درس کنترل خطی

تکلیف شماره ۲

حمیدرضا عابدینی

۴۰۱۲۰۶۳۳

سوال ۱

Subject:
Date

سوال 1)

$$T(s)=\frac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$M_p=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=0.443 \implies \zeta=0.25$$

بصورت تقریبی زتا مقدارش این می‌شود.

$$t_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}=1.41 \implies \omega_n=11.34$$

امگا را هم می‌توان طبق فرمول زمان نشست بدست آورد

$$T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}=\frac{k\omega_n^2}{s^2+s\zeta\omega_n+\omega_n^2} \implies$$

$$(1+L(s))\omega_n^2 k = L(s)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)$$

$$L(s)=\frac{k\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2-k\omega_n^2}$$

اگر در متلب $T(s)$ با $k=1$ بدست آوریم

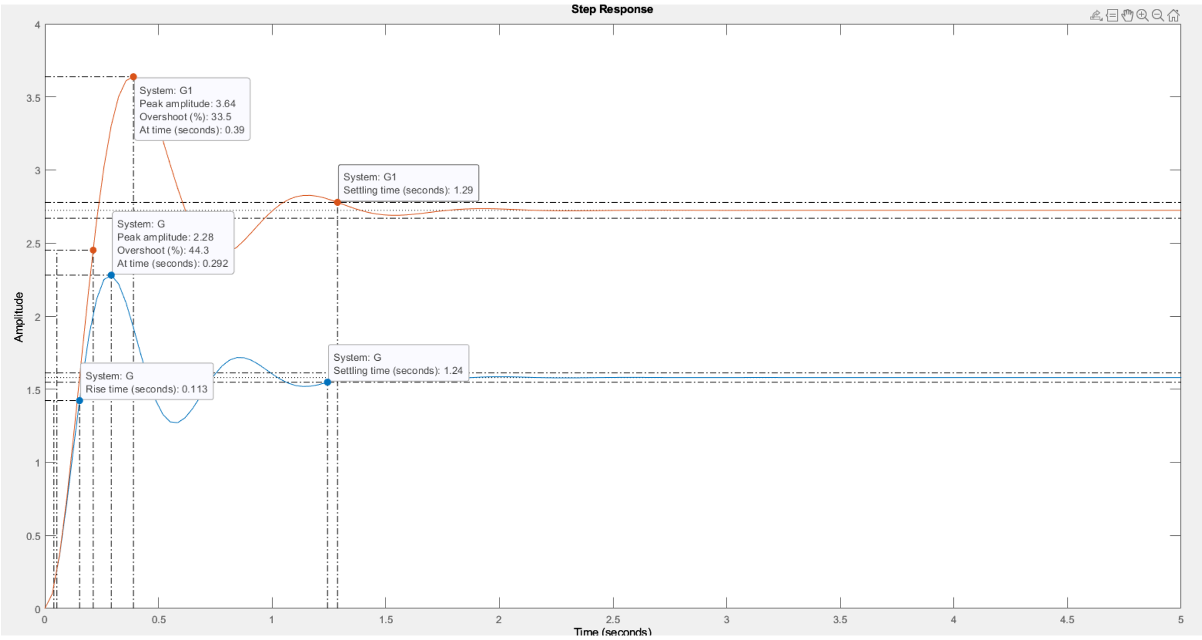
مقدار پیک برابر 1.44 می‌شود که مقدار k می‌شود = $k=\frac{2.28}{1.44}=1.58$

حال اگر در $L(s)$ جایگذاری کنیم.

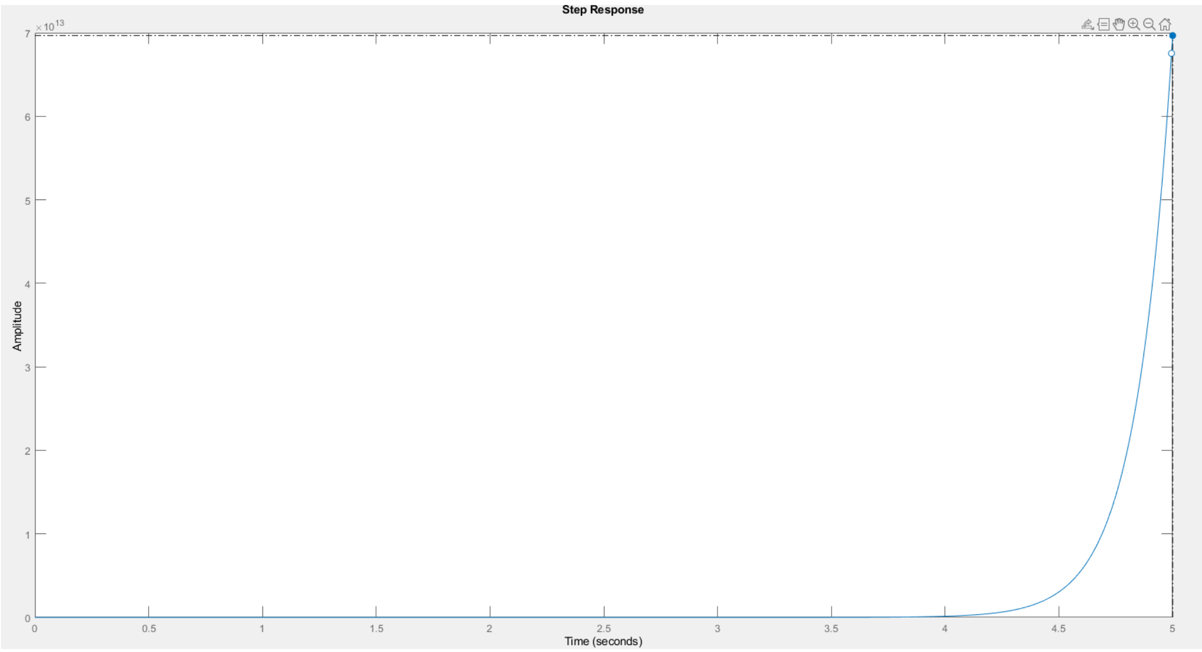
$$L(s)=\frac{1.58\,\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s-0.58\,\omega_n^2}$$

شکل آن واگرا می‌شود.

در کد متلب با +0.58 هم مقایسه خواهیم کرد.



همانطور که در شکل مشاهده می کنید نمودار آبی رنگ نموداری است که محاسبات آن را دستی انجام دادیم و مقادیر مثل شکل صورت سوال بدست آمدن و مقدار تفاوت آن بخاطر تقریبی بودن است، همچنین نمودار بالایی آن به ازای حلقه باز بودن است که $k = 0.58$ است اما ما در صورت سوال $k = -0.58$ بدست آوردیم که شکل آن را مشاهده می‌کنید که نمودار آن واگرا می‌شود.



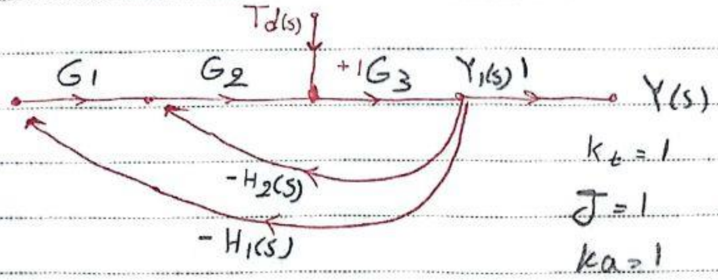
که از نتایج چنین مشخص می‌شود که سیستمی حلقه بسته که دارای نوسان و حالت فرومیرایی است اما سیستم حلقه باز آن واگرا می‌شود.

سوال ۲

Subject:
Date

$G_1 = k_a$ $\quad G_2 = \frac{k_m}{R_a}$ $\quad G_3 = \frac{1}{Js+f}$ (سوال 2

$H_2(s) = k_b$ $\quad H_1(s) = k_t$



$k_t = 1$ $\quad k_b = 0.5$ $\quad f = 0.2$

$J = 1$ $\quad R_a = 2$ $\quad k_m = 0.8$

$k_a = 1$

الف) در حالت حلقه بسته ($k_t = 1$) روش میسون

$M = G_1 G_2 G_3 \overset{1}{Y_1(s)}$

حلقه‌ها $L_1 = -G_1 G_2 G_3 H_1(s)$ $\qquad L_2 = -G_1 G_2 G_3 H_2(s)$

$\Delta = 1 + G_1 G_2 (H_1(s) + H_2(s))$

$\Delta_1 = 1$ چون هر دو حلقه با تک مسیر در تماس اند

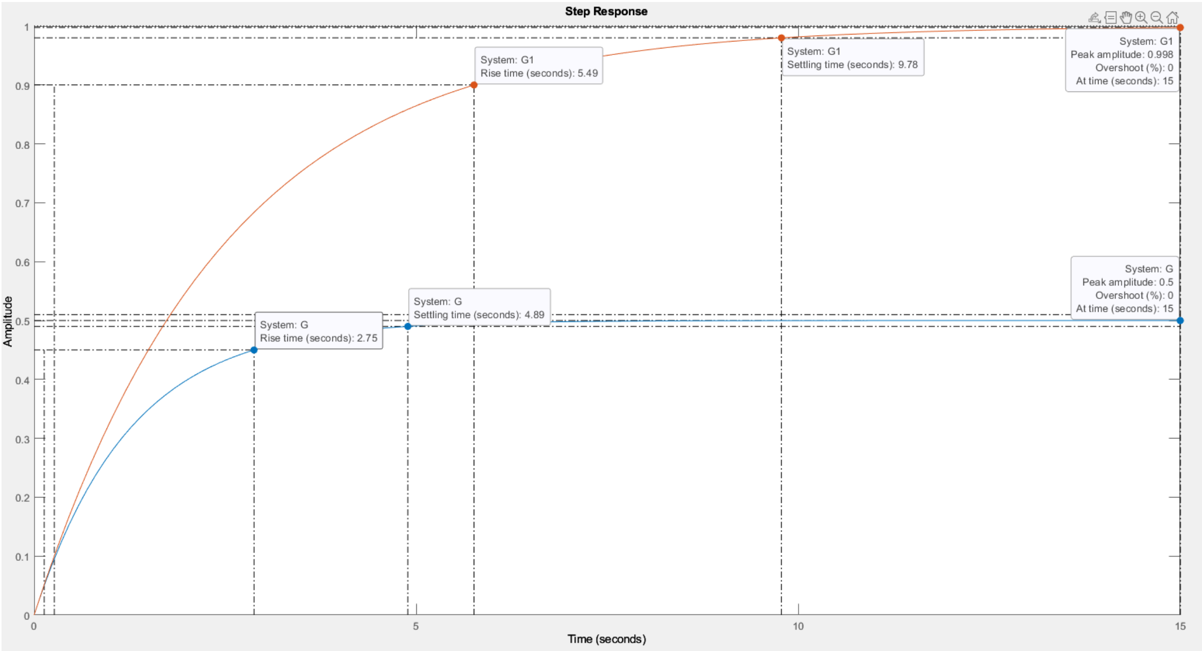
$$M = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 (H_1(s) + H_2(s))}$$

$$M(s) = \frac{\frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f}}{1 + \frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f} (k_b + k_t)}$$

حلقه بسته $\rightarrow \dfrac{\frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f}}{1 + \frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f} (k_b + 1)}$

حلقه باز $\rightarrow \dfrac{\frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f}}{1 + \frac{k_m}{R_a} \times \frac{1}{Js+f} (k_b)}$

چون در متلب عدد گذاری می کنیم در این قسمت به صورت پارامتری می نویسیم.



نمودار آبی رنگ سیستم حلقه بسته ما است و نمودار نارنجی رنگ نمودار حلقه باز ما است که همانطور که از شکل مشخص است به علت کوچک شدن w_n ما مقدار زمان خیز و نشست و همچنین فراجهش ما افزایش یافت پس می‌توان نتیجه گرفت با میزان کاهش w_n مقادیر بالا افزایش پیدا می‌کند و سیستم در زمان طولانی تری پایدار می‌شود.

```
Command Window
Steady-State Error for G: 0.6667
Steady-State Error for G1: 0.5000
fx >>
```

ولی بر خلاف قسمت اول که با کاهش w_n پایداری سیستم دیرتر انجام می‌گرفت اما خطای آن کاهش پیدا می‌کند و چنین برداشت می‌شود که هرچقدر برای پایداری زمان طول بکشد مقدار خطا کمتر است.

کد متلب آن همراه با فایل تکلیف ارائه میشود.

سوال ۳

$T(s) = \quad k\omega_n^{2}$

Subject:
Date

سوال ۳) تابع تبدیل

$$C(s) = \frac{k}{s^2+4s+k} = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

$$L(s) = \frac{k}{s^2+4s}$$

الف) $k=16$

خطای حالت ماندگار

$$E(s) = (1 - C(s))R(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+L(s)} \times \frac{1}{s} \qquad e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \times \frac{1}{1+\frac{16}{s^2+4s}} \times \frac{1}{s} = 0$$

برابر ۰ می‌شود.

$$\omega_n^2 = 16 \quad \omega_n = 4 \qquad 2\zeta\omega_n = 4 \quad \zeta = \frac{1}{2}$$

$$\text{\% فراجهش} = 100 \times e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 16\,\%$$

$$\text{زمان نشست} = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 2$$

ب)

$$\%M_p = 100 \times e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 5\% \Rightarrow \zeta = 0.69$$

$$\omega_n = 2.89 \qquad k = 8.352$$

یعنی دارای حالت فرومیرایی است پس مقدار k باید جوری باشد که از این حالت بیرون نیاید.

$$T_s = 1.01 \Rightarrow \frac{4.55}{\omega_n} = 1.01 \qquad \omega_n = 3.074$$

$$\omega_n = 9.44$$

$$4 < k \quad \text{یا} \quad 8.352 < k < 9.44$$

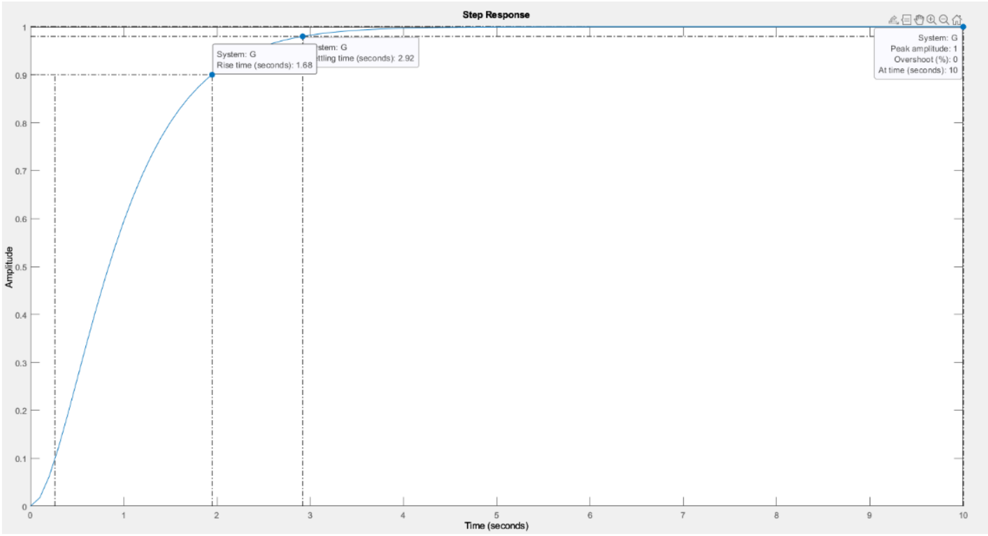
$$2 < \omega_n$$

PAPCO

قسمت الف و ب به صورت دستی به دست آورده شده.

مقدار k طبق محاسبات بالا انجام گرفته است که بین آن بازه باشد مقدار نوسان آن کمترین مقدار می‌شود.

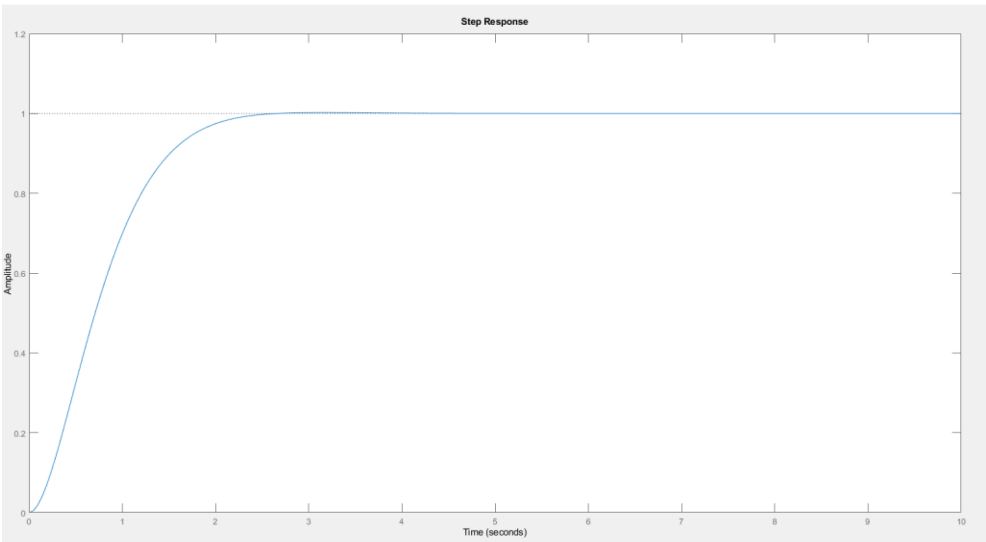
قسمت ج



اگر مقدار زتا بین ۰ و ۱ باشد باعث میشود مقدار k بین بیشتر از ۴ باشد که همانطور که مشاهده می‌کنید برای $k = 4$ شکل بصورت بالا است که حالت فرو میرایی را از دست می‌دهد که در تناقض است.

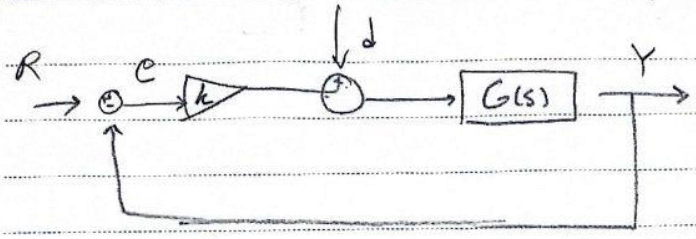
برای قسمت آخر همانطور که مشاده می‌کنید مقدار فراجهش آن یک شده است که نشان دهنده این است از حالت فرو میرایی خارج شده است که یعنی k باید بزرگتر از ۴ باشد.

در $k = 5$ دارد به شکل فرو میرایی می‌رود.



سوال ۴

Subject:
Date



(سوال 4

مقدار خطا را برابر می‌شود با

$$y = k\,G(s)(r-y) + d\,G(s)$$

$$y(s) = \frac{kG(s)}{1+kG(s)}\,r + \frac{G(s)}{1+kG(s)}\,d$$

$$e = r - y = \frac{1}{1+kG(s)}\,r - \frac{G(s)}{1+kG(s)}\,d$$

برای اغتشاش $= \lim_{s\to 0} s \times \frac{G(s)}{1+kG(s)} \times \frac{1}{s} = \frac{G(0)}{1+kG(0)} = -B \Rightarrow G(0) = \frac{k+1}{-B}$

برای ورودی $= \lim_{s\to 0} s \times \frac{1}{1+kG(s)} \times \frac{1}{s} = \frac{1}{1+kG(0)}$

$$\boxed{= \frac{-B}{1+k(k+1)}}$$

سوال ۵

Subject:
Date

سوال 5)

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{(A_1 s+1)(A_2 s+1)\cdots(A_n s+1)}{(B_1 s+1)(B_2 s+1)\cdots(B_m s+1)}$$

$$E(s) = (1 - T(s))\, R(s)$$

$$E(s) = \left(\frac{(B_1 s+1)(B_2 s+1)\cdots(B_m s+1) - (A_1 s+1)(A_2 s+1)\cdots(A_n s+1)}{(B_1 s+1)(B_2 s+1)\cdots(B_m s+1)}\right) \times \frac{1}{s}$$

$$e_s = \lim_{s \to 0} s \times \frac{1}{s} \times E(s)$$

فرمول مشتق به ما چه می‌گوید؟

$$\lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{ah}$$

اگر $s \to 0$ در زمان $t \to \infty$ می‌رود.

$$e(t) = \lim_{t \to \infty} E(t)$$

مقدار خطا در زمان و حوزه‌ی فرکانس فرقی نمی‌کند.

$$e(t) = \lim_{s \to 0} E(s) \Rightarrow e(t) = E'(s)$$

$$e(t) = L^{-1}\{E'(s)\}$$

$$\int_0^\infty e(t)\,dt = \int_0^\infty L^{-1}\{E'(s)\}\,dt$$

PAPCO