) = 1$ .

Я ручками решил эту задачу и получил следующий ответ. Он точный, понадобится для сравнения точности вместо сравнения предыдущего ответа с текущим, который я использовал при вычислении интегралов (кстати, было бы забавно в нём совершить ошибку):

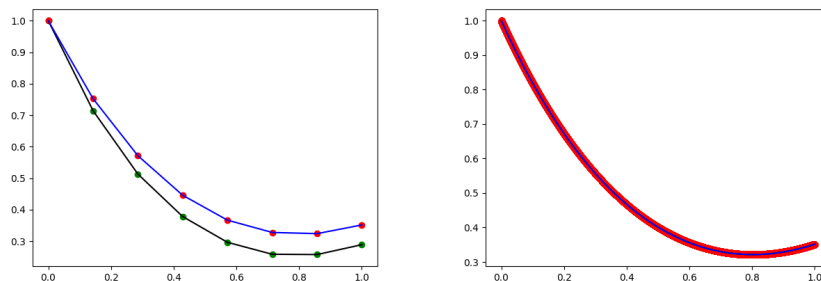
$$3/4 * e^{-2*x} + 1/2 * x^2 - 1/2 * x + 1/4$$

## 2 Метод Эйлера стандартный

Функция имеет много аргументов, а именно:  $f$  - сама функция Коши.  $start$  и  $fstart$  - начальные условия  $x$  и  $f(x)$  соответственно,  $x2$  - крайнее значение промежутка, 1ым значением промежутка считается  $start$ , чтобы не загромождать функцию большим количеством переменных,  $eps$  - точность по которой считаем. Важное замечание, я заметил, что наибольшее значение от первоначальной функции получается в крайней точке (т. к. она дальше всего от начальных условий), поэтому проверять значение  $abs(myf - orig) < eps$  Я буду проверять не для всех точек, а только для последней, это поможет уменьшить количество вычислений. Ну и  $orig$  - функция, являющаяся ответом, которую я вычислил на листочке

```
def eilerMethod(f, start, fstart, x2, eps, orig):
```

Графики для точности  $eps = 0,1$  и  $0,000001$ :



Видно, что для разного количества точек точность разная

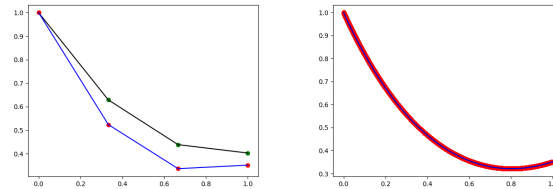
Теперь покажем, что сходится метод сходится 1ым порядком. Я поставил while, в котором я постепенно понижал значения эпсилон. И делил значение функции, полученное на этом шаге на значение, полученное на предыдущем. Опять же замечу, что значения я делил только в последней точке, так как там наибольшие расхождения. Получил я следующее:

N	eps	y	y1/y(i-1)
4	0.1	0.197531	0.561963
8	0.01	0.288822	0.821681
64	0.001	0.344814	0.980974
512	0.0001	0.350681	0.997665
8192	1e-05	0.35145	0.999854
65536	1e-06	0.351495	0.999982
524288	1e-07	0.351501	0.999998

Видно, что метод сходится с порядком 1

### 3 Метод Эйлера Усовершенствованный

Сравним 2 метода. Решаем то же уравнение. Для  $\text{eps} = 0.1$  и  $0.000001$ . Получим следующее:



Мы видим, что для маленькйо точности, метод сошёлся уже после 2 итераций (4 точки). Стандартный же метод эйлера сошелся за 3 итерации. В случае с большой точностью ситуация сильно не поменялась, а именно улучшенный Эйлер сошёлся на 262143 точек на разбиении, а стандартный за в 2 раза большее количество - 524287

Таким образом, несмотря на то, что оба метода имеют порядок сходимости 1, видно, что улучшенный сходится на 1ых шагах быстрее и стремится к 1 сверху, а стандартный - наоборот

N	eps	y	y1/y(1-1)
2	0.1	0.53125	1.51137
4	0.01	0.403056	1.14667
16	0.001	0.360723	1.02623
256	0.0001	0.352033	1.00151
2048	1e-05	0.351568	1.00019
16384	1e-06	0.35151	1.00002
262144	1e-07	0.351502	1