

تکلیف شماره ۳
درس کنترل خطی
حمیدرضا عابدینی
۴۰۱۲۰۶۳۳

$$G(s) = \frac{k(s+a)}{(s+b)(s+2)^2(s+4)}$$

سوال 1:

$$س^4 : s^4 + (8+b)s^3 + (20+8b)s^2 + (16+20b+k)s + 16b+ka = 0$$

s^4	1	$20+8b$	$16b+ka$
s^3	$8+b$	$16+20b+k$	0
s^2	$144+8b(8+b)-k$	$16b+ka$	0
s^1	$16+20b+k-(8+b)(16b+ka)$	0	0
s^0	$16+ka$		

شرایط پایداری:

$$8+b > 0 \quad b > -8$$

$$144 + 8b(8+b) - k > 0$$

$$144 + 8b(8+b) > k$$

$$16+ka > 0 \Rightarrow \underline{ka > -16}$$

$$16+20b+k-(8+b)(16b+ka) > 0$$

$$16+20b+k-(8 \times 16b + 8ka + 16b^2 + kba) > 0$$

$$k(1-8a-ba) > -16+20b+(8 \times 16b + 16b^2)$$

$$k > \frac{-16-20b+(8 \times 16b + 16b^2)}{1-8a-ba}$$

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{s(s+4s+5)}$$

سوال 2:

قطب ها $s = -2 \pm i$
 $s = 0$

صفرها $s = -1$ و 2 branch $\rightarrow \infty$

نقطه به محور حقیقی تفرق دارد.

$$n-m=2$$

میانها:

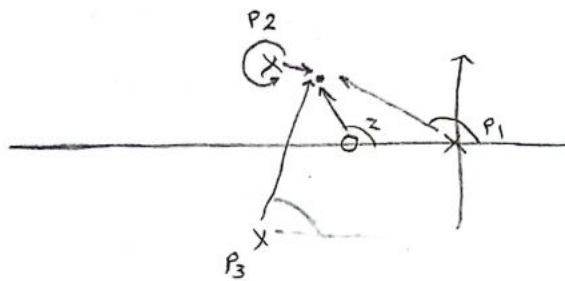
$$k > 0 \rightarrow \frac{(2k+1)\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{3\pi}{2}$$

$$k < 0 \rightarrow \frac{2k\pi}{2} = 0 \text{ و } \pi$$

$$\sigma = \frac{(-2+i) + (-2-i) - (-1)}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{dG(s)}{ds} = \frac{(s^3 + 4s^2 + 5s) - (s+1)(2s^2 + 8s + 5)}{s(s^2 + 4s + 5)^2}$$

تنها ریشه صورت که در محاسبه $G(s) = 0$ صدق می کند و حتمی است
حل تقاطع خط ها $s = 0.456$ است.



$$\theta_2 = 90 + \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = 135$$

نقطه همبستگی

زاویه ها خروج و ورود نسبت به P_2

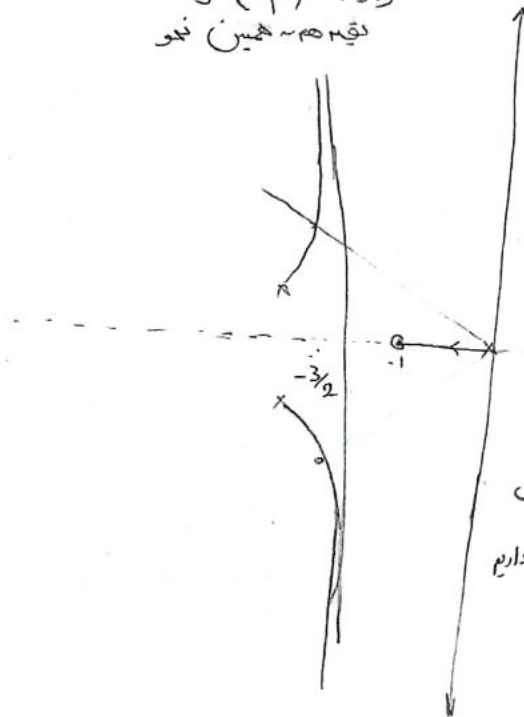
$$\theta_2 - (\theta_{P1} + \theta_{P2} + \theta_{P3}) = (2k+1)\pi$$

$$135 - (153 + \theta_{P2} + 90) = 180$$

$$\theta_{P2} = 288$$

$$\theta_{P2} = -72$$

رسم



سیستم بیاراست از ۳ تا بفرایست
ولی در تقاطع که مشخص شده مناسب و
قوی دارد بر می تواند نقطه ایده آل باشد یا
ایده آل ما چون هشتاکی که به سمت بفرایست
می رود ۳ کاهش می یابد و ما دوست داریم
مستقری مناسب باشد.

محل 3:

$$s(s+5)(s+6)(s^2+2s+2) + k(s+3) = 0$$

$$G(s)H(s) = \frac{k(s+3)}{s(s+5)(s+6)(s^2+2s+2)}$$

سامی توان اینگونه نوشت

$$سقطها \quad s = 0, -5, -6, -1 \pm j$$

$$سقطها: -s = -3$$

$$4 \text{ branch} \rightarrow \infty$$

$$n-m = 5-1 = 4$$

$$k > 0 \rightarrow \theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{4} = \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}$$

$$k < 0 \rightarrow \theta_k = \frac{2k\pi}{4} = 0, 90, 180, 270$$

روای مجانب ها

$$\sigma = \frac{0-5-6-2-(-3)}{4} = -2.5$$

محل تقاطع آنها

$$\frac{dG(s)}{ds} \Rightarrow s^5 + 13s^4 + 66s^3 + 142s^2 + 123s + 45 = 0$$

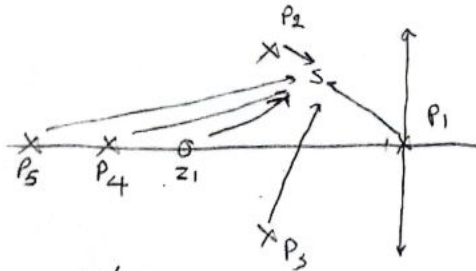
$$s = 3.3 \pm 1.204j$$

$$s = -0.656 \pm 0.468j$$

$$s = -5.53$$

نه تنها این قبول است

زدا به خروج و ورود



$$\theta_z - (\theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} + \theta_{p_4} + \theta_{p_5}) = 180$$

$$26 - (135 + 90 + 14 + 11 + \theta_{p_2}) = 180$$

$$\theta_{p_2} = -44$$

استفاده از ضابطه و آنگاه توانایی را بدست می آوریم.

$$\Delta(s) = s^5 + 13s^4 + 54s^3 + 82s^2 + 60s + k$$

s^5	1	54	$60 + k$
s^4	13	82	$3k$
s^3	47.7	$0.762k$	0
s^2	$65.6 - 0.212k$	$3k$	0
s^1	$\frac{3940 - 105k - 0.163k^2}{65.6 - 0.212k}$	0	0
s^0	$3k$		

$$65.6 - 0.212k > 0 \quad k < 309$$

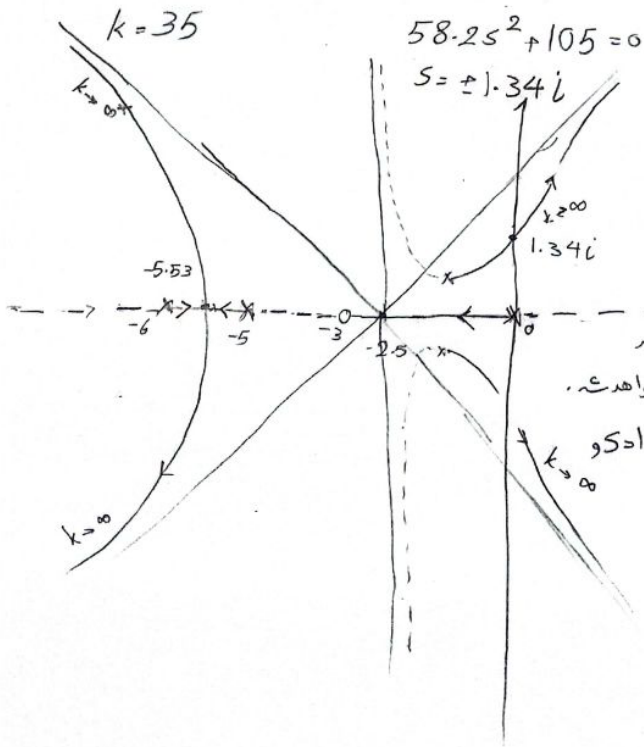
$$3940 - 105k - 0.163k^2 > 0 \quad k < 35$$

$$k > 0$$

$$\frac{105}{2} < k < 35$$

آر، یه بخش s را منفی کنیم

$$(65.6 - 0.212k)s^2 + 3k = 0$$



به شکل

به ازای $k=35$ به محور موهومی برخورد می کنند

چون زتا منفی می شود سیستم ناپایدار خواهد شد.

د مقدار مرگاش آن هم برای است با $s=1.34j$ و

$$s = -1.34j$$

سوال 4

چهار قطب دارد

$$s = -5, -2, 0, 0$$

$$s = -1$$

و یک صفر

$$G(s)H(s) = \frac{k(s+1)}{s^2(s+5)(s+2)}$$

اجزای حلقه

$$e_{ss} = 0.1$$

$$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 L(s)$$

به وسیله ورودی پله‌ای

$$k_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \times \frac{k(s+1)}{s^2(s+5)(s+2)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k(s+1)}{(s+5)(s+2)} \Rightarrow k_a = \frac{k}{10}$$

$$e_{ss} = \frac{1}{k_a} = \frac{10}{k} = 0.1 \quad \Rightarrow k = 100$$

حال با بررسی معیار راس

$$\Delta(s) = 1 + k G(s)$$

$$\Delta(s) = s^3 + 7s^2 + (10+k)s + k$$

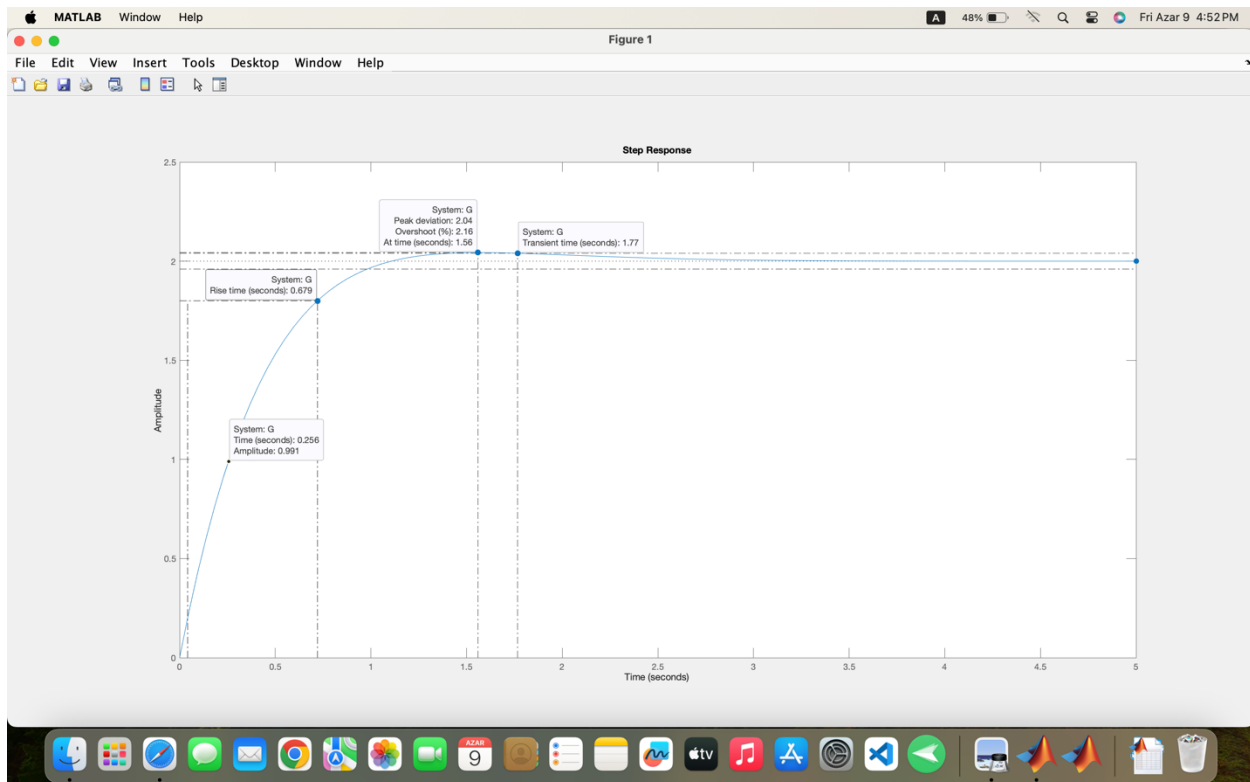
$$k > 0$$

s^3	1	$10+k$	0	
s^2	7	k	0	$70+6k > 0$
s^1	$\frac{70+7k-k}{7}$	0	0	$70+6k > 0$
s^0	k			$k > -\frac{70}{6}$

پایدار است

$$k > 0$$

سوال ۵ :



تمام موارد خواسته شده در سوال هم بصورت دستی و هم روی شکل مشخص شده است.

سوال ۵

$$G(s) = \frac{5s + 10}{s^2 + 4s + 10}$$

الف: قطب: $s = -2 \pm j6$
 صفت: $\zeta = -2$

ب:

$$m_p = 2.16 - 2 \cdot 0.16$$

$$m_p = e^{-\zeta \pi / \sqrt{1 - \zeta^2}} \Rightarrow \zeta = 0.715$$

زمان ثابت: $t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \Rightarrow \boxed{1.77} = \frac{4}{0.715 \omega_n} \Rightarrow \omega_n = 3.16$

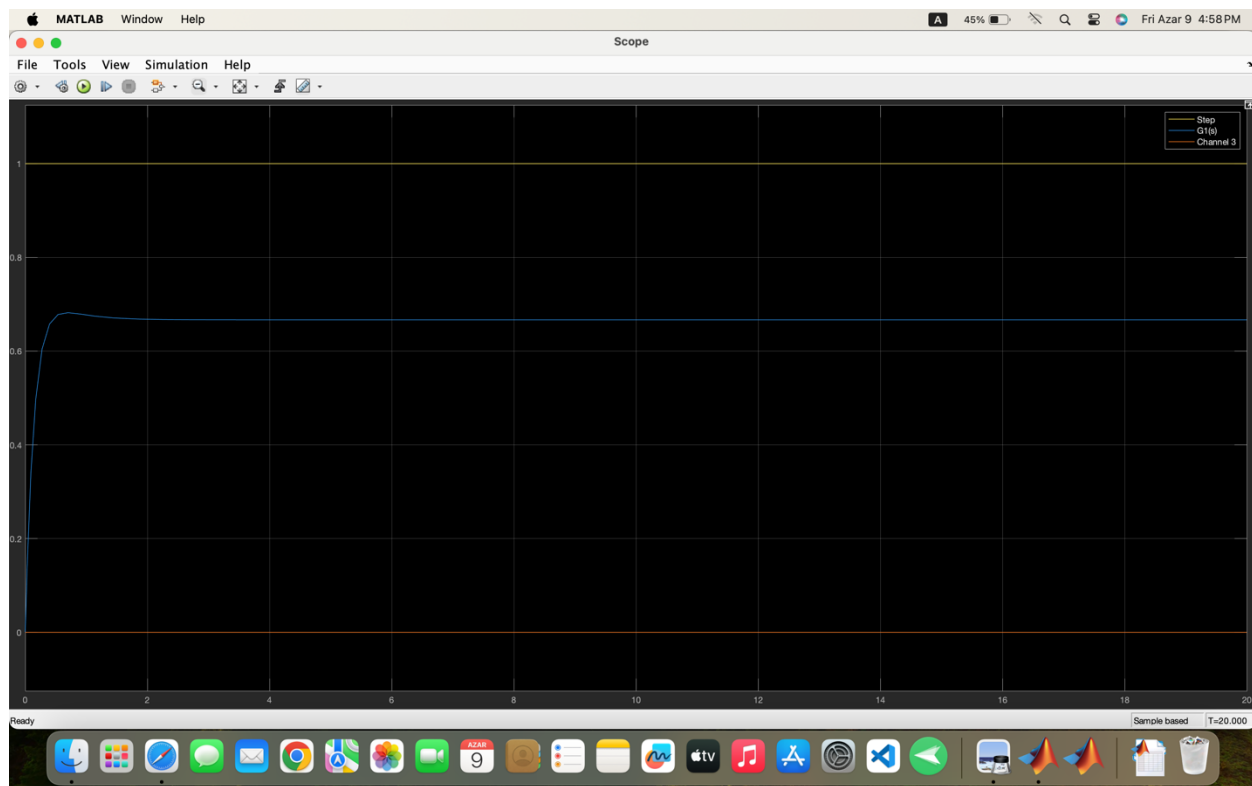
زمان تاخیر با تقسیم به دو:

$$t_d = 0.257$$

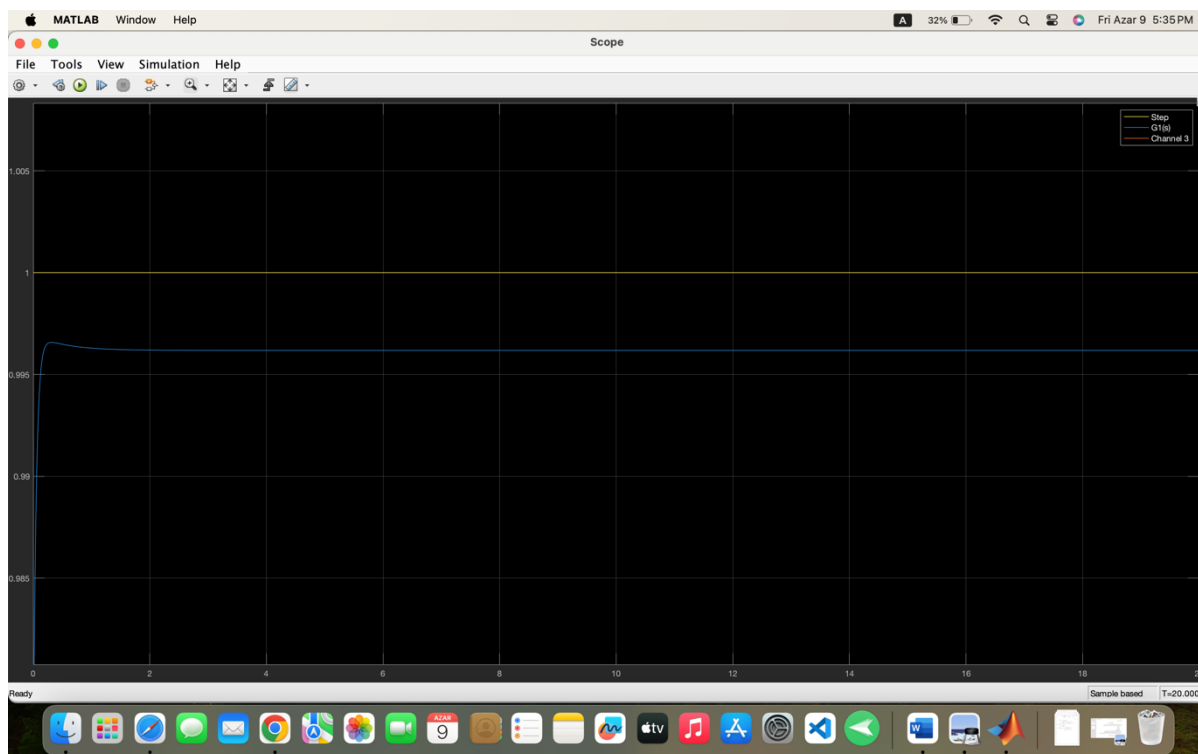
زمان تر: $t_r = 0.679$

خطای حالت ماندگار: $\lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \frac{5s + 10}{s^2 + 4s + 10} \xrightarrow{s=0} k_p = 1$

$$\frac{1}{1 + k_p} = e_{ss} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$



شکل بدون استفاده از کنترلر



شکل با استفاده از کنترلر

همانطور که در ۲ در شکل های بدست آمده مشاهده می شود مقدار نهایی و بهره با استفاده از کنترلر افزایش یافته همچنین کنترلر مورد نظر باعث کاهش نوسانات و بهبود پایداری می شود و باعث کاهش خطای ماندگار می شود و تمام موارد در شکل های مشهود است.

مقادیر K_p , K_d هم به این شرح است:

$$K_p = 130$$

$$K_d = 5$$

طبق استفاده از شبیه سازی سیمولینک و استفاده از tune.

سوال 6 اعتباری (b)

$$C(s) = k \frac{(T_z s + 1)}{(T_p s + 1)}$$

$$T_z > T_p$$

مقدار $\xi = 0.45$ صورت سوال هم برای ξ ی نظیر شکل هندسی را با استفاده از متلب شبیه و تحلیل کرد.

$$\xi = 0.45$$

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = \lim_{s \rightarrow 0} 0.45 \frac{0.2}{s+1} = 0.09$$

$$\alpha = \frac{k_v / \text{مطلوبه}}{k_v / \text{شبی}} = \frac{z}{p} = 111.1$$

$-\frac{1}{2}$ محل قطب، صفر

بیش حقیقی
صفر $\frac{-\frac{1}{2}}{z} = 10$

$$z = -\frac{1}{20}$$

$$\frac{z}{p} = 111.1 \Rightarrow \frac{-\frac{1}{20}}{p} = 111.1 \Rightarrow$$

$$p = -\frac{1}{2920}$$

