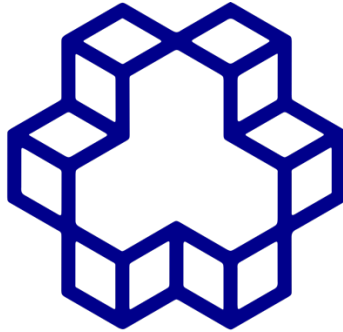


بسم الله الرحمن الرحيم



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

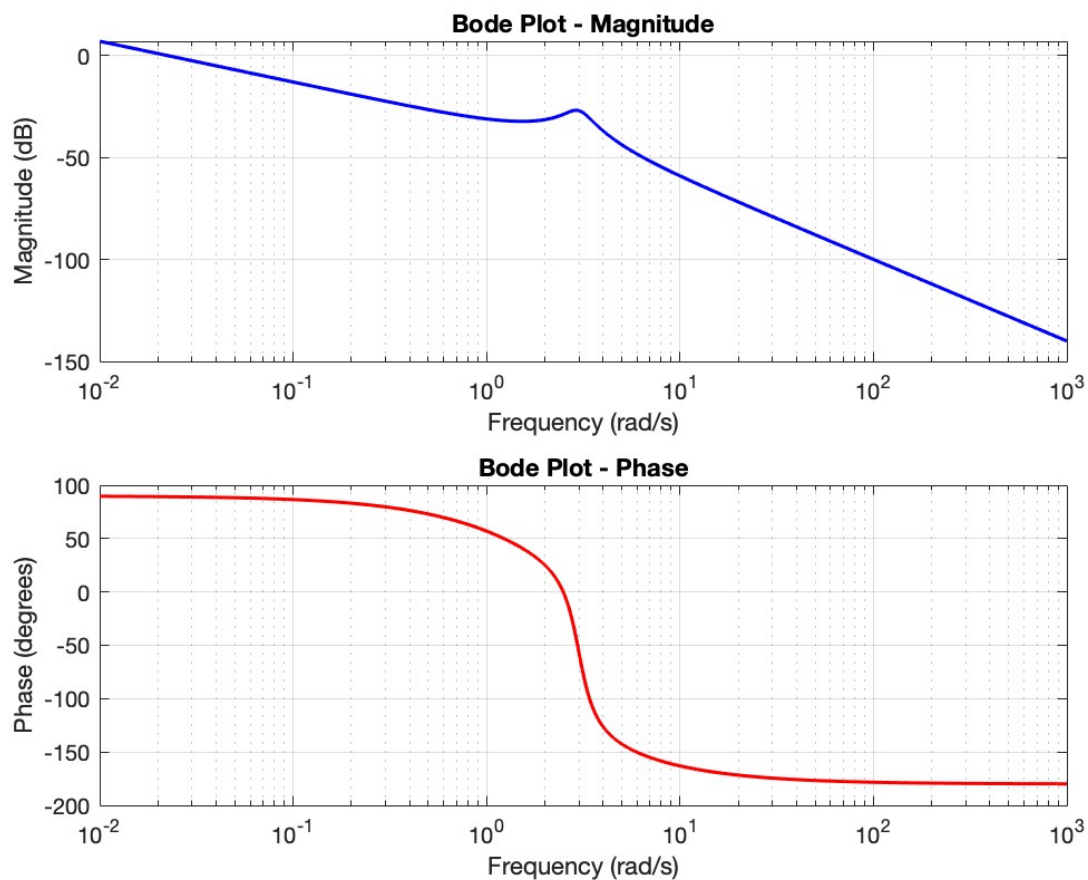
پروژه پایانی درس کنترل خطی
دانشکده برق
دکتر تقی راد

حمیدرضا عابدینی
۴۰۱۲۰۶۳۳

پاییز ۱۴۰۳

سوال اول

در این سوال ما به دنبال رسم نمودار بودی توسط داده‌های موجود در فایل داده شده هستیم، و نمودارهای رسم شده به شکل زیر است.



همانطور که مشاهده می‌کنید با شیب $-40dB$ در فرکانس‌های بالا و شیب $-20dB$ در فرکانس‌های پایین است.

سوال دوم

نوع سیستم:

نوع سیستم با بررسی تعداد قطب‌های در مبدأ تعیین می‌شود. از نمودار اندازه و فاز، می‌توان دریافت که سیستم دارای افت شیب 20 دسی‌بل بر دهه (در فرکانس‌های پایین) است که نشان‌دهنده یک قطب در مبدأ است. بنابراین، این سیستم از نوع ۱ است.

مرتبه سیستم:

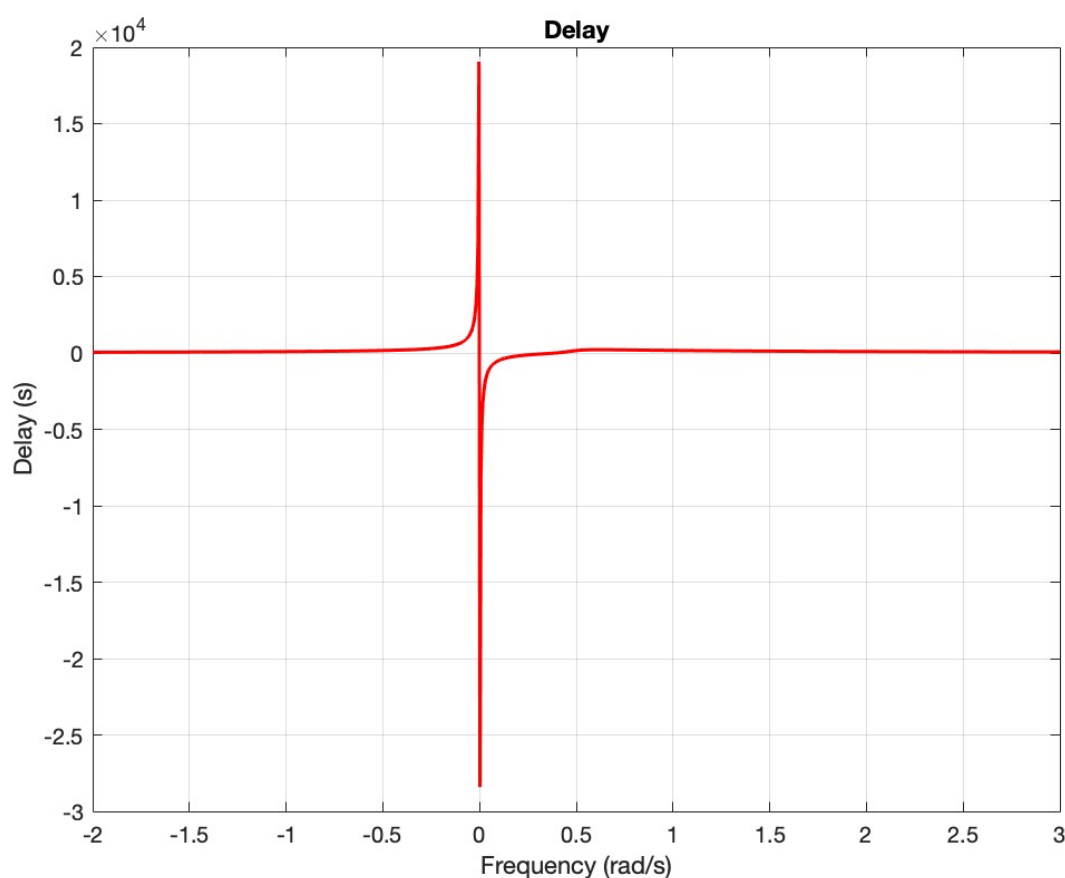
مرتبه سیستم با بررسی شیب نمودار اندازه در فرکانس‌های بالا مشخص می‌شود:

در محدوده فرکانس‌های بالا، شیب نمودار اندازه حدود -40 dB/dec است که نشان‌دهنده‌ی یک سیستم مرتبه 3 است (دو قطب اضافه بر قطب مبدأ دارد). پس، سیستم از مرتبه ۳ است.

میزان تأخیر سیستم:

در فرکانس‌های بالا که به حدود -180 درجه می‌رسد. اگر تغییر فاز را در ناحیه‌ای که فاز به -180 نزدیک می‌شود محاسبه کنید و بر تغییر فرکانس تقسیم کنید میزان تأخیر بدست می‌آید.

در این نمودار برای این که هم قسمت منفی و هم قسمت مثبت مشخص شود فرکانس را بصورت لگاریتمی نوشتیم و تأخیر در هر فاز را بدست آوریم.



در نزدیکی فرکانس صفر تأخیر گروهی به سمت مثبت و منفی بی‌نهایت میل می‌کند. این رفتار معمولاً در سیستم‌هایی با صفر یا قطب روی محور موهومی رخ می‌دهد.

این نشان‌دهنده وجود یک فاز پرش‌دار (Phase Jump) یا تغییر ناگهانی در پاسخ فاز سیستم است.

در فرکانس‌های دور از صفر، تأخیر گروهی تقریباً ثابت و نزدیک به صفر است که نشان می‌دهد سیستم در این نواحی تأثیر زیادی روی تأخیر اعمال‌شده به سیگنال‌های ورودی ندارد.

این نمودار نشان می‌دهد که سیستم در فرکانس صفر رفتاری خاص دارد که می‌تواند نشان‌دهنده وجود یک صفر یا قطب روی محور موهومی باشد.

این نوع تاخیر معمولاً در سیستم‌های ناپایدار، فیلترهای غیرعادی، یا سیستم‌هایی با تغییر فاز ناگهانی مشاهده می‌شود.

کمینه فاز بودن:

برای اینکه سیستم کمینه‌فاز باشد، نباید صفرهای آن در نیم‌صفحه راست صفحه‌ی مختلط قرار داشته باشند. از نمودار فاز می‌بینیم که مقدار فاز نسبت به یک سیستم مرتبه 3 معمولی (که دارای تنها قطب‌های پایدار باشد) افت بیشتری دارد، که احتمال وجود صفر ناپایدار را افزایش می‌دهد. همچنین، اگر سیستم دارای تأخیر زمانی قابل توجه باشد، می‌تواند موجب افزایش شیفت فاز شده و سیستم را غیرکمینه‌فاز کند. پس، احتمال دارد سیستم کمینه‌فاز نباشد و دارای صفر ناپایدار باشد. برای اطمینان، باید تابع تبدیل را دقیق استخراج کنیم.

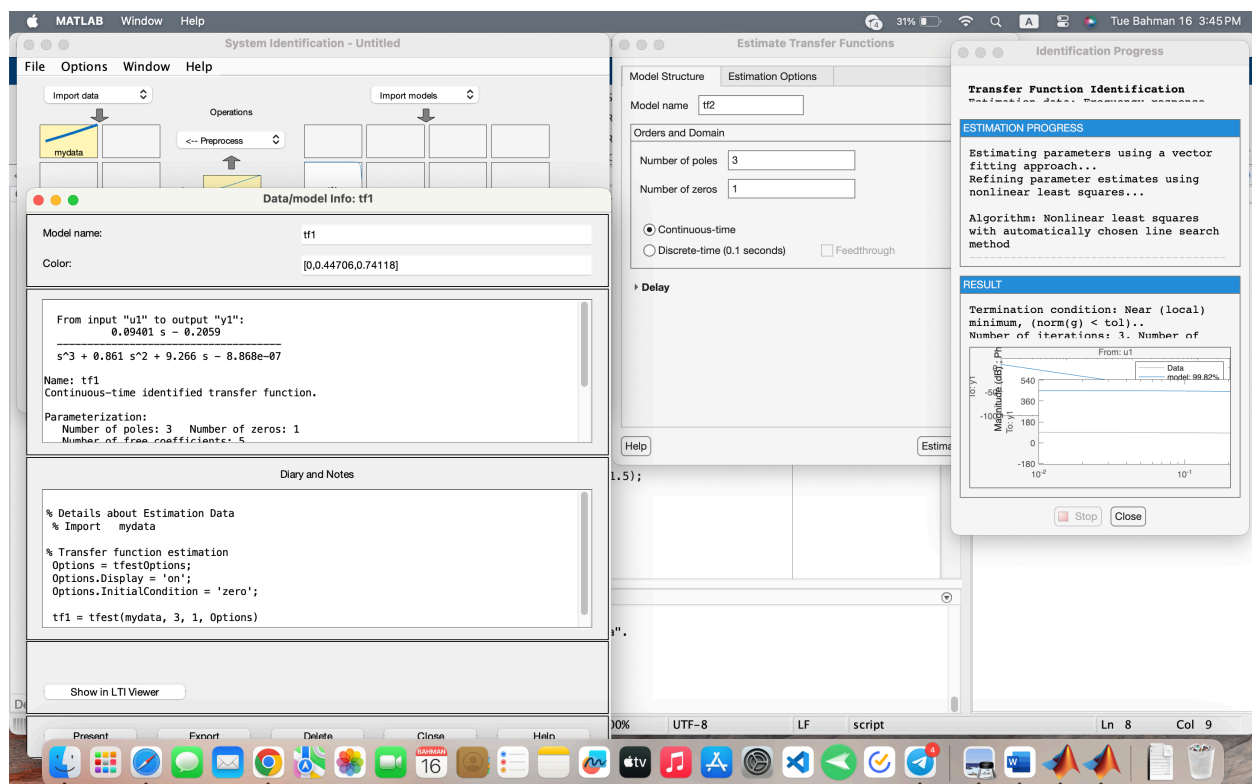
سوال سوم

اگر طبق نمودار بودی از طریق داده بدست آوردیم تحلیل و بررسی به عمل آوریم مشاهده می‌کنیم که یک صفر باید در مبدا وجود دارد و همچنین دارای دو قطب دیگر دیگر با زتای بالای ۰.۱ چون در وسط آن دچار جهش شده است، همچنین به دلیل این در فرکانس‌های پایین دارای شیب $-20dB$ ، متوجه خواهیم شد که تابع تبدیل دارای یک صفر است.

$$\frac{0.1s - 0.2}{s^3 + 0.9s^2 + 9s}$$

تابع تبدیل ما تقریباً به فرم بالا می‌شود.

همچنین می‌توان از *SystemIdentification* استفاده کرد.



سوال چهارم

جدول پایداری راث-هرویتز بصورت زیر می‌باشد:

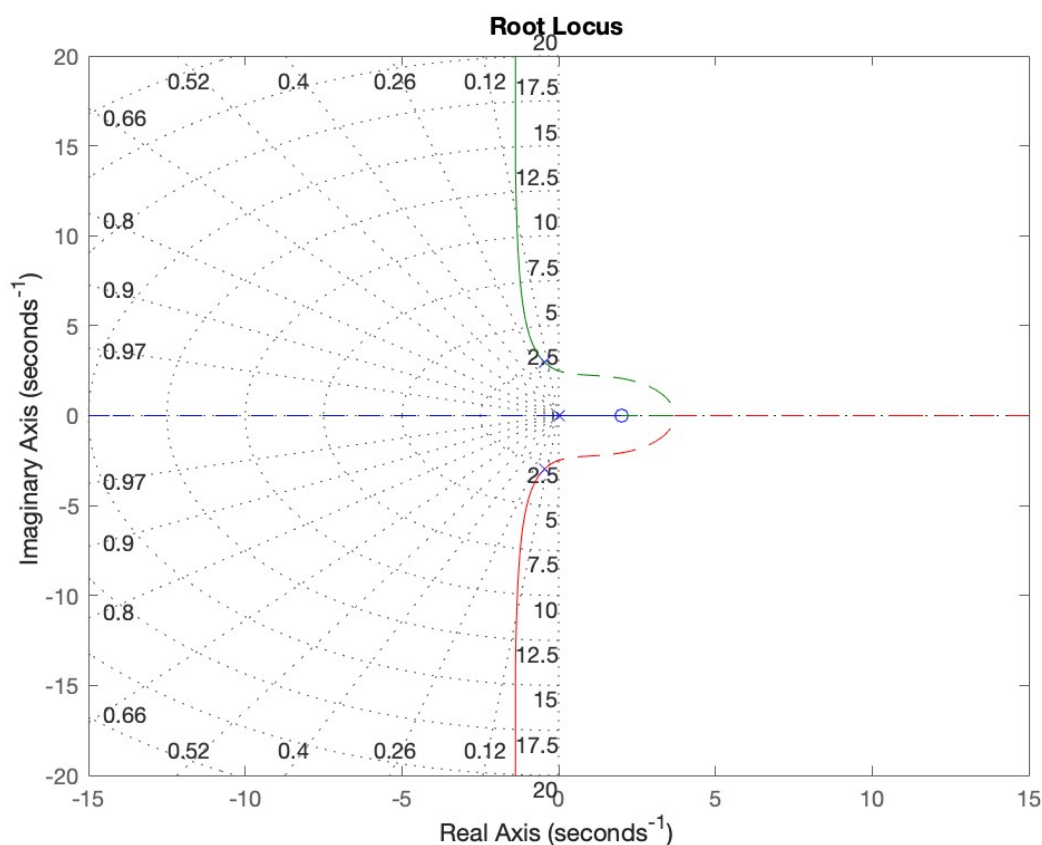
$$\Delta(s) = s^3 + 0.9s^2 + 9s + 0.1Ks - 0.2K$$

s^3	1	$9 + 0.1K$
s^2	0.9	$-0.2K$
s^1	$\frac{0.9(9 + 0.1K) + 0.2K}{0.9}$	0
s^0	$-0.2K$	0

طبق جدول بالا بازه K برابر می شود با:

$$-27.93 < K < 0$$

سوال پنجم



با توجه به مکان هندسی ریشه‌ها، مشخص است که برخی از قطب‌های سیستم در سمت راست صفحه مختلط قرار دارند، که نشان‌دهنده ناپایداری سیستم است. همچنین محدوده‌ای که برای ضریب تقویت تناسبی K به دست آمده نشان می‌دهد که در این بازه، سیستم پایدار است. اما:

اگر $0 < K$ انتخاب شود، قطب‌هایی در نیم‌صفحه راست قرار می‌گیرند که باعث ناپایداری سیستم می‌شود.

اگر K را در بازه منفی مناسب تنظیم کنیم، سیستم می‌تواند پایدار باشد، اما استفاده از یک کنترل‌کننده تناسبی به تنهایی ممکن است پایداری و مشخصات مطلوب پاسخ گذرا را تأمین نکند.

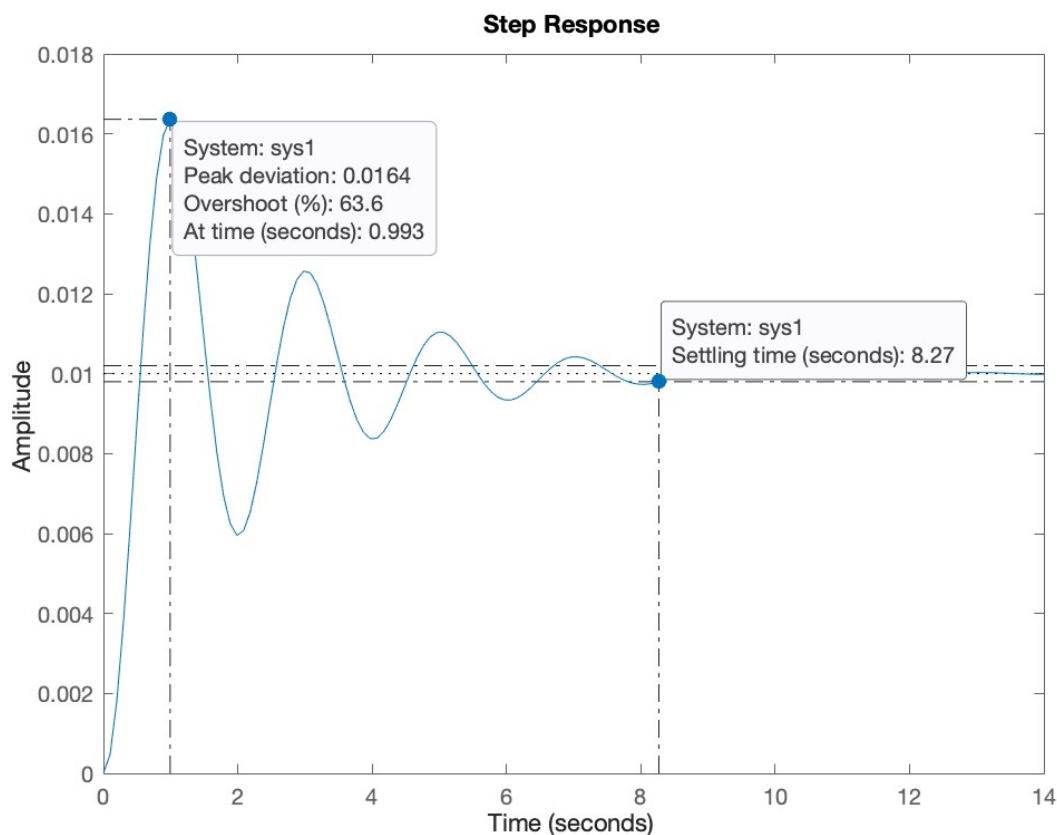
PI کنترلر می‌تواند خطای ماندگار را کاهش دهد اما تأثیر مستقیمی بر پایداری سیستم ندارد. در برخی موارد، می‌تواند قطب‌هایی با مقدار کوچک‌تر را به سمت چپ بکشد، اما برای این سیستم که دارای قطب‌های ناپایدار است، یک کنترل‌کننده PI به تنهایی کافی نخواهد بود.

PD کنترلر می‌تواند باعث جابجایی قطب‌های ناپایدار سیستم به سمت چپ صفحه مختلط شود. مشتق‌گیر تأثیر افزایشی بر میرایی سیستم دارد و با افزودن صفر مناسب به سیستم، مکان هندسی ریشه‌ها را به ناحیه پایدار منتقل می‌کند.

بنابراین، کنترل‌کننده PD انتخاب بهتری برای پایداری سیستم است.

سوال ششم

در این بخش باید کنترل‌کننده‌ای بسازیم، که شرایط خواسته شده را پیاده کند. با استفاده از یک کنترلر پیش‌فاز می‌توانیم فراجش سیستم را کاهش دهیم، شکل زیر سیستم حلقه بسته با بهره واحد بدون کنترلر پیش‌فاز است:



زمان نشست زیر ۱۰ ثانیه است و نیازی به تغییر ندارم اما فراجش حداقل باید ۴۴ درصد کاهش پیدا کند.

ابتدا ζ لازم را بدست می آوریم:

$$0.1 < e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 0.15$$

$$0.52 < \zeta < 0.59$$

مقدار زتا را برابر 0.54 می گیریم و مدت زمان نشست را 3 در نظر می گیریم تا بتوانیم ω بدست آوریم:

$$3 = \frac{4}{0.59\omega}$$

$$\omega = 2.4$$

حال اعداد بدست آمده را در فرمول های پیش فاز جایگذاری می کنیم:

$$\sqrt{a} = \zeta$$

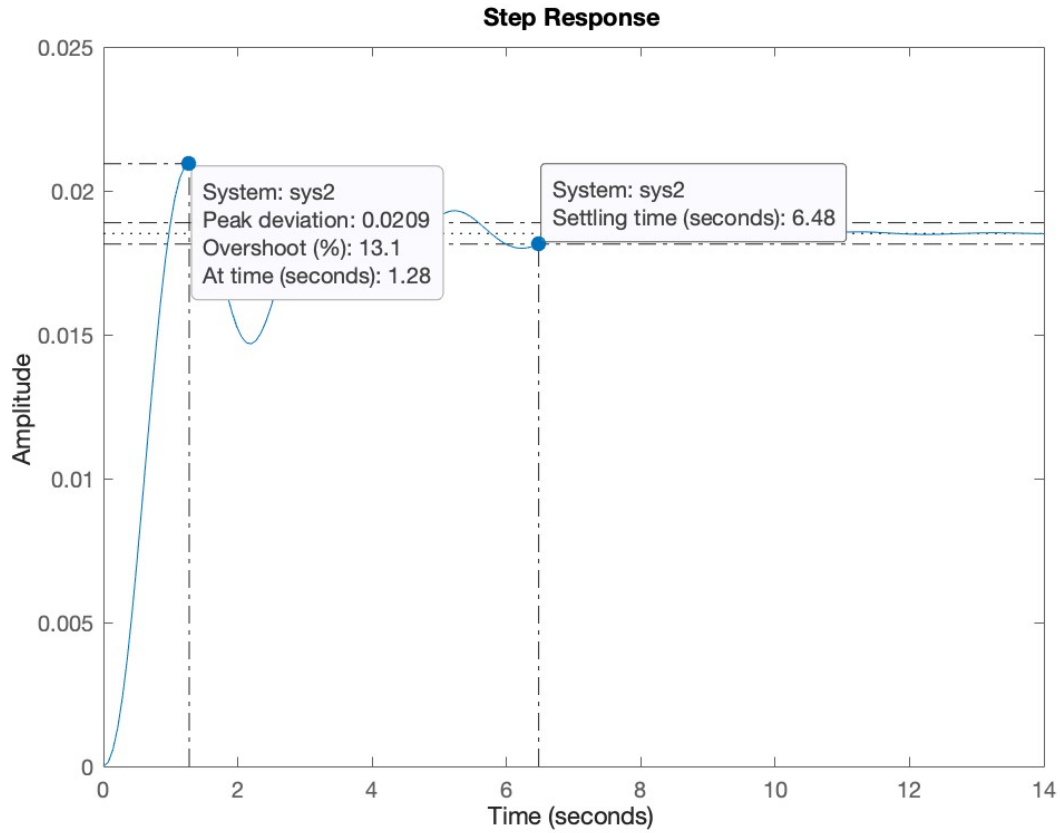
$$T = \frac{1}{\omega\sqrt{a}}$$

$$T = 0.77$$

اگر اعداد بدست آمده را جایگذاری کنیم، جبران ساز ما برابر می شود:

$$C(s) = \frac{1}{0.54} \left(\frac{0.224s + 1}{0.77s + 1} \right)$$

پاسخ جدید به ورودی پله برابر می شود با:



همانطور که مشاهده می شود فراجهش کاهش یافته و زمان نشست تقریباً ثابت مانده است.

سوال هفتم

بخش اول

ابتدا خطای پاسخ سیستم مورد نظر را به شیب را بدست می آوریم:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{0.1s - 0.2}{s(s^2 + 0.9s + 9)}$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.1s - 0.2}{s^2 + 0.9s + 9}$$

$$K_v = \frac{-0.2}{9} = -0.0222$$

همچنین

$$e_{\infty} = \frac{1}{K_v} < 0.02$$

$$K_v > 50$$

در این بخش می‌توانیم از کنترل کننده PI استفاده کنیم که باعث افزودن یک صفر به سیستم می‌شود و باعث می‌شود خطای آن برابر 0 گردد.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

$$C(s) = K(1 + \frac{1}{T_s})$$

حال ضرایب آن را بدست می‌آوریم:
فرکانس گذر بهره برابر است با 0.022 که از روی شکل اولیه بدست می‌آوریم

$$T = \frac{1}{\omega \epsilon} \text{ if } \epsilon = 0.05$$

$$T = 909$$

پس:

$$C(s) = K(1 + \frac{1}{909s})$$

که مقدار K هم بصورت تناسبی مشخص می‌شود، همچنین می‌توانستیم از جبران ساز پس فاز هم استفاده کنیم.