

خلاصه ای از آموزش انتگرال :

انتگرال چیست؟ اگر مشتق را آموخته باشید ، می توان گفت که انتگرال گیری عکس عمل مشتق گیری است . برای مثال اگر مشتق تابع Sin برابر Cos است، انتگرال تابع Cos برابر Sin می باشد.

انتگرال نیز مانند مشتق دارای قواعد و حالت های خاص است که بایستی آنها را فراگیرید. اگر بخواهیم همزمان دو عمل مشتق گیری و انتگرال گیری را روی تابعی انجام دهیم، در واقع هیچ کاری انجام نداده ایم زیرا این دو عمل یکدیگر را خنثی می کنند.

هنگام محاسبه ی انتگرال ضرایب عددی پشت انتگرال ضرب خواهند شد. اگر بین جملات تابعی جمع یا تفریق باشد، تابع را تفکیک نموده و انتگرال هر یک از جملات را جداگانه محاسبه می کنیم.

در اینجا برخی از حالت های خاص انتگرال را که قواعد خاصی دارند نام می بریم :

انتگرال هایی که پاسخ arc دارند.

انتگرال هایی که پاسخ Ln دارند

انتگرال توابع مثلثاتی

انتگرال توابع سینوس و کسینوس با توان های فرد به صورت انفرادی

انتگرال توابع تانژانت و کتانژانت با توان های زوج بصورت انفرادی

انتگرال معین

انتگرال توابع قدر مطلق

انتگرال توابع جزء صحیح

انتگرال تابع براکت

اولین بار لایب نیتس نماد استاندارد ی برای انتگرال معرفی کرد. $\int_a^b f(x)dx$: a و b نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند بطوریکه a و b را به ترتیب کرانه های بالا و پایین انتگرال می نامیم. و f تابعی انتگرال پذیر است و dx نمادی برای متغیر انتگرال گیری است. از لحاظ تاریخی dx یک کمیت بی نهایت کوچک را نشان می دهد. هر چند در تئوریهای جدید، انتگرال گیری بر پایه متفاوتی پایه گذاری شده است.

تابع اولیه

هر گاه معادله مشتق تابعی معلوم باشد و بخواهیم معادله اصلی تابع را تعیین کنیم این عمل را تابع اولیه می نامیم.

تعریف: تابع اولیه $y = f(x)$ را تابعی مانند $Y = F(x) + C$ می نامیم، هرگاه داشته باشیم:

$$y = f(x) \gg y' = (F(x) + C)'$$

انتگرال نامعین

تعریف: هرگاه معادله دیفرانسیلی تابعی معلوم باشد و بخواهیم معادله اصلی تابع را معلوم کنیم این عمل را انتگرال نامعین نامیده و آن را با نماد $\int dx$ نمایش می دهند.

بنا به تعریف نماد $\int f(x).dx$ را انتگرال نامعین نامیده و حاصل آن را تابعی مانند $F(x) + C$ در نظر می گیریم هر گاه داشته باشیم :

$$\int f(x).dx = F(x) + c \quad \text{با شرط : } (F(x) + c)' = f(x)$$

انتگرال معین $\int_a^b f(x).dx$

انتگرال های معین ممکن است با استفاده از روش های انتگرال گیری عددی، تخمین زده شوند. یکی از عمومی ترین روش ها، روش مستطیلی نامیده می شود در این روش ناحیه زیر نمودار تابع به یک سری مستطیل تبدیل شده و جمع مساحت آنها نشان دهنده مقدار تقریبی انتگرال است. از دیگر روش هایی معروف برای تخمین مقدار انتگرال روش سیمپسون و روش دوزنقه ای است. اگر چه روش های عددی مقدار دقیق انتگرال را به ما نمی دهند ولی در بعضی از مواقع که انتگرال تابعی قابل حل نیست یا حل آن مشکل است کمک زیادی به ما می کند.

اکثر روش های اساسی حل انتگرال بر پایه قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال بنا نهاده شده است که بر طبق آن داریم :

۱ - f تابعی در بازه (a,b) در نظر می گیریم .

۲ - پاد مشتق f را پیدا می کنیم که تابعی است مانند F که داریم : $F' = f$

۳ - قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را در نظر می گیریم :

$$\int_a^b f(x).dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

بنابراین مقدار انتگرال ما $F(b) - F(a)$ برابر خواهد بود .

تابع انتگرال پذیر

اگر تابعی دارای انتگرال باشد به آن انتگرال پذیر گویند.

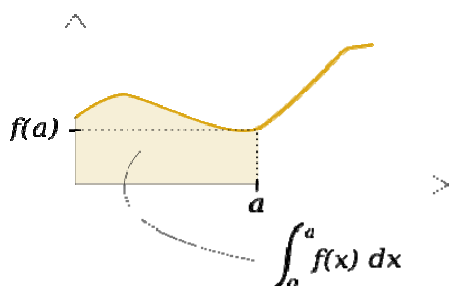
تعبیر هندسی انتگرال

از نظر هندسی انتگرال برابر است با مساحت سطح محصور زیر نمودار.

نکته : انتگرال نمودار سه بعدی (انتگرال دو گانه) معرف حجم محصور زیر نمودار است و انتگرال سه گانه معرف پارالل زیر نمودار است (غیر قابل تصور).

مثال :

انتگرال یک تابع مثبت پیوسته در بازه $(0,10)$ در واقع پیدا کردن مساحت محصور بین خطوط $x=0$ و $x=10$ و خم منحنی f_x است. a و b نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند و f تابعی انتگرال پذیر است و dx نمادی برای متغیر انتگرال گیری است.



انتگرال گیری

انتگرال گیری به معنی محاسبه سطح زیر نمودار با استفاده از روشها و قوانین انتگرال گیری است.

مهم ترین تعاریف در انتگرال

از مهم ترین تعاریف در انتگرال می توان از انتگرال ریمان و انتگرال لیگ (Lebesgue) است. انتگرال ریمان به وسیله برنهارد ریمان در سال ۱۸۵۴ ارائه شد که تعریف دقیقی را از انتگرال ارائه می داد، تعریف دیگر را هنری لیگ ارائه داد که طبق این تعریف شرایط تعویض پذیری حد و انتگرال با شرط مساوی ماندن عبارت، ارائه می کرد. از دیگر تعاریف ارائه شده در زمینه انتگرال می توان به انتگرال ریمان-استیلچس (Riemann-Stieltjes) اشاره کرد.

محاسبه انتگرال

به این نکته توجه کنید که انتگرال واقعاً پاد مشتق نیست (یک عدد است) اما قضیه اساسی به ما اجازه می دهد تا از پاد مشتق برای محاسبه مقدار انتگرال استفاده کنیم. معمولاً پیدا کردن پاد مشتق تابع f کار ساده ای نیست و نیاز به استفاده از تکنیکهای انتگرال گیری دارد این تکنیکها عبارتند از:

- انتگرال گیری به وسیله تغییر متغیر
- انتگرال گیری جزء به جزء : $\int u dv = uv - \int v du$
- انتگرال گیری با تغییر متغیر مثلثاتی
- انتگرال گیری به وسیله تجزیه کسرها

روش هایی دیگر نیز وجود دارد که برای محاسبه انتگرالهای معین به کار می رود همچنین می توان بعضی از انتگرال ها را با ترفند هایی حل کرد

در ادامه فرمول ها به طور کامل بیان شده اند .

فرمول های مکرر در انتگرال

ردیف	نوع	تابع	انتگرال تابع
۱	فرمول	$y = af(x)$	$\int [af(x)]dx = a \int f(x)dx + c$
۲	مثال	$y = ۴ \sin x$	$\int [۴ \sin x] dx = ۴ \int \sin x dx + c$
۳	فرمول	$y = f(x) + g(x)$	$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx + c$
۴	مثال	$y = ۲x + \cos ۲x$	$\int [۲x + \cos ۲x]dx = \int ۲x dx + \int \cos ۲x dx + c$
۵	فرمول	$y = f(x)^n$	$\int [f(x)^n]dx = \frac{f(x)^{n+۱}}{n+۱} + c$
۶	مثال	$y = (x)^{۱۶}$	$\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$
۷	فرمول	$y = f(x)f'(x)$	$\int [f(x)f'(x)] dx = \frac{۱}{۲} [f(x)]^۲ + c$
۸	مثال	$y = \sin x \cos x$	$\int [\sin x \cos x] dx = \frac{۱}{۲} [\sin x]^۲ + c$
۹	فرمول	$y = \frac{f'(x)}{f(x)}$	$\int \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right] dx = \ln f(x) + c$
۱۰	مثال	$y = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\int \left[\frac{\cos x}{\sin x} \right] dx = \ln \sin x + c$
۱۱	فرمول	$y = g(x)f'(x)$	$\int [g(x)f'(x)]dx = f(x)g(x) - \int [g'(x)f(x)]dx + c$
۱۲	مثال	$y = x \cos x$	$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx + c$
۱۳	فرمول	$y = u dv$	$\int u dv = uv - \int v du$
۱۴	مثال	$y = x \cos x$	$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx + c$
۱۵	فرمول	$y = u^n$	$\int u^n du = \frac{u^{n+۱}}{n+۱} + c, n \neq -۱$
۱۶	مثال	$y = (x)^{۱۶}$	$\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$
۱۷	فرمول	$y = \frac{۱}{u}$	$\int \frac{۱}{u} du = \ln u + c$
۱۸	مثال	$y = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\int \left[\frac{\cos x}{\sin x} \right] dx = \ln \sin x + c$
۱۹	فرمول	$y = ۱$	$\int dx = x + c$

۲۰	مثال	$y = ۱$	$\int dx = x + c$
۲۱	فرمول	$y = a$	$\int a dx = ax + c$
۲۲	مثال	$y = ۱۸$	$\int ۱۸ dx = ۱۸x + c$
۲۳	فرمول	$y = \frac{۱}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$
۲۴	مثال	$y = \frac{۱}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$
۲۵	فرمول	$y = x^n$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+۱}}{n+۱} + c, n \neq -۱$
۲۶	مثال	$y = (x)^{۱۶}$	$\int (x)^{۱۶} dx = \frac{x^{۱۷}}{۱۷} + c$
۲۷	فرمول	$y = (x+a)^n$	$\int (x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+۱}}{n+۱} + c, n \neq -۱$
۲۸	مثال	$y = (x+۸)^{۱۲}$	$\int (x+۸)^{۱۲} dx = \frac{(x+۸)^{۱۳}}{۱۳} + c$
۲۹	فرمول	$y = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$
۳۰	مثال	$y = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + c$
۳۱	فرمول	$y = (\sin x)^۲$	$\int (\sin x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin x \cos x) + c$
۳۲	مثال	$y = (\sin x)^۲$	$\int (\sin x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin x \cos x) + c$
۳۳	فرمول	$y = (\sin x)^n$	$\int (\sin x)^n dx = -\frac{(\sin x)^{n-۱} \cos x}{n} + \frac{n-۱}{n} \int (\sin x)^{n-۲} dx$
۳۴	مثال	$y = (\sin x)^{۱۰}$	$\int (\sin x)^{۱۰} dx = -\frac{(\sin x)^۹ \cos x}{۱۰} + \frac{۹}{۱۰} \int (\sin x)^۸ dx$
۳۵	فرمول	$y = \sin ax$	$\int \sin ax dx = -\frac{\cos ax}{a} + c$
۳۶	مثال	$y = \sin ۱۲x$	$\int \sin ۱۲x dx = -\frac{\cos ۱۲x}{۱۲} + c$
۳۷	فرمول	$y = (\sin ax)^۲$	$\int (\sin ax)^۲ dx = \frac{۱}{۲}(x - \sin ax \cos ax) + c$
۳۸	مثال	$y = (\sin ۴x)^۲$	$\int (\sin ۴x)^۲ dx = \frac{۱}{۲}\left(x - \frac{\sin ۸x}{۸}\right) + c$
۳۹	فرمول	$y = (\sin ax)^۳$	$\int (\sin ax)^۳ dx = -\frac{۳ \cos ax}{۴a} + \frac{\cos ۳ax}{۱۲a} + c$

۴۰	مثال	$y = (\sin x)^r$	$\int (\sin x)^r dx = -\frac{r \cos x}{1} + \frac{\cos x}{r+1} + c$
۴۱	فرمول	$y = \cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + c$
۴۲	مثال	$y = \cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + c$
۴۳	فرمول	$y = (\cos x)^r$	$\int (\cos x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin x \cos x) + c$
۴۴	مثال	$y = (\cos x)^r$	$\int (\cos x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin x \cos x) + c$
۴۵	فرمول	$y = (\cos x)^n$	$\int (\cos x)^n dx = \frac{(\cos x)^{n-1} \sin x}{n} + \frac{n-1}{n} \int (\cos x)^{n-2} dx$
۴۶	مثال	$y = (\cos x)^4$	$\int (\cos x)^4 dx = \frac{(\cos x)^3 \sin x}{4} + \frac{3}{4} \int (\cos x)^2 dx$
۴۷	فرمول	$y = \cos ax$	$\int \cos ax dx = \frac{\sin ax}{a} + c$
۴۸	مثال	$y = \cos^2 x$	$\int \cos^2 x dx = \frac{\sin^2 x}{2} + c$
۴۹	فرمول	$y = (\cos ax)^r$	$\int (\cos ax)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin ax \cos ax) + c$
۵۰	مثال	$y = (\cos \Delta x)^r$	$\int (\cos \Delta x)^r dx = \frac{1}{r} (x + \sin \Delta x \cos \Delta x) + c$
۵۱	فرمول	$y = (\cos ax)^r$	$\int (\cos ax)^r dx = \frac{r \sin ax}{ra} + \frac{\sin^2 ax}{2a} + c$
۵۲	مثال	$y = (\cos \Delta x)^r$	$\int (\cos \Delta x)^r dx = \frac{r \sin \Delta x}{r \cdot} + \frac{\sin^2 \Delta x}{2 \cdot} + c$
۵۳	فرمول	$y = \tan x$	$\int \tan x dx = \ln \sec x + c = -\ln \cos x + c$
۵۴	مثال	$y = \tan x$	$\int \tan x dx = \ln \sec x + c = -\ln \cos x + c$
۵۵	فرمول	$y = \tan^r x$	$\int \tan^r x dx = \tan x - x + c$
۵۶	مثال	$y = \tan^r x$	$\int \tan^r x dx = \tan x - x + c$
۵۷	فرمول	$y = \tan^n x$	$\int \tan^n x dx = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx + c$
۵۸	مثال	$y = \tan^r x$	$\int \tan^r x dx = \frac{\tan^r x}{r} - \int \tan^{r-2} x dx + c$
۵۹	فرمول	$y = \tan ax$	$\int \tan ax dx = \frac{1}{a} \ln \sec ax + c = -\frac{1}{a} \ln \cos ax + c$

۶۰	مثال	$y = \tan x$	$\int \tan x \, dx = \frac{1}{x} \ln \sec x + c = -\frac{1}{x} \ln \cos x + c$
۶۱	فرمول	$y = \tan^x ax$	$\int \tan^x ax = \frac{1}{a} \tan ax - x + c$
۶۲	مثال	$y = \tan^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x$	$\int \tan^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x = \frac{1}{\sqrt{x}} \tan^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x - x + c$
۶۳	فرمول	$y = \tan^x ax$	$\int \tan^x ax = \frac{1}{a} \ln \cos ax + \frac{1}{\sqrt{a}} \sec^x ax + c$
۶۴	مثال	$y = \tan^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x$	$\int \tan^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x = \frac{1}{\sqrt{x}} \ln \cos \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \sec^{\frac{1}{\sqrt{x}}} x + c$
۶۵	فرمول	$y = \cot x$	$\int \cot x \, dx = \ln \sin x + c$
۶۶	مثال	$y = \cot x$	$\int \cot x \, dx = \ln \sin x + c$
۶۷	فرمول	$y = \cot^x x$	$\int \cot^x x \, dx = -\cot x - x + c$
۶۸	مثال	$y = \cot^x x$	$\int \cot^x x \, dx = -\cot x - x + c$
۶۹	فرمول	$y = \cot^n x$	$\int \cot^n x \, dx = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} x - \int \cot^{n-2} x \, dx + c$
۷۰	مثال	$y = \cot^x x$	$\int \cot^x x \, dx = -\frac{1}{x} \cot^x x - \int \cot^{\frac{1}{x}} x \, dx + c$
۷۱	فرمول	$y = \cot ax$	$\int \cot ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \sin ax + c$
۷۲	مثال	$y = \cot ax$	$\int \cot ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \sin ax + c$
۷۳	فرمول	$y = \sec x$	$\int \sec x \, dx = \ln \sec x + \tan x + c = \ln \left \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right $
۷۴	مثال	$y = \sec x$	$\int \sec x \, dx = \ln \sec x + \tan x + c = \ln \left \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right $
۷۵	فرمول	$y = \sec^x x$	$\int \sec^x x \, dx = \tan^x x + c$
۷۶	مثال	$y = \sec^x x$	$\int \sec^x x \, dx = \tan^x x + c$
۷۷	فرمول	$y = \sec^x x$	$\int \sec^x x \, dx = \frac{1}{x} \sec x \tan x + \frac{1}{x} \ln \sec x + \tan x + c$
۷۸	مثال	$y = \sec^x x$	$\int \sec^x x \, dx = \frac{1}{x} \sec x \tan x + \frac{1}{x} \ln \sec x + \tan x + c$
۷۹	فرمول	$y = \sec^n x$	$\int \sec^n x \, dx = \frac{1}{n-1} \sec^{n-1} x \tan x + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x \, dx + c$

۸۰	مثال	$y = \sec^{\epsilon} x$	$\int \sec^{\epsilon} x dx = \frac{1}{\delta} \sec^{\epsilon} x \tan x + \frac{\epsilon}{\delta} \int \sec^{\epsilon} x dx + c$
۸۱	فرمول	$y = \sec ax$	$\int \sec ax dx = \frac{1}{a} \ln \sec ax + \tan ax + c = \frac{1}{a} \ln \left \tan \left(\frac{ax}{\epsilon} + \frac{\pi}{\epsilon} \right) \right $
۸۲	مثال	$y = \sec^{\gamma} x$	$\int \sec^{\gamma} x dx = \frac{1}{\gamma} \ln \sec^{\gamma} x + \tan^{\gamma} x + c = \frac{1}{\gamma} \ln \left \tan \left(\frac{\gamma x}{\epsilon} + \frac{\pi}{\epsilon} \right) \right $
۸۳	فرمول	$y = \sec^{\gamma} ax$	$\int \sec^{\gamma} ax dx = \frac{1}{a} \tan^{\gamma} ax + c$
۸۴	مثال	$y = \sec^{\gamma \cdot \wedge} x$	$\int \sec^{\gamma \cdot \wedge} x dx = \frac{1}{\wedge} \tan^{\gamma \cdot \wedge} x + c$
۸۵	فرمول	$y = \csc x$	$\int \csc x dx = -\ln \csc x + \cot x + c = \ln \left \tan \left(\frac{x}{\gamma} \right) \right $
۸۶	مثال	$y = \csc x$	$\int \csc x dx = -\ln \csc x + \cot x + c = \ln \left \tan \left(\frac{x}{\gamma} \right) \right $
۸۷	فرمول	$y = \csc^{\gamma} x$	$\int \csc^{\gamma} x dx = -\cot x + c$
۸۸	مثال	$y = \csc^{\gamma} x$	$\int \csc^{\gamma} x dx = -\cot x + c$
۸۹	فرمول	$y = \csc^{\gamma} x$	$\int \csc^{\gamma} x dx = -\frac{1}{\gamma} \cot x \csc x + \frac{1}{\gamma} \ln \csc x x - \cot x + c$
۹۰	مثال	$y = \csc^{\gamma} x$	$\int \csc^{\gamma} x dx = -\frac{1}{\gamma} \cot x \csc x + \frac{1}{\gamma} \ln \csc x x - \cot x + c$
۹۱	فرمول	$y = \csc^n x$	$\int \csc^n x dx = \frac{1}{n-1} \csc^{n-1} x \cot x + \frac{n-1}{n-1} \int \csc^{n-1} x dx + c$
۹۲	مثال	$y = \csc^{\Delta} x$	$\int \csc^{\Delta} x dx = \frac{1}{\epsilon} \csc^{\gamma} x \cot x + \frac{\gamma}{\epsilon} \int \csc^{\gamma} x dx + c$
۹۳	فرمول	$y = \csc ax$	$\int \csc ax dx = -\frac{1}{a} \ln \csc ax + \cot ax + c = \frac{1}{a} \ln \left \tan \left(\frac{ax}{\gamma} \right) \right $
۹۴	مثال	$y = \csc^{\gamma} x$	$\int \csc^{\gamma} x dx = -\frac{1}{\gamma} \ln \csc^{\gamma} x + \cot^{\gamma} x + c = \frac{1}{\gamma} \ln \left \tan \left(\frac{\gamma x}{\epsilon} \right) \right $
۹۵	فرمول	$y = \csc^{\gamma} ax$	$\int \csc^{\gamma} ax dx = -\frac{1}{a} \cot ax + c$
۹۶	مثال	$y = \csc^{\gamma \cdot \vee} x$	$\int \csc^{\gamma \cdot \vee} x dx = -\frac{1}{\vee} \cot^{\gamma \cdot \vee} x + c$
۹۷	فرمول	$y = \sin x \cos x$	$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{\gamma} \sin^{\gamma} x + c = -\frac{1}{\gamma} \cos^{\gamma} x + c$
۹۸	مثال	$y = \sin x \cos x$	$\int \sin x \cos x dx = \frac{1}{\gamma} \sin^{\gamma} x + c = -\frac{1}{\gamma} \cos^{\gamma} x + c$
۹۹	فرمول	$y = \sin bx \cos ax$	$\int \sin bx \cos ax dx = \frac{\cos[(a-b)x]}{2(a-b)} - \frac{\cos[(a+b)x]}{2(a+b)} + c$

۱۰۰	مثال	$y = \sin \Delta x \cos \Upsilon x$	$\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\cos \Upsilon x}{\text{۱۰}} - \frac{\cos \Upsilon x}{\text{۱۴}} + c$
۱۰۱	فرمول	$y = \sin ax \sin bx$	$\int \sin ax \cos bx dx = \frac{\sin[(a-b)x]}{\Upsilon(a-b)} - \frac{\sin[(a+b)x]}{\Upsilon(a+b)} + c$
۱۰۲	مثال	$y = \sin \Delta x \sin \Upsilon x$	$\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\sin \Upsilon x}{\text{۱۰}} - \frac{\sin \Upsilon x}{\text{۱۴}} + c$
۱۰۳	فرمول	$y = \cos ax \cos bx$	$\int \sin ax \cos bx dx = \frac{\sin[(a-b)x]}{\Upsilon(a-b)} + \frac{\sin[(a+b)x]}{\Upsilon(a+b)} + c$
۱۰۴	مثال	$y = \cos \Delta x \cos \Upsilon x$	$\int \sin \Delta x \cos \Upsilon x dx = \frac{\sin \Upsilon x}{\text{۱۰}} + \frac{\sin \Upsilon x}{\text{۱۴}} + c$
۱۰۵	فرمول	$y = \sin^{\Upsilon} x \cos x$	$\int \sin^{\Upsilon} x \cos x dx = \frac{1}{\Upsilon} \sin^{\Upsilon} x + c$
۱۰۶	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} x \cos x$	$\int \sin^{\Upsilon} x \cos x dx = \frac{1}{\Upsilon} \sin^{\Upsilon} x + c$
۱۰۷	فرمول	$y = \sin^n x \cos^m x$	$\int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n+1} x \cos^{m-1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m} \int \sin^n x \cos^{m-2} x dx$
۱۰۸	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x$	$\int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x dx = \frac{\sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x}{\text{۱۰}} + \frac{\Upsilon}{\text{۱۰}} \int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon-1} x dx + c$
۱۰۹	فرمول	$y = \sin^n x \cos^m x$	$\int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n-1} x \cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{n-1}{n+m} \int \sin^{n-2} x \cos^m x dx$
۱۱۰	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x$	$\int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x dx = \frac{\sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon} x}{\text{۱۰}} + \frac{\Upsilon}{\text{۱۰}} \int \sin^{\Upsilon} x \cos^{\Upsilon-1} x dx + c$
۱۱۱	فرمول	$y = \sin ax \cos^{\Upsilon} ax$	$\int \sin ax \cos^{\Upsilon} ax dx = -\frac{1}{\Upsilon a} \cos^{\Upsilon} ax + c$
۱۱۲	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} \Upsilon ax$	$\int \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} \Upsilon ax dx = -\frac{1}{\Upsilon \Upsilon} \cos^{\Upsilon} \Upsilon ax + c$
۱۱۳	فرمول	$y = \sin^{\Upsilon} ax \cos bx$	$\int \sin^{\Upsilon} ax \cos bx dx = -\frac{\sin[(\Upsilon a-b)x]}{\Upsilon(\Upsilon a-b)} + \frac{\sin bx}{\Upsilon b} - \frac{\sin[(\Upsilon a+b)x]}{\Upsilon(\Upsilon a+b)} + c$
۱۱۴	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x$	$\int \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x dx = -\frac{\sin[\Delta x]}{\Upsilon \Upsilon} + \frac{\sin \Delta x}{\Upsilon} - \frac{\sin[\Upsilon \Upsilon x]}{\Upsilon \Delta} + c$
۱۱۵	فرمول	$y = \cos^{\Upsilon} ax \sin bx$	$\int \sin^{\Upsilon} ax \cos bx dx = -\frac{\cos[(\Upsilon a-b)x]}{\Upsilon(\Upsilon a-b)} - \frac{\cos bx}{\Upsilon b} - \frac{\cos[(\Upsilon a+b)x]}{\Upsilon(\Upsilon a+b)} + c$
۱۱۶	مثال	$y = \cos^{\Upsilon} \Delta x \sin \Upsilon x$	$\int \sin^{\Upsilon} \Delta x \cos \Upsilon x dx = -\frac{\cos[\Delta x]}{\Upsilon \Upsilon} - \frac{\cos \Upsilon x}{\Upsilon} - \frac{\cos[\Upsilon \Upsilon x]}{\Upsilon \Delta} + c$
۱۱۷	فرمول	$y = \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax$	$\int \sin^{\Upsilon} ax \cos^{\Upsilon} ax dx = \frac{x}{\Delta} - \frac{\sin \Upsilon ax}{\Upsilon \Upsilon a} + c$
۱۱۸	مثال	$y = \sin^{\Upsilon} \text{۱۵} x \cos^{\Upsilon} \text{۱۵} x$	$\int \sin^{\Upsilon} \text{۱۵} x \cos^{\Upsilon} \text{۱۵} x dx = \frac{x}{\Delta} - \frac{\sin \Upsilon \cdot x}{\Upsilon \Delta \cdot} + c$
۱۱۹	فرمول	$y = x \sin x$	$\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x + c$

۱۲۰	مثال	$y = x \sin x$	$\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x + c$
۱۲۱	فرمول	$y = x^n \sin x$	$\int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x dx + c$
۱۲۲	مثال	$y = x^{10} \sin x$	$\int x^{10} \sin x dx = -x^{10} \cos x + 10 \int x^9 \cos x dx + c$
۱۲۳	فرمول	$y = x \sin ax$	$\int x \sin ax dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a} + c$
۱۲۴	مثال	$y = x \sin 7x$	$\int x \sin 7x dx = \frac{\sin 7x}{49} - \frac{x \cos 7x}{7} + c$
۱۲۵	فرمول	$y = x \cos x$	$\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + c$
۱۲۶	مثال	$y = x \cos x$	$\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + c$
۱۲۷	فرمول	$y = x^n \cos x$	$\int x^n \sin x dx = x^n \sin x - n \int x^{n-1} \sin x dx + c$
۱۲۸	مثال	$y = x^{10} \cos x$	$\int x^{10} \cos dx = x^{10} \sin x - 10 \int x^9 \sin x dx + c$
۱۲۹	فرمول	$y = x \cos ax$	$\int x \sin ax dx = \frac{\cos ax}{a^2} + \frac{x \sin ax}{a} + c$
۱۳۰	مثال	$y = x \cos 9x$	$\int x \sin 9x dx = \frac{\cos 9x}{81} + \frac{x \sin 9x}{9} + c$
۱۳۱	فرمول	$y = \sec x \tan x$	$\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$
۱۳۲	مثال	$y = \sec x \tan x$	$\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$
۱۳۳	فرمول	$y = \sec^n x \tan x$	$\int \sec^n x \tan x dx = \frac{1}{n} \sec^n x + c, n \neq 0$
۱۳۴	مثال	$y = \sec^{12} x \tan x$	$\int \sec^{12} x \tan x dx = \frac{1}{11} \sec^{12} x + c$
۱۳۵	فرمول	$y = \sec x \csc x$	$\int \sec x \csc x dx = \ln \tan x + c$
۱۳۶	مثال	$y = \sec x \csc x$	$\int \sec x \csc x dx = \ln \tan x + c$
۱۳۷	فرمول	$y = \sin^{-1} x$	$\int \sin^{-1} x dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$
۱۳۸	مثال	$y = \sin^{-1} x$	$\int \sin^{-1} x dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$
۱۳۹	فرمول	$y = x \sin^{-1} x$	$\int x \sin^{-1} x dx = \frac{x^2-1}{4} \sin^{-1} x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$

۱۴۰	مثال	$y = x \sin^{-1} x$	$\int x \sin^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \sin^{-1} x + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$
۱۴۱	فرمول	$y = x^n \sin^{-1} x$	$\int x^n \sin^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[(x^{n+1} \sin^{-1} x) - \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$
۱۴۲	مثال	$y = x^5 \sin^{-1} x$	$\int x^5 \sin^{-1} x dx = \frac{1}{6} \left[(x^6 \sin^{-1} x) - \int \frac{x^6}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$
۱۴۳	فرمول	$y = \cos^{-1} x$	$\int \cos^{-1} x dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$
۱۴۴	مثال	$y = \cos^{-1} x$	$\int \cos^{-1} x dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$
۱۴۵	فرمول	$y = x \cos^{-1} x$	$\int x \cos^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$
۱۴۶	مثال	$y = x \cos^{-1} x$	$\int x \cos^{-1} x dx = \frac{2x^2 - 1}{4} \cos^{-1} x - \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + c$
۱۴۷	فرمول	$y = x^n \cos^{-1} x$	$\int x^n \cos^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[(x^{n+1} \cos^{-1} x) + \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$
۱۴۸	مثال	$y = x^4 \cos^{-1} x$	$\int x^4 \cos^{-1} x dx = \frac{1}{5} \left[(x^5 \cos^{-1} x) + \int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx \right] + c$
۱۴۹	فرمول	$y = \tan^{-1} x$	$\int \tan^{-1} x dx = x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$
۱۵۰	مثال	$y = \tan^{-1} x$	$\int \tan^{-1} x dx = x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$
۱۵۱	فرمول	$y = x \tan^{-1} x$	$\int x \tan^{-1} x dx = \frac{x^2 + 1}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + c$
۱۵۲	مثال	$y = x \tan^{-1} x$	$\int x \tan^{-1} x dx = \frac{x^2 + 1}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + c$
۱۵۳	فرمول	$y = x^n \tan^{-1} x$	$\int x^n \tan^{-1} x dx = \frac{1}{n+1} \left[(x^{n+1} \tan^{-1} x) - \int \frac{x^{n+1}}{1+x^2} dx \right] + c$
۱۵۴	مثال	$y = x^5 \tan^{-1} x$	$\int x^5 \tan^{-1} x dx = \frac{1}{6} \left[(x^6 \tan^{-1} x) - \int \frac{x^6}{1+x^2} dx \right] + c$
۱۵۵	فرمول	$y = \sinh x$	$\int \sinh x dx = \cosh x + c$
۱۵۶	مثال	$y = \sinh x$	$\int \sinh x dx = \cosh x + c$
۱۵۷	فرمول	$y = \sinh ax$	$\int \sinh ax dx = \frac{1}{a} \cosh ax + c$
۱۵۸	مثال	$y = \sinh \lambda x$	$\int \sinh \lambda x dx = \frac{1}{\lambda} \cosh \lambda x + c$
۱۵۹	فرمول	$y = \cosh x$	$\int \cosh x dx = \sinh x + c$

۱۶۰	مثال	$y = \cosh x$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x + c$
۱۶۱	فرمول	$y = \cosh ax$	$\int \cosh ax \, dx = \frac{1}{a} \sinh ax + c$
۱۶۲	مثال	$y = \cosh ۲۱x$	$\int \cosh ۲۱x \, dx = \frac{1}{۲۱} \sinh ۲۱x + c$
۱۶۳	فرمول	$y = \tanh x$	$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x + c$
۱۶۴	مثال	$y = \tanh x$	$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x + c$
۱۶۵	فرمول	$y = \tanh ax$	$\int \tanh ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \cosh ax + c$
۱۶۶	مثال	$y = \tanh ۳x$	$\int \tanh ۳x \, dx = \frac{1}{۳} \ln \cosh ۳x + c$
۱۶۷	فرمول	$y = \coth x$	$\int \coth x \, dx = \ln \sinh x + c$
۱۶۸	مثال	$y = \coth x$	$\int \coth x \, dx = \ln \sinh x + c$
۱۶۹	فرمول	$y = \coth ax$	$\int \coth ax \, dx = \frac{1}{a} \ln \sinh ax + c$
۱۷۰	مثال	$y = \coth ۱۰x$	$\int \coth ۱۰x \, dx = \frac{1}{۱۰} \ln \sinh ۱۰x + c$
۱۷۱	فرمول	$y = \operatorname{sech} x$	$\int \operatorname{sech} x \, dx = \tan^{-1}(\operatorname{sech} x) + c$
۱۷۲	مثال	$y = \operatorname{sech} x$	$\int \operatorname{sech} x \, dx = \tan^{-1}(\operatorname{sech} x) + c$
۱۷۳	فرمول	$y = \operatorname{sech}^۲ x$	$\int \operatorname{sech}^۲ x \, dx = \tanh x + c$
۱۷۴	مثال	$y = \operatorname{sech}^۲ x$	$\int \operatorname{sech}^۲ x \, dx = \tanh x + c$
۱۷۵	فرمول	$y = \operatorname{csch} x$	$\int \operatorname{csch} x \, dx = \ln \left \tanh \frac{x}{۲} \right + c$
۱۷۶	مثال	$y = \operatorname{csch} x$	$\int \operatorname{csch} x \, dx = \ln \left \tanh \frac{x}{۲} \right + c$
۱۷۷	فرمول	$y = \operatorname{csch}^۲ x$	$\int \operatorname{csch}^۲ x \, dx = -\coth x + c$
۱۷۸	مثال	$y = \operatorname{csch}^۲ x$	$\int \operatorname{csch}^۲ x \, dx = -\coth x + c$
۱۷۹	فرمول	$y = \cos ax \cosh bx$	$\int \cos ax \cosh bx \, dx = \frac{1}{a^۲ + b^۲} [a \sin ax \cosh bx + b \cos ax \sinh bx]$

۱۸۰	مثال	$y = \cos rx \cosh rx$	$\int \cos rx \cosh rx dx = \frac{1}{13} [r \sin rx \cosh rx + r \cos rx \sinh rx] + c$
۱۸۱	فرمول	$y = \cos ax \sinh bx$	$\int \cos ax \sinh bx dx = \frac{1}{a^2 + b^2} [b \cos ax \cosh bx + a \sin ax \sinh bx]$
۱۸۲	مثال	$y = \cos rx \sinh \Delta x$	$\int \cos rx \sinh \Delta x dx = \frac{1}{r^2} [\Delta \cos rx \cosh \Delta x + r \sin rx \sinh \Delta x] + c$
۱۸۳	فرمول	$y = \sin ax \cosh bx$	$\int \sin ax \cosh bx dx = \frac{-1}{a^2 + b^2} [-a \cos ax \cosh bx + b \sin ax \sinh bx]$
۱۸۴	مثال	$y = \sin rx \cosh \Delta x$	$\int \sin rx \cosh \Delta x dx = \frac{-1}{r^2} [-r \cos rx \cosh \Delta x + \Delta \sin rx \sinh \Delta x]$
۱۸۵	فرمول	$y = \sin ax \sinh bx$	$\int \sin ax \sinh bx dx = \frac{1}{a^2 + b^2} [b \sin ax \cosh bx - a \cos ax \sinh bx]$
۱۸۶	مثال	$y = \sin vx \sinh \Delta x$	$\int \sin vx \sinh \Delta x dx = \frac{1}{v^2} [\Delta \sin vx \cosh \Delta x - v \cos vx \sinh \Delta x]$
۱۸۷	فرمول	$y = \sinh ax \cosh ax$	$\int \sinh ax \cosh ax dx = \frac{1}{ra} [-rax + \sinh rax] + c$
۱۸۸	مثال	$y = \sinh rx \cosh rx$	$\int \sinh rx \cosh rx dx = \frac{1}{r^2} [-\Delta x + \sinh \Delta x] + c$
۱۸۹	فرمول	$y = \sinh ax \cosh bx$	$\int \sinh ax \cosh bx dx = \frac{1}{b^2 - a^2} [b \sinh ax \cosh bx - a \cosh ax \sinh bx]$
۱۹۰	مثال	$y = \sinh rx \cosh rx$	$\int \sinh rx \cosh rx dx = \frac{1}{-3r} [r \sinh rx \cosh rx - r \cosh rx \sinh rx]$
۱۹۱	فرمول	$y = \operatorname{sech} x \tanh x$	$\int \operatorname{sech} x \tanh x dx = -\operatorname{sech} x + c$
۱۹۲	مثال	$y = \operatorname{sech} x \tanh x$	$\int \operatorname{sech} x \tanh x dx = -\operatorname{sech} x + c$
۱۹۳	فرمول	$y = \operatorname{csch} x \coth x$	$\int \operatorname{csch} x \coth x dx = -\operatorname{csch} x + c$
۱۹۴	مثال	$y = \operatorname{csch} x \coth x$	$\int \operatorname{csch} x \coth x dx = -\operatorname{csch} x + c$
۱۹۵	فرمول	$y = \sinh^{-1} x$	$\int \sinh^{-1} x dx = x \sinh^{-1} x - \sqrt{x^2 + 1} + c$
۱۹۶	مثال	$y = \sinh^{-1} x$	$\int \sinh^{-1} x dx = x \sinh^{-1} x - \sqrt{x^2 + 1} + c$
۱۹۷	فرمول	$y = \cosh^{-1} x$	$\int \cosh^{-1} x dx = x \cosh^{-1} x - \sqrt{x^2 - 1} + c$
۱۹۸	مثال	$y = \cosh^{-1} x$	$\int \cosh^{-1} x dx = x \cosh^{-1} x - \sqrt{x^2 - 1} + c$
۱۹۹	فرمول	$y = \tanh^{-1} x$	$\int \tanh^{-1} x dx = x \tanh^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + c$

۲۰۰	مثال	$y = \tanh^{-1} x$	$\int \tanh^{-1} x \, dx = x \tanh^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1 - x^2) + c$
۲۰۱	فرمول	$y = \operatorname{sech}^{-1} x$	$\int \operatorname{sech}^{-1} x \, dx = x \operatorname{sech}^{-1} x - \tan^{-1} \left(\frac{x}{1 - \sqrt{1 - x^2}} \right) + c$
۲۰۲	مثال	$y = \operatorname{sech}^{-1} x$	$\int \operatorname{sech}^{-1} x \, dx = x \operatorname{sech}^{-1} x - \tan^{-1} \left(\frac{x}{1 - \sqrt{1 - x^2}} \right) + c$
۲۰۳	فرمول	$y = \operatorname{csch}^{-1} x$	$\int \operatorname{csch}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csch}^{-1} x + \log \left[x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] + c$
۲۰۴	مثال	$y = \operatorname{csch}^{-1} x$	$\int \operatorname{csch}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csch}^{-1} x + \log \left[x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] + c$
۲۰۵	فرمول	$y = \ln x$	$\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$
۲۰۶	مثال	$y = \ln x$	$\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$
۲۰۷	فرمول	$y = \ln ax$	$\int \ln ax \, dx = x \ln ax - x + c$
۲۰۸	مثال	$y = \ln vx$	$\int \ln vx \, dx = x \ln vx - x + c$
۲۰۹	فرمول	$y = \frac{\ln ax}{x}$	$\int \frac{\ln ax}{x} \, dx = \frac{1}{r} (\ln ax)^r + c$
۲۱۰	مثال	$y = \frac{\ln vx}{x}$	$\int \frac{\ln vx}{x} \, dx = \frac{1}{r} (\ln vx)^r + c$
۲۱۱	فرمول	$y = \ln(ax + b)$	$\int \ln(ax + b) \, dx = \left(x + \frac{b}{a} \right) \ln(ax + b) - x + c, a \neq 0$
۲۱۲	مثال	$y = \ln(vx + \lambda)$	$\int \ln(vx + \lambda) \, dx = \left(x + \frac{\lambda}{v} \right) \ln(vx + \lambda) - x + c, a \neq 0$
۲۱۳	فرمول	$y = \ln(x^r + a^r)$	$\int \ln(x^r + a^r) \, dx = x \ln(x^r + a^r) + ra \tan^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) - rx + c$
۲۱۴	مثال	$y = \ln(x^r + \lambda^r)$	$\int \ln(x^r + \lambda^r) \, dx = x \ln(x^r + \lambda^r) + r\lambda \tan^{-1} \left(\frac{x}{\lambda} \right) - rx + c$
۲۱۵	فرمول	$y = \ln(x^r - a^r)$	$\int \ln(x^r - a^r) \, dx = x \ln(x^r - a^r) + a \ln \frac{x + a}{x - a} - rx + c$
۲۱۶	مثال	$y = \ln(x^r - \epsilon^r)$	$\int \ln(x^r - \epsilon^r) \, dx = x \ln(x^r - \epsilon^r) + \epsilon \ln \frac{x + \epsilon}{x - \epsilon} - rx + c$
۲۱۷	فرمول	$y = \ln(ax^r + bx + c)$	$\int \ln(ax^r + bx + c) \, dx = \frac{1}{a} \sqrt{rac - b^r} \tan^{-1} \frac{rax + b}{\sqrt{rac - b^r}} - rx + \left(\frac{b}{ra} + x \right) \ln(ax^r + bx + c)$
۲۱۸	مثال	$y = \text{-----}$	$\int dx = \text{-----}$
۲۱۹	فرمول	$y = x \ln(ax + b)$	$\int x \ln(ax + b) \, dx = \frac{bx}{ra} - \frac{1}{r} x^r + \frac{1}{r} \left(x^r - \frac{b^r}{a^r} \right) \ln(ax + b) + c$

۲۲۰	مثال	$y = x \ln(\epsilon x + \delta)$	$\int x \ln(\epsilon x + \delta) dx = \frac{\delta x}{\gamma} - \frac{1}{\epsilon} x^{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x^{\gamma} - \frac{\gamma \delta}{\epsilon} \right) \ln(\epsilon x + \delta) + c$
۲۲۱	فرمول	$y = x \ln(a^{\gamma} - b^{\gamma} x^{\gamma})$	$\int x \ln(a^{\gamma} - b^{\gamma} x^{\gamma}) dx = -\frac{x^{\gamma}}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x^{\gamma} - \frac{a^{\gamma}}{b^{\gamma}} \right) \ln(a^{\gamma} - b^{\gamma} x^{\gamma}) + c$
۲۲۲	مثال	$y = x \ln(\epsilon - \gamma x^{\gamma})$	$\int x \ln(\epsilon - \gamma x^{\gamma}) dx = -\frac{x^{\gamma}}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x^{\gamma} - \frac{\epsilon}{\gamma} \right) \ln(\epsilon - \gamma x^{\gamma}) + c$
۲۲۳	فرمول	$y = x^n \ln x$	$\int x^n \ln x dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^{\gamma}} [(n+1) \ln x - 1] + c$
۲۲۴	مثال	$y = x^{\gamma} \ln x$	$\int x^{\gamma} \ln x dx = \frac{x^{\lambda}}{\epsilon \epsilon} [(\lambda) \ln x - 1] + c$
۲۲۵	فرمول	$y = \frac{1}{x \ln x}$	$\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln \ln x + c$
۲۲۶	مثال	$y = \frac{1}{x \ln x}$	$\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln \ln x + c$
۲۲۷	فرمول	$y = a^x$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
۲۲۸	مثال	$y = \epsilon^x$	$\int \epsilon^x dx = \frac{\epsilon^x}{\ln \epsilon} + c$
۲۲۹	فرمول	$y = e^x$	$\int e^x dx = e^x + c$
۲۳۰	مثال	$y = e^x$	$\int e^x dx = e^x + c$
۲۳۱	فرمول	$y = e^{ax}$	$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$
۲۳۲	مثال	$y = e^{\delta x}$	$\int e^{\delta x} dx = \frac{1}{\delta} e^{\delta x} + c$
۲۳۳	فرمول	$y = x e^x$	$\int x e^x dx = (x - 1) e^x + c$
۲۳۴	مثال	$y = x e^x$	$\int x e^x dx = (x - 1) e^x + c$
۲۳۵	فرمول	$y = x e^{ax}$	$\int x e^{ax} dx = \frac{1}{a^{\gamma}} (ax - 1) e^{ax} + c$
۲۳۶	مثال	$y = x e^{\delta x}$	$\int x e^{\delta x} dx = \frac{1}{\gamma \delta} (\delta x - 1) e^{\delta x} + c$
۲۳۷	فرمول	$y = x^{\gamma} e^x$	$\int x^{\gamma} e^x dx = (x^{\gamma} - \gamma x + \gamma) e^x + c$
۲۳۸	مثال	$y = x^{\gamma} e^x$	$\int x^{\gamma} e^x dx = (x^{\gamma} - \gamma x + \gamma) e^x + c$
۲۳۹	فرمول	$y = x^{\gamma} e^x$	$\int x^{\gamma} e^x dx = (x^{\gamma} - \gamma x^{\gamma} + \epsilon x - \epsilon) e^x + c$

۲۴۰	مثال	$y = x^r e^x$	$\int x^r e^x dx = (x^r - rx^{r-1} + rx^{r-2} - \dots)e^x + c$
۲۴۱	فرمول	$y = x^r e^{ax}$	$\int x^r e^{ax} dx = \left(\frac{x^r}{a} - \frac{rx^{r-1}}{a^2} + \frac{r^2 x^{r-2}}{a^3} - \dots\right) e^{ax} + c$
۲۴۲	مثال	$y = x^r e^{rx}$	$\int x^r e^{rx} dx = \left(\frac{x^r}{r} - \frac{rx^{r-1}}{r^2} + \frac{r^2 x^{r-2}}{r^3} - \dots\right) e^{rx} + c$
۲۴۳	فرمول	$y = x^n e^{ax}$	$\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx + c$
۲۴۴	مثال	$y = x^q e^{\Delta x}$	$\int x^q e^{\Delta x} dx = \frac{1}{\Delta} x^q e^{\Delta x} - \frac{q}{\Delta} \int x^{q-1} e^{\Delta x} dx + c$
۲۴۵	فرمول	$y = e^{ax^2}$	$\int e^{ax^2} dx = \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} \operatorname{erf}(ix\sqrt{a}) + c$
۲۴۶	مثال	$y = e^{i \cdot x^2}$	$\int e^{i \cdot x^2} dx = \frac{i\sqrt{\pi}}{2\sqrt{i}} \operatorname{erf}(ix\sqrt{i}) + c$
۲۴۷	فرمول	$y = e^{-ax^2}$	$\int e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} \operatorname{erf}(x\sqrt{a}) + c$
۲۴۸	مثال	$y = e^{-i \cdot x^2}$	$\int e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{-i}} \operatorname{erf}(x\sqrt{-i}) + c$
۲۴۹	فرمول	$y = \sqrt{x} e^{ax}$	$\int \sqrt{x} e^{ax} dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$
۲۵۰	مثال	$y = \sqrt{x} e^{i \cdot x}$	$\int \sqrt{x} e^{i \cdot x} dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$
۲۵۱	فرمول	$y = x e^{-ax^2}$	$\int x e^{-ax^2} dx = \frac{-1}{2a} e^{-ax^2} + c$
۲۵۲	مثال	$y = x e^{-i \cdot x^2}$	$\int x e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{-1}{2i} e^{-i \cdot x^2} + c$
۲۵۳	فرمول	$y = x^r e^{-ax^2}$	$\int x^r e^{-ax^2} dx = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{erf}(x\sqrt{a}) - \frac{x}{ra} e^{-ax^2} + c$
۲۵۴	مثال	$y = x^r e^{-i \cdot x^2}$	$\int x^r e^{-i \cdot x^2} dx = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\pi}{i}} \operatorname{erf}(x\sqrt{i}) - \frac{x}{ir} e^{-i \cdot x^2} + c$
۲۵۵	فرمول	$y = e^x \sin x$	$\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$
۲۵۶	مثال	$y = e^x \sin x$	$\int e^x \sin x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c$
۲۵۷	فرمول	$y = e^x \cos x$	$\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c$
۲۵۸	مثال	$y = e^x \cos x$	$\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c$
۲۵۹	فرمول	$y = e^{bx} \sin ax$	$\int e^{bx} \sin ax dx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{bx} (b \sin ax - a \cos ax) + c$

۲۶۰	مثال	$y = e^{r \cdot x} \sin \lambda \cdot x$	$\int e^{r \cdot x} \sin \lambda \cdot x dx = \frac{1}{\Delta \dots} e^{r \cdot x} (r \cdot \sin \lambda \cdot x - \lambda \cdot \cos \lambda \cdot x) + c$
۲۶۱	فرمول	$y = e^{bx} \cos ax$	$\int e^{bx} \cos ax dx = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{bx} (a \sin ax + b \cos ax) + c$
۲۶۲	مثال	$y = e^{rx} \cos \epsilon x$	$\int e^{rx} \cos \epsilon x dx = \frac{1}{\Delta r} e^{rx} (\epsilon \sin \epsilon x + r \cos \epsilon x) + c$
۲۶۳	فرمول	$y = xe^x \sin x$	$\int xe^x \sin x dx = \frac{1}{r} e^x (\cos x - x \cos x + x \sin x) + c$
۲۶۴	مثال	$y = xe^x \sin x$	$\int xe^x \sin x dx = \frac{1}{r} e^x (\cos x - x \cos x + x \sin x) + c$
۲۶۵	فرمول	$y = xe^x \cos x$	$\int xe^x \cos x dx = \frac{1}{r} e^x (x \cos x - \sin x + x \sin x) + c$
۲۶۶	مثال	$y = xe^x \cos x$	$\int xe^x \cos x dx = \frac{1}{r} e^x (x \cos x - \sin x + x \sin x) + c$
۲۶۷	فرمول	$y = e^{ax} \cosh bx$	$\int e^{ax} \cosh bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 - b^2} [a \cosh bx - b \sinh ax] + c$
۲۶۸	مثال	$y = e^{rx} \cosh \lambda x$	$\int e^{rx} \cosh \lambda x dx = \frac{e^{rx}}{-r\lambda} [\epsilon \cosh \lambda x - \lambda \sinh \epsilon x] + c$
۲۶۹	فرمول	$y = e^{ax} \sinh bx$	$\int e^{ax} \sinh bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 - b^2} [-b \cosh bx + a \sinh bx] + c$
۲۷۰	مثال	$y = e^{rx} \sinh \lambda x$	$\int e^{rx} \sinh \lambda x dx = \frac{e^{rx}}{-r\lambda} [-\lambda \cosh \lambda x + r \sinh \lambda x] + c$
۲۷۱	فرمول	$y = \sqrt{ax + b}$	$\int \sqrt{ax + b} dx = \left(\frac{rb}{ra} + \frac{rx}{r} \right) \sqrt{ax + b} + c$
۲۷۲	مثال	$y = \sqrt{rx + r}$	$\int \sqrt{rx + r} dx = \left(1 + \frac{rx}{r} \right) \sqrt{rx + r} + c$
۲۷۳	فرمول	$y = x\sqrt{ax + b}$	$\int x\sqrt{ax + b} dx = \frac{r}{1\Delta a^2} (-2b^2 + abx + ra^2 x^2) + c$
۲۷۴	مثال	$y = x\sqrt{x + y}$	$\int x\sqrt{x + y} dx = \frac{r}{1\Delta} (-9\lambda + yx + rx^2) + c$
۲۷۵	فرمول	$y = x^n \sqrt{ax + b}$	$\int x^n \sqrt{ax + b} dx = \frac{r}{b(rn + r)} \left[x^n (ax + b)^{\frac{r}{2}} - na \int x^{n-1} \sqrt{ax + b} dx \right]$
۲۷۶	مثال	$y = x^n \sqrt{rx + 1}$	$\int x^n \sqrt{rx + 1} dx = \frac{r}{(rn + r)} \left[x^n (rx + 1)^{\frac{r}{2}} - rn \int x^{n-1} \sqrt{rx + 1} dx \right]$
۲۷۷	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{ax + b}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{ax + b}} dx = \frac{r}{rb^2} (bx - ra) \sqrt{ax + b} + c$
۲۷۸	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{\lambda x + 9}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{\lambda x + 9}} dx = \frac{r}{r\epsilon r} (9x - 1\epsilon) \sqrt{\lambda x + b} + c$
۲۷۹	فرمول	$y = \frac{x^2}{\sqrt{ax + b}}$	$\int \frac{x^2}{\sqrt{ax + b}} dx = \frac{r}{1\Delta b^2} (\lambda a^2 + rb^2 x^2 - \epsilon abx) \sqrt{ax + b} + c$

۲۸۰	مثال	$y = \frac{x^r}{\sqrt{rx + \delta}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{rx + \delta}} dx = \frac{r}{187\delta} (vr + v\delta x^r - 6 \cdot x) \sqrt{rx + \delta} + c$
۲۸۱	فرمول	$y = \frac{x^n}{\sqrt{ax + b}}$	$\int \frac{x^n}{\sqrt{ax + b}} dx = \frac{rx^n \sqrt{ax + b}}{b(r + 1)} - \frac{rxa}{b(r + 1)} \int \frac{x^{n-1}}{\sqrt{ax + b}} dx + c$
۲۸۲	مثال	$y = \frac{x^r}{\sqrt{x + 9}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{x + 9}} dx = \frac{rx^r \sqrt{x + 9}}{9(r + 1)} - \frac{r \cdot 9}{9(r + 1)} \int \frac{x}{\sqrt{x + 9}} dx + c$
۲۸۳	فرمول	$y = \frac{1}{x\sqrt{a + bx}}$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{ax + b}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left \frac{\sqrt{a + bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a + bx} + \sqrt{a}} \right + c$
۲۸۴	مثال	$y = \frac{1}{x\sqrt{r + \delta x}}$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{r + \delta x}} = \frac{1}{\sqrt{r}} \ln \left \frac{\sqrt{r + \delta x} - \sqrt{r}}{\sqrt{r + \delta x} + \sqrt{r}} \right + c$
۲۸۵	فرمول	$y = \frac{1}{x^n \sqrt{a + bx}}$	$\int \frac{1}{x^n \sqrt{a + bx}} dx = \frac{\sqrt{a + bx}}{a(n - 1)x^{n-1}} - \frac{b(rn - r)}{ra(n - 1)} \int \frac{1}{x^{n-1} \sqrt{a + bx}} dx + c$
۲۸۶	مثال	$y = \frac{1}{x^n \sqrt{a + bx}}$	$\int \frac{1}{x^n \sqrt{a + bx}} dx = \frac{\sqrt{a + bx}}{a(n - 1)x^{n-1}} - \frac{b(rn - r)}{ra(n - 1)} \int \frac{1}{x^{n-1} \sqrt{a + bx}} dx + c$
۲۸۷	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a + bx}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{a + bx}}{x} dx = r\sqrt{a + bx} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{a + bx}} + c$
۲۸۸	مثال	$y = \frac{\sqrt{\delta + x}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{\delta + x}}{x} dx = r\sqrt{\delta + x} + \delta \int \frac{dx}{x\sqrt{\delta + x}} + c$
۲۸۹	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a + bx}}{x^r}$	$\int \frac{\sqrt{a + bx}}{x^r} dx = -\frac{\sqrt{a + bx}}{x} + \frac{b}{r} \int \frac{dx}{x\sqrt{a + bx}} + c$
۲۹۰	مثال	$y = \frac{\sqrt{\delta + x}}{x^r}$	$\int \frac{\sqrt{\delta + x}}{x^r} dx = -\frac{\sqrt{\delta + x}}{x} + \frac{1}{r} \int \frac{dx}{x\sqrt{\delta + x}} + c$
۲۹۱	فرمول	$y = \frac{x}{a + bx}$	$\int \frac{x}{a + bx} dx = \frac{1}{b^r} (a + bx - a \ln a + bx) + c$
۲۹۲	مثال	$y = \frac{x}{r + \delta x}$	$\int \frac{x}{r + \delta x} dx = \frac{1}{r\delta} (r + \delta x - r \ln r + \delta x) + c$
۲۹۳	فرمول	$y = \frac{x^r}{a + bx}$	$\int \frac{x^r}{a + bx} dx = \frac{1}{b^r} ((a + bx)^r - ra(a + bx) + ra^r \ln a + bx) + c$
۲۹۴	مثال	$y = \frac{x^r}{r + \delta x}$	$\int \frac{x^r}{r + \delta x} dx = \frac{1}{r\delta} ((r + \delta x)^r - 1r(r + \delta x) + r^2 \ln r + \delta x) + c$
۲۹۵	فرمول	$y = \frac{1}{x(a + bx)}$	$\int \frac{dx}{x(a + bx)} = \frac{1}{a} \ln \left \frac{x}{(a + bx)} \right + c$
۲۹۶	مثال	$y = \frac{1}{x(r + 9x)}$	$\int \frac{dx}{x(r + 9x)} = \frac{1}{r} \ln \left \frac{x}{((r + 9x))} \right + c$
۲۹۷	فرمول	$y = \frac{1}{x^r(a + bx)}$	$\int \frac{1}{x^r(a + bx)} dx = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^r} \ln \left \frac{(a + bx)}{x} \right + c$
۲۹۸	مثال	$y = \frac{1}{x^r(r + 9x)}$	$\int \frac{1}{x^r(r + 9x)} dx = -\frac{1}{rx} + \frac{9}{r} \ln \left \frac{(r + 9x)}{x} \right + c$
۲۹۹	فرمول	$y = \frac{1}{1 + x^r}$	$\int \frac{1}{1 + x^r} dx = \tan^{-1} x + c$

۳۰۰	مثال	$y = \frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$
۳۰۱	فرمول	$y = \frac{1}{a^2+x^2}$	$\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۰۲	مثال	$y = \frac{1}{9+x^2}$	$\int \frac{1}{9+x^2} dx = \frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$
۳۰۳	فرمول	$y = \frac{x}{a^2+x^2}$	$\int \frac{x}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln a^2+x^2 + c$
۳۰۴	مثال	$y = \frac{x}{16+x^2}$	$\int \frac{x}{16+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln 16+x^2 + c$
۳۰۵	فرمول	$y = \frac{x^2}{a^2+x^2}$	$\int \frac{x^2}{a^2+x^2} dx = x - a \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۰۶	مثال	$y = \frac{x^2}{36+x^2}$	$\int \frac{x^2}{36+x^2} dx = x - 6 \tan^{-1} \frac{x}{6} + c$
۳۰۷	فرمول	$y = \frac{x^3}{a^2+x^2}$	$\int \frac{x^3}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} a^2 \ln a^2+x^2 + c$
۳۰۸	مثال	$y = \frac{x^3}{49+x^2}$	$\int \frac{x^3}{49+x^2} dx = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} 49 \ln 49+x^2 + c$
۳۰۹	فرمول	$y = \frac{1}{a^2-x^2}$	$\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + c$
۳۱۰	مثال	$y = \frac{1}{81-x^2}$	$\int \frac{1}{81-x^2} dx = \frac{1}{18} \ln \left \frac{9+x}{9-x} \right + c$
۳۱۱	فرمول	$y = \frac{1}{x^2-a^2}$	$\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + c$
۳۱۲	مثال	$y = \frac{1}{x^2-4}$	$\int \frac{1}{x^2-4} dx = \frac{1}{4} \ln \left \frac{x-2}{x+2} \right + c$
۳۱۳	فرمول	$y = \frac{1}{ax+b}$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + c$
۳۱۴	مثال	$y = \frac{1}{3x+9}$	$\int \frac{1}{3x+9} dx = \frac{1}{3} \ln 3x+9 + c$
۳۱۵	فرمول	$y = \frac{1}{(x+a)^2}$	$\int \frac{1}{(x+a)^2} dx = -\frac{1}{x+a} + c$
۳۱۶	مثال	$y = \frac{1}{(x+8)^2}$	$\int \frac{1}{(x+8)^2} dx = -\frac{1}{x+8} + c$
۳۱۷	فرمول	$y = x(x+a)^n$	$\int x(x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+1}((n+1)(x-a))}{(n+1)(n+2)} + c$
۳۱۸	مثال	$y = x(x+a)^n$	$\int x(x+a)^n dx = \frac{(x+a)^{n+1}((n+1)(x-a))}{(n+1)(n+2)} + c$
۳۱۹	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + c$

۳۲۰	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{x^r \pm 25}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^r \pm 25}} dx = \ln x + \sqrt{x^r \pm 25} + c$
۳۲۱	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{a^r - x^r}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{a^r - x^r}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۲۲	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{64 - x^r}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{64 - x^r}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{8} + c$
۳۲۳	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{x^r \pm a^r}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{x^r \pm a^r}} dx = \sqrt{x^r \pm a^r} + c$
۳۲۴	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{x^r \pm 9}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{x^r \pm 9}} dx = \sqrt{x^r \pm 9} + c$
۳۲۵	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{a^r - x^r}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{a^r - x^r}} dx = -\sqrt{a^r - x^r} + c$
۳۲۶	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{4 - x^r}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^r}} dx = -\sqrt{4 - x^r} + c$
۳۲۷	فرمول	$y = \frac{x^r}{\sqrt{x^r \pm a^r}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{x^r \pm a^r}} dx = \frac{1}{r} x \sqrt{x^r \pm a^r} \mp \frac{1}{r} a^r \ln x + \sqrt{x^r \pm a^r} + c$
۳۲۸	مثال	$y = \frac{x^r}{\sqrt{x^r \pm 9}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{x^r \pm 9}} dx = \frac{1}{r} x \sqrt{x^r \pm 9} \mp \frac{1}{r} 9 \ln x + \sqrt{x^r \pm 9} + c$
۳۲۹	فرمول	$y = \frac{x^r}{\sqrt{a^r - x^r}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{a^r - x^r}} dx = -\frac{1}{r} x \sqrt{a^r - x^r} + \frac{1}{r} a^r \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۳۰	مثال	$y = \frac{x^r}{\sqrt{25 - x^r}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{25 - x^r}} dx = -\frac{1}{r} x \sqrt{25 - x^r} + \frac{1}{r} 25 \sin^{-1} \frac{x}{5} + c$
۳۳۱	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{ax^r + bx + c}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{ax^r + bx + c}} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left \sqrt{a} x + b + \sqrt{a(ax^r + bx + c)} \right + c$
۳۳۲	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{5x^r + x + c}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{5x^r + x + c}} dx = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left \sqrt{5} x + 1 + \sqrt{5(\sqrt{5}x^r + x + c)} \right + c$
۳۳۳	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{ax^r + bx + c}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{ax^r + bx + c}} dx = \frac{1}{a} \sqrt{ax^r + bx + c} - \frac{b}{r a^r} \ln \left \sqrt{a} x + b + \sqrt{a(ax^r + bx + c)} \right + c$
۳۳۴	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{ax^r + bx + c}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{ax^r + bx + c}} dx = \frac{1}{a} \sqrt{ax^r + bx + c} - \frac{b}{r a^r} \ln \left \sqrt{a} x + b + \sqrt{a(ax^r + bx + c)} \right + c$
۳۳۵	فرمول	$y = \frac{1}{(a^r + x^r)^{\frac{r}{r}}}$	$\int \frac{1}{(a^r + x^r)^{\frac{r}{r}}} dx = -\frac{x}{a^r \sqrt{a^r + x^r}} + c$
۳۳۶	مثال	$y = \frac{1}{(1 + x^r)^{\frac{r}{r}}}$	$\int \frac{1}{(1 + x^r)^{\frac{r}{r}}} dx = -\frac{x}{1 \sqrt{1 + x^r}} + c$
۳۳۷	فرمول	$y = \frac{-1}{\sqrt{a^r - x^r}}$	$\int \frac{-1}{\sqrt{a^r - x^r}} dx = \cos^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۳۸	مثال	$y = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^r}}$	$\int \frac{-1}{\sqrt{1 - x^r}} dx = \cos^{-1} \frac{x}{1} + c$
۳۳۹	فرمول	$y = \frac{1}{x \sqrt{x^r - a^r}}$	$\int \frac{1}{x \sqrt{x^r - a^r}} dx = \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + c$

۳۴۰	مثال	$y = \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 36}}$	$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 36}} dx = \frac{1}{6} \sec^{-1} \frac{x}{6} + c$
۳۴۱	فرمول	$y = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$	$\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \tan^{-1} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} + c$
۳۴۲	مثال	$y = \frac{1}{\Delta x^2 + 3x + 2}$	$\int \frac{1}{\Delta x^2 + 3x + 2} dx = \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 1 - 9}} \tan^{-1} \frac{1 \cdot x + 2}{\sqrt{4 \cdot 1 - 9}} + c$
۳۴۳	فرمول	$y = \frac{1}{(x+a)(x+b)}$	$\int \frac{1}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{1}{b-a} \ln \left \frac{a+x}{b+x} \right + c$
۳۴۴	مثال	$y = \frac{1}{(x+7)(x+5)}$	$\int \frac{1}{(x+7)(x+5)} dx = \frac{1}{-2} \ln \left \frac{7+x}{5+x} \right + c$
۳۴۵	فرمول	$y = \frac{x}{(x+a)^2}$	$\int \frac{x}{(x+a)^2} dx = \frac{a}{a+x} + \ln a+x + c$
۳۴۶	مثال	$y = \frac{x}{(x+9)^2}$	$\int \frac{x}{(x+9)^2} dx = \frac{9}{9+x} + \ln 9+x + c$
۳۴۷	فرمول	$y = \sqrt{a^2 + x^2}$	$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2} + c$
۳۴۸	مثال	$y = \sqrt{4 + x^2}$	$\int \sqrt{4 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{4 + x^2} + 2 \ln x + \sqrt{4 + x^2} + c$
۳۴۹	فرمول	$y = x^2 \sqrt{a^2 + x^2}$	$\int x^2 \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{8} (a^2 + 2x^2) \sqrt{a^2 + x^2} - \frac{a^4}{8} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2} + c$
۳۵۰	مثال	$y = x^2 \sqrt{a^2 + x^2}$	$\int x^2 \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{8} (a^2 + 2x^2) \sqrt{a^2 + x^2} - \frac{a^4}{8} \ln x + \sqrt{a^2 + x^2} + c$
۳۵۱	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 + x^2} - a \ln \left \frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x} \right + c$
۳۵۲	مثال	$y = \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x} dx = \sqrt{49 + x^2} - 7 \ln \left \frac{7 + \sqrt{49 + x^2}}{x} \right + c$
۳۵۳	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2}$	$\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} + \ln x + \sqrt{a^2 + x^2} + c$
۳۵۴	مثال	$y = \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x^2}$	$\int \frac{\sqrt{49 + x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{49 + x^2}}{x} + \ln x + \sqrt{49 + x^2} + c$
۳۵۵	فرمول	$y = \frac{1}{x\sqrt{a^2 + x^2}}$	$\int \frac{1}{x\sqrt{a^2 + x^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left \frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x} \right + c$
۳۵۶	مثال	$y = \frac{1}{x\sqrt{25 + x^2}}$	$\int \frac{1}{x\sqrt{25 + x^2}} dx = -\frac{1}{5} \ln \left \frac{5 + \sqrt{25 + x^2}}{x} \right + c$
۳۵۷	فرمول	$y = \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$	$\int \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a^2 x} + c$
۳۵۸	مثال	$y = \frac{1}{x^2 \sqrt{25 + x^2}}$	$\int \frac{1}{x^2 \sqrt{25 + x^2}} dx = -\frac{\sqrt{25 + x^2}}{25x} + c$
۳۵۹	فرمول	$y = \sqrt{a^2 - x^2}$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

۳۶۰	مثال	$y = \sqrt{۲۵ - x^۲}$	$\int \sqrt{۲۵ - x^۲} dx = \frac{1}{۲} x \sqrt{۲۵ - x^۲} + \frac{1}{۲} ۲۵ \sin^{-1} \frac{x}{۵} + c$
۳۶۱	فرمول	$y = x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}$	$\int x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - a^۲) \sqrt{a^۲ - x^۲} - \frac{a^۴}{۸} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۶۲	مثال	$y = x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}$	$\int x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - ۸۱) \sqrt{۸۱ - x^۲} - \frac{a^۴}{۸} \sin^{-1} \frac{x}{۹} + c$
۳۶۳	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} dx = \sqrt{a^۲ - x^۲} - a \ln \left \frac{a + \sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} \right + c$
۳۶۴	مثال	$y = \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{۴ - x^۲}}{x} dx = \sqrt{۴ - x^۲} - ۲ \ln \left \frac{۲ + \sqrt{۴ - x^۲}}{x} \right + c$
۳۶۵	فرمول	$y = \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x^۲}$	$\int \frac{\sqrt{a^۲ - x^۲}}{x^۲} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{a^۲ - x^۲} - \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
۳۶۶	مثال	$y = \frac{\sqrt{۱۰۰ - x^۲}}{x^۲}$	$\int \frac{\sqrt{۱۰۰ - x^۲}}{x^۲} dx = -\frac{1}{x} \sqrt{۱۰۰ - x^۲} - \sin^{-1} \frac{x}{۱۰} + c$
۳۶۷	فرمول	$y = \frac{1}{x \sqrt{a^۲ - x^۲}}$	$\int \frac{1}{x \sqrt{a^۲ - x^۲}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left \frac{a + \sqrt{a^۲ - x^۲}}{x} \right + c$
۳۶۸	مثال	$y = \frac{1}{x \sqrt{۴۹ - x^۲}}$	$\int \frac{1}{x \sqrt{۴۹ - x^۲}} dx = -\frac{1}{۷} \ln \left \frac{۷ + \sqrt{۴۹ - x^۲}}{x} \right + c$
۳۶۹	فرمول	$y = \frac{1}{x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}}$	$\int \frac{1}{x^۲ \sqrt{a^۲ - x^۲}} dx = \frac{1}{a^۲ x} \sqrt{a^۲ - x^۲} + c$
۳۷۰	مثال	$y = \frac{1}{x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}}$	$\int \frac{1}{x^۲ \sqrt{۸۱ - x^۲}} dx = \frac{1}{۸۱ x} \sqrt{۸۱ - x^۲} + c$
۳۷۱	فرمول	$y = x \sqrt{x^۲ \pm a^۲}$	$\int x \sqrt{x^۲ \pm a^۲} dx = \frac{1}{۳} (x^۲ \pm a^۲)^{\frac{۳}{۲}} + c$
۳۷۲	مثال	$y = x \sqrt{x^۲ \pm ۲۵}$	$\int x \sqrt{x^۲ \pm ۲۵} dx = \frac{1}{۳} (x^۲ \pm ۲۵)^{\frac{۳}{۲}} + c$
۳۷۳	فرمول	$y = \sqrt{x^۲ - a^۲}$	$\int \sqrt{x^۲ - a^۲} dx = \frac{x}{۲} \sqrt{x^۲ - a^۲} - \frac{a^۲}{۲} \ln x + \sqrt{x^۲ - a^۲} + c$
۳۷۴	مثال	$y = \sqrt{x^۲ - ۴۰۰}$	$\int \sqrt{x^۲ - ۴۰۰} dx = \frac{x}{۲} \sqrt{x^۲ - ۴۰۰} - \frac{۴۰۰}{۲} \ln x + \sqrt{x^۲ - ۴۰۰} + c$
۳۷۵	فرمول	$y = x^۲ \sqrt{x^۲ - a^۲}$	$\int x^۲ \sqrt{x^۲ - a^۲} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - a^۲) \sqrt{x^۲ - a^۲} - \frac{a^۴}{۸} \ln x + \sqrt{x^۲ - a^۲} + c$
۳۷۶	مثال	$y = x^۲ \sqrt{x^۲ - ۱۰۰}$	$\int x^۲ \sqrt{x^۲ - ۱۰۰} dx = \frac{x}{۸} (۲x^۲ - ۱۰۰) \sqrt{x^۲ - ۱۰۰} - \frac{۱۰۰}{۸} \ln x + \sqrt{x^۲ - ۱۰۰} + c$
۳۷۷	فرمول	$y = \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x} dx = \sqrt{x^۲ - a^۲} - a \cos^{-1} \frac{a}{ x } + c$
۳۷۸	مثال	$y = \frac{\sqrt{x^۲ - ۱۵}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{x^۲ - ۱۵}}{x} dx = \sqrt{x^۲ - ۱۵} - \sqrt{۱۵} \cos^{-1} \frac{\sqrt{۱۵}}{ x } + c$
۳۷۹	فرمول	$y = \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x^۲}$	$\int \frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x^۲} dx = -\frac{\sqrt{x^۲ - a^۲}}{x} + \ln x + \sqrt{x^۲ - a^۲} + c$

۳۸۰	مثال	$y = \frac{\sqrt{x^r - 39}}{x^r}$	$\int \frac{\sqrt{x^r - 39}}{x^r} dx = -\frac{\sqrt{x^r - 39}}{x} + \ln x + \sqrt{x^r - 39} + c$
۳۸۱	فرمول	$y = \frac{1}{x^r \sqrt{x^r - a^r}}$	$\int \frac{1}{x^r \sqrt{x^r - a^r}} dx = \frac{\sqrt{x^r - a^r}}{a^r x} + c$
۳۸۲	مثال	$y = \frac{1}{x^r \sqrt{x^r - 45}}$	$\int \frac{1}{x^r \sqrt{x^r - 45}} dx = \frac{\sqrt{x^r - 45}}{45x} + c$
۳۸۳	فرمول	$y = \frac{1}{(x^r - a^r)^{\frac{r}{r-1}}}$	$\int \frac{1}{(x^r - a^r)^{\frac{r}{r-1}}} dx = \frac{-x}{a^r \sqrt{x^r - a^r}} + c$
۳۸۴	مثال	$y = \frac{1}{(x^r - 19)^{\frac{r}{r-1}}}$	$\int \frac{1}{(x^r - 19)^{\frac{r}{r-1}}} dx = \frac{-x}{19 \sqrt{x^r - 19}} + c$
۳۸۵	فرمول	$y = \sqrt{rax - x^r}$	$\int \sqrt{rax - x^r} dx = \frac{x-a}{r} \sqrt{rax - x^r} + \frac{x^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۸۶	مثال	$y = \sqrt{10x - x^r}$	$\int \sqrt{10x - x^r} dx = \frac{x-5}{r} \sqrt{10x - x^r} + \frac{x^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{5-x}{5} \right) + c$
۳۸۷	فرمول	$y = x \sqrt{rax - x^r}$	$\int x \sqrt{rax - x^r} dx = \frac{rx^r - ax - ra^r}{r} \sqrt{rax - x^r} + \frac{a^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۸۸	مثال	$y = x \sqrt{16x - x^r}$	$\int x \sqrt{16x - x^r} dx = \frac{rx^r - 18x - 192}{r} \sqrt{16x - x^r} + \frac{16^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{16-x}{16} \right) + c$
۳۸۹	فرمول	$y = \frac{\sqrt{rax - x^r}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{rax - x^r}}{x} dx = \sqrt{rax - x^r} + a \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۹۰	مثال	$y = \frac{\sqrt{14x - x^r}}{x}$	$\int \frac{\sqrt{14x - x^r}}{x} dx = \sqrt{14x - x^r} + 7 \cos^{-1} \left(\frac{7-x}{7} \right) + c$
۳۹۱	فرمول	$y = \frac{\sqrt{rax - x^r}}{x^r}$	$\int \frac{\sqrt{rax - x^r}}{x^r} dx = -\frac{\sqrt{rax - x^r}}{x} - \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۹۲	مثال	$y = \frac{\sqrt{18x - x^r}}{x^r}$	$\int \frac{\sqrt{18x - x^r}}{x^r} dx = -\frac{\sqrt{18x - x^r}}{x} - \cos^{-1} \left(\frac{9-x}{9} \right) + c$
۳۹۳	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{rax - x^r}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{rax - x^r}} dx = \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۹۴	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{20x - x^r}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{20x - x^r}} dx = \cos^{-1} \left(\frac{10-x}{10} \right) + c$
۳۹۵	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{rax - x^r}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{rax - x^r}} dx = -\sqrt{rax - x^r} + a \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۹۶	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{18x - x^r}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{18x - x^r}} dx = -\sqrt{18x - x^r} + 9 \cos^{-1} \left(\frac{9-x}{9} \right) + c$
۳۹۷	فرمول	$y = \frac{x^r}{\sqrt{rax - x^r}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{rax - x^r}} dx = -\frac{x+ra}{r} \sqrt{rax - x^r} + \frac{ra^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{a-x}{a} \right) + c$
۳۹۸	مثال	$y = \frac{x^r}{\sqrt{6x - x^r}}$	$\int \frac{x^r}{\sqrt{6x - x^r}} dx = -\frac{x+9}{r} \sqrt{6x - x^r} + \frac{9^r}{r} \cos^{-1} \left(\frac{9-x}{9} \right) + c$
۳۹۹	فرمول	$y = \frac{1}{x \sqrt{rax - x^r}}$	$\int \frac{1}{x \sqrt{rax - x^r}} dx = \frac{-\sqrt{rax - x^r}}{ax} + c$

۴۰۰	مثال	$y = \frac{1}{x\sqrt{3 \cdot x - x^2}}$	$\int \frac{1}{x\sqrt{3 \cdot x - x^2}} dx = \frac{-\sqrt{3 \cdot x - x^2}}{15x} + c$
۴۰۱	فرمول	$y = \sqrt{x-a}$	$\int y = \sqrt{x-a} dx = \frac{2}{3}(x-a)^{\frac{3}{2}} + c$
۴۰۲	مثال	$y = \sqrt{x-15}$	$\int y = \sqrt{x-15} dx = \frac{2}{3}(x-15)^{\frac{3}{2}} + c$
۴۰۳	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{x \pm a}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x \pm a}} dx = 2\sqrt{x \pm a} + c$
۴۰۴	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{x \pm 3}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{x \pm 3}} dx = 2\sqrt{x \pm 3} + c$
۴۰۵	فرمول	$y = \frac{1}{\sqrt{a-x}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{a-x}} dx = -2\sqrt{a-x} + c$
۴۰۶	مثال	$y = \frac{1}{\sqrt{56-x}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{56-x}} dx = -2\sqrt{56-x} + c$
۴۰۷	فرمول	$y = x\sqrt{x-a}$	$\int x\sqrt{x-a} dx = \frac{2}{3}a(x-a)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(x-a)^{\frac{5}{2}} + c$
۴۰۸	مثال	$y = x\sqrt{x-4}$	$\int x\sqrt{x-4} dx = \frac{8}{3}(x-4)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}(x-4)^{\frac{5}{2}} + c$
۴۰۹	فرمول	$y = (ax+b)^{\frac{2}{3}}$	$\int (ax+b)^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5a}(ax+b)^{\frac{5}{3}} + c$
۴۱۰	مثال	$y = (x+1)^{\frac{2}{3}}$	$\int (x+1)^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5}(x+1)^{\frac{5}{3}} + c$
۴۱۱	فرمول	$y = \frac{x}{\sqrt{x \pm a}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{x \pm a}} dx = \frac{2}{3}(x \mp 2a)\sqrt{x \pm a} + c$
۴۱۲	مثال	$y = \frac{x}{\sqrt{x \pm 11}}$	$\int \frac{x}{\sqrt{x \pm 11}} dx = \frac{2}{3}(x \mp 22)\sqrt{x \pm 11} + c$
۴۱۳	فرمول	$y = \sqrt{\frac{x}{a-x}}$	$\int \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = -\sqrt{x(a-x)} - a \tan^{-1} \frac{\sqrt{x(a-x)}}{x-a} + c$
۴۱۴	مثال	$y = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$	$\int \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx = -\sqrt{x(1-x)} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{x(1-x)}}{x-1} + c$